

# 和平区 2016-2017 学年度第二学期高三第一次质量调查

## 数学（文）试题

### 第 I 卷

一、选择题在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的

1、设集合  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{y \mid y = x - 1, x \in A\}$ , 则  $A \cup B$  等于

- A.  $\{1, 2\}$     B.  $\{2, 3\}$     C.  $\{0, 1, 2, 3\}$     D.  $\{1, 2, 3, 4\}$

2、一个口袋中装有 2 个白球和 3 个黑球，这 5 个球除颜色外完全相同，从中摸出 2 个球，则这 2 个球颜色相同的概率为

- A.  $\frac{3}{10}$     B.  $\frac{2}{5}$     C.  $\frac{1}{2}$     D.  $\frac{3}{5}$

3、已知一个几何体的三视图如右图所示（单位：cm）

则该几何体的体积为

- A.  $12\text{cm}^3$     B.  $16\text{cm}^3$   
C.  $18\text{cm}^3$     D.  $20\text{cm}^3$



4、已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的一条渐近线的方程是  $y = \sqrt{3}x$ , 它的一个焦点落在

在抛物线  $y^2 = 16x$  的准线上，则双曲线的方程为

- A.  $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{24} = 1$     B.  $\frac{x^2}{24} - \frac{y^2}{8} = 1$     C.  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$     D.  $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$

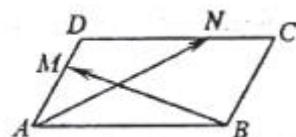
5、“ $|x - 2| \leq 5$ ”是“ $-3 \leq x \leq 7$ ”的

- A. 充分不必要条件    B. 必要不充分条件    C. 充要条件    D. 既不充分也不必要条件

6、已知函数  $f(x) = \log_2(x^2 - 2x - 3)$ , 则下列各区间中, 能满足  $f(x)$

单调递减的是

- A.  $(3, 6)$     B.  $(1, 2)$     C.  $(-1, 3)$     D.  $(-4, -1)$



7、如图，在平行四边形  $ABCD$  中， $\angle BAD = \frac{\pi}{3}$ ,  $AB = 2$ ,  $AD = 1$ ,

若  $M, N$  分别是边  $AD, CD$  上的点, 且满足  $\frac{MD}{AD} = \frac{NC}{DC} = \lambda$ ,

其中  $\lambda \in [0, 1]$ , 则  $\overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{BM}$  的取值范围是

- A.  $[-3, -1]$     B.  $[-3, 1]$     C.  $[-1, 1]$     D.  $[1, 3]$

8、已知函数  $f(x) = 3\sin(\omega x - \frac{\pi}{6})$  与  $g(x) = 2\cos(2x + \varphi) - 1$  的图象有相同的对称轴, 若  $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ , 则  $f(x)$  的取值范围是

- A.  $(-\frac{3}{2}, 3)$     B.  $[-\frac{3}{2}, 3]$     C.  $[-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}]$     D.  $[-3, 3]$

## 第 II 卷

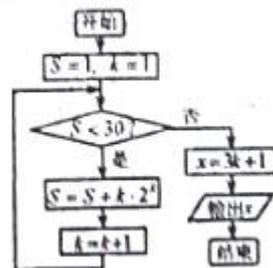
二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分, 把答案填在答题卷的横线上.

9、已知复数  $(ai + 2)i (a \in R)$  的实部与虚部互为相反数, 则  $a$  的值为\_\_\_\_\_

10、若过点  $(1, 1)$  的直线与圆  $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 4 = 0$  相交于  $A, B$  两点,

则  $|AB|$  的最小值为\_\_\_\_\_

11、阅读右面的程序框图, 当该程序运行后输出的  $x$  的值是\_\_\_\_\_



12、在同一平面直角坐标系中, 函数  $y = f(x)$  的图象与  $y = (\frac{1}{2})^x$

的图形关于直线  $y = x$  对称, 而函数  $y = g(x)$  的图象与  $y = f(x)$

的图象关于  $y$  轴对称, 若  $g(a) = -2$ , 则  $a$  的值为\_\_\_\_\_

13、已知  $f(x) = x^3 + 3x^2 + 6x, f(a) = 1, f(b) = 9$ , 则  $a + b$  的值为\_\_\_\_\_

14、若不等式  $3x^2 + y^2 \geq mx(x + y)$  对于  $\forall x, y \in R$  恒成立, 则实数  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_

三、解答题: 本大题共 6 小题, 满分 80 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤

15、(本小题满分 13 分)

在  $\triangle ABC$  中, 已知  $AC = 2, BC = 3, \cos A = -\frac{4}{5}$ .

(1) 求  $\sin B$  的值;

(2) 求  $\sin(2B + \frac{\pi}{6})$  的值.

16、（本小题满分 13 分）

某化肥厂输出甲乙两种混合肥料，需要 A、B 两种主要原料，生产 1 吨甲种化肥和生产 1 吨乙种化肥所需要的原料的吨数如下表所示：

肥料 \ 原料	A	B
甲	3	1
乙	2	2

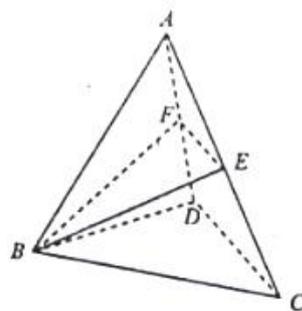
每日可用 A 种原料 12 吨，B 种原料 8 吨，已知输出 1 吨甲种化肥可获利润 3 万元；生产 1 吨乙种化肥可获利润 4 万元，分别用  $x, y$  表示计划输出甲乙两种化肥的吨数.

- (1) 用  $x, y$  列出满足生产条件的数学关系式，并画出相应的平面区域；
- (2) 问每日分别生产甲乙两种化肥各多少吨，能够产生最大利润？并求出此最大利润.

17、（本小题满分 13 分）

如图，在四面体  $ABCD$  中， $BA = BD, AD \perp CD$ ，点  $E, F$  分别为  $AC, AD$  的中点.

- (1) 求证： $EF \parallel$  平面  $BCD$ ；
- (2) 求证：平面  $EFB \perp$  平面  $ABD$ ；
- (3) 若  $BC = BD = CD = AD = 2, AC = 2\sqrt{2}$ ，  
求二面角  $B-AD-C$  的余弦值.



18、（本小题满分 13 分）

设  $S_n$  是数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和，已知  $a_1 = 1, a_{n+1} = 2S_n + 1 (n \in N^+)$ .

- (1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式；
- (2) 若  $\frac{b_n}{a_n} = 3n - 1$ ，求数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

19、（本小题满分 14 分）

已知椭圆  $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  经过点  $(2\sqrt{3}, 1)$ ，且以椭圆的短轴的两个端点和一个

焦点为顶点的三角形是等边三角形.

(1) 求椭圆  $E$  的方程;

(2) 设  $P(x, y)$  是椭圆  $E$  上的动点,  $M(2, 0)$  为以定点, 求  $|PM|$  的最小值及取得最小值时点  $P$  的坐标.

20、(本小题满分 14 分)

设函数  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + a \ln x, (a < 0)$ .

(1) 若函数  $f(x)$  的图象在点  $(2, f(2))$  处的切线斜率为  $\frac{1}{2}$ , 求实数  $a$  的值;

(2) 求  $f(x)$  的单调区间;

(3) 设  $g(x) = x^2 - (1-a)x$ , 当  $a \leq -1$  时, 讨论  $f(x)$  与  $g(x)$  图象交点的个数.