# 2017年高考数学模拟卷（理）

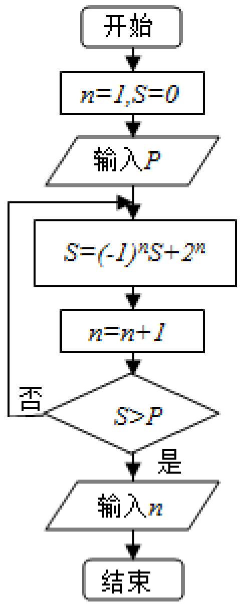
**一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，满分60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）**

1、已知集合 $A=\left\{x\in N\,|\,x^2+2x-3\le 0\right\}$， $B=\left\{y\,|\,y\subseteq A\right\}$，则集合 B 的真子集的个数为（　　）

A.1　　　　B.3　　　　C.7　　　　D. 15

2、设非零复数 $x,y$ 满足 $x^2+xy+y^2=0$，则代数式 $(\dfrac{x}{x+y})^{2017}+(\dfrac{y}{x+y})^{2017}$ 的值是（　　）

A.　$2^{-2016}$　　　　B.　$-1$　　　　C.　1　　　　D.　0




3、已知双曲线 $my^2-x^2=1(m\in R)$ 与椭圆 $\dfrac{y^2}{5}+x^2=1$ 有相同的焦点，则该双曲线的渐近线方程为（　　）

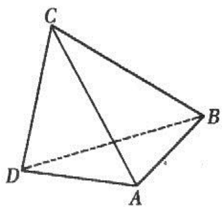
A. $y=\pm\sqrt{3}x$　　　　B. $y=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}x$　　　　C. $y=\pm\dfrac{1}{3}x$　　　　D. $y=\pm 3x$

4、执行如图所示的程序框图，若输出的 n=9，则输入的整数 P 的最小值是(　　)

A．50　　　　B．77　　　　C．78　　　　D．306

5、用 6 种颜色给右图四面体 $A-BCD$ 的每条棱染色，要求每条棱只染一种颜色且共顶点的棱染不同的颜色，则不同的染色方法共有（　　）种

A．4080　　　　B.3360　　　　C. 1920　　　　D. 720




6、德国著名数学家狄利克雷在数学领域成就显著，以其名命名的函数 $f(x)=\begin{cases}1，x\text{为有理数}\\0，x\text{为无理数}\end{cases}$，称为狄利克雷函数，则关于函数 $f(x)$ 有以下四个命题：

① $f(f(x))=1$；

②函数 $f(x)$ 是偶函数；

③任意一个非零有理数 $T$， $f(x+T)=f(x)$ 对任意 $x\in R$ 恒成立；

④存在三个点 $A(x_1，f(x_1))$，$B(x_2，f(x_2))$，$C(x_3，f(x_3))$，使得 $\triangle ABC$ 为等边三角形.

其中真命题的个数是（　　）

A．4　　　　B．3　　　　C. 2　　　　D．1

7、在棱长为 6 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， $M$ 是 $BC$ 的中点，点 $P$ 是正方形 $DCC_1D_1$ 内（含边界）的动

点，且满足 $\angle APD=\angle MPC$ ，则三棱锥 $P-BCD$ 的体积最大值是（　　）

A．$12\sqrt{3}$　　B．36　　C. 24　　D．$18\sqrt{3}$

8、一个样本容量为 8 的样本数据，它们按一定顺序排列可以构成一个公差不为 0 的等差数列 $\{a_n\}$，若 $a_3=5$，且 $a_1,a_2,a_5$ 成等比数列，则此样本数据的中位数是（　　）

A．6　　B．7　　C. 8　　D．9

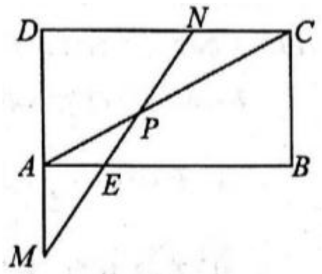
9、定义域在 $R$ 上的奇函数 $f(x)$，当 $x\geq 0$ 时，$f(x)=\begin{cases}\log_{\frac{1}{2}}(x+1),0\leq x<1\\1-|x-3|,x\geq 1\end{cases}$，则关于 $x$ 的方程 $f(x)-a=0(0<a<1)$ 所有根之和为 $1-\sqrt{2}$，则实数 $a$ 的值为（　　）

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$　　C. $\dfrac{1}{2}$　　D. $\dfrac{1}{4}$

10、设 $A$， $B$ 在圆 $x^2+y^2=1$ 上运动，且 $|AB|=\sqrt{3}$，点 $P$ 在直线 $3x+4y-12=0$ 上运动，则 $\left|\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}\right|$ 的最小值为（　　）

A. 3　　B. 4　　C. $\dfrac{17}{5}$　　D. $\dfrac{19}{5}$

11、如图，矩形 $ABCD$ 中， $AB=2$， $AD=1$， $P$ 是对角线 $AC$ 上一点，$\overrightarrow{AP}=\dfrac{2}{5}\overrightarrow{AC}$，过点 $P$ 的直线分别交直线 $DA$， $AB$， $DC$ 于 $M,E,N$．若 $\overrightarrow{DM}=m\overrightarrow{DA}$， $\overrightarrow{DN}=n\overrightarrow{DC}$ $(m>0,n>0)$，则 $3m+2n$ 的最小值是（　　）




A. 3　　B. 5　　C. $\dfrac{24}{5}$　　D. $\dfrac{48}{5}$

12、已知 $a\in R$，若 $f(x)=(x+\dfrac{a}{x})e^x$ 在区间（0，1）上只有一个极值点，则 $a$ 的取值范围为（　　）

A. $a>0$　　B. $a\leq 1$　　C. $a>1$　　D. $a\leq 0$

**二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，满分 20 分）**

13、一列数 $a_1,a_2,\cdots,a_n,\cdots$,，记 $S(a_i)$ 为 $a_i$ 的所有数字之和，如 $S(22)=2+2=4$，若 $a_1=2017,a_2=22,a_n=S(a_{n-1})+S(a_{n-2})$，那么 $a_{2017}=$_______.

14、设 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数，且当 $x\geq 0$ 时， $f(x)=x^2$，若对任意的 $x\in[t,t+2]$，不等式 $f(x+t)\geq 2f(x)$ 恒成立，则实数 $t$ 的取值范围是__________.

15、若变量$x$，$y$满足约束条件$\begin{cases} x+2y\geq 0 \\ x-y\leq 0 \\ x-2y+2\geq 0 \end{cases}$，且$z=\dfrac{y}{x-a}$仅在点$A(-1,\dfrac{1}{2})$处取得最大值，则实数$a$的取值范围为__________.

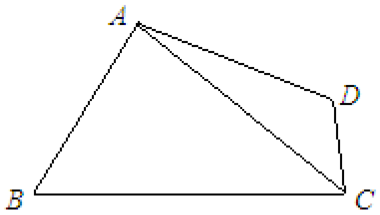
16、将函数$f(x)=2\cos\dfrac{\pi x}{6}$的图象向左平移3个单位后得到$g(x)$的图象. 设$m,n$是集合$\{1,2,3,4,5\}$中任意选取的2个不同的元素，记$X=g(m)\cdot g(n)$，则随机变量$X$的数学期望$E(X)=$__________.

**三.解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.**

17.（本题满分12分）如图，在四边形$ABCD$中，$\angle ABC=\dfrac{\pi}{3}$，$AB:BC=2:3$，$AC=\sqrt{7}$.

（Ⅰ）求$\sin\angle ACB$的值；

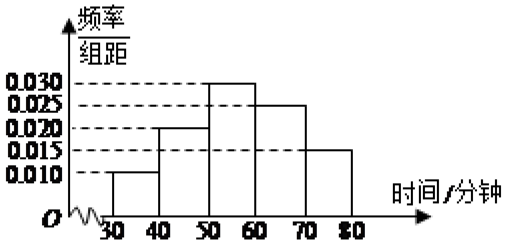
（Ⅱ）若$\angle BCD=\dfrac{3\pi}{4}$，$CD=1$，求$\Delta ACD$的面积.



18、（本题满分 12 分）

4 月 23 日是世界读书日，惠州市某中学在此期间开展了一系列的读书教育活动。为了解本校学生课外阅读情况，学校随机抽取了 100 名学生对其课外阅读时间进行调查。下面是根据调查结果绘制的学生日均课外阅读时间(单位：分钟)的频率分布直方图，且将日均课外阅读时间不低于 60 分钟的学生称为“读书迷”，低于 60 分钟的学生称为“非读书迷”.

（Ⅰ）根据已知条件完成下面 2×2 列联表，并据此判断是否有 99%的把握认为“读书迷”与性别有关？




| | 非读书迷 | 读书迷 | 合计 |
|---|---|---|---|
| 男 | | 15 | |
| 女 | | | 45 |
| 合计 | | | |

（Ⅱ）将频率视为概率，现在从该校大量学生中用随机抽样的方法每次抽取 1 人，共抽取 3 次，记被抽取的 3 人中“读书迷”的人数为 $X$，若每次抽取的结果是相互独立的，求 $X$ 的分布列、数学期望 $E(X)$ 和方差 $D(X)$.

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)},n=a+b+c+d$

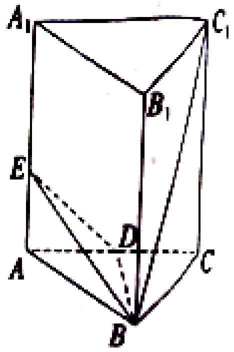
| $P(K^2\geq k_0)$ | 0.100 | 0.050 | 0.025 | 0.010 | 0.001 |
|---|---|---|---|---|---|
| $k_0$ | 2.706 | 3.841 | 5.024 | 6.635 | 10.828 |

19、（本小题满分 12 分）

已知正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB=2$，$AA_1=\sqrt{3}$，点 $D$ 为 $AC$ 的中点，点 $E$ 在线段 $AA_1$ 上.

（1）当 $AE:EA_1=1:2$ 时，求证：$DE\perp BC_1$；

（2）是否存在点 $E$，使二面角 $D-BE-A$ 等于 $60^\circ$？若存在，求 $AE$ 的长；若不存在，请说明理由.



20、（本小题满分12分）已知椭圆$E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$的焦距为$2\sqrt{2}$,其上下顶点分别为$C_1,C_2$，点$A(1,0),B(3,2017),AC_1\perp AC_2$.

（1）求椭圆$E$的方程以及离心率；

（2）点$P$的坐标为$\left(m,n\right)\left(m\neq 3\right)$,过点$A$的任意作直线$l$与椭圆$E$相交于$M,N$两点，设直线$MB,BP,NB$的斜率依次成等差数列，探究$m,n$之间是否存在某种数量关系，若是请给出$m,n$的关系式，并证明；若不是，请说明理由.

21、（本小题满分 12 分）已知函数 $f(x)=\ln(ax+\frac{1}{2})+\frac{2}{2x+1}$.

（1）若 $a>0$，且 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，求实数 $a$ 的取值范围；

（2）是否存在实数 $a$，使得函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上的最小值为 1？若存在，求出实数 $a$ 的值；若不存在，请说明理由.

22、（本小题满分 10 分）**选修 4—4：坐标系与参数方程**

以直角坐标系的原点$O$为极点，$x$轴非负半轴为极轴建立极坐标系，已知曲线$C$的极坐标方程为$\rho\sin^2\theta=4\cos\theta$.

（1）求曲线$C$的直角坐标方程；

（2）若直线$l$的参数方程为$\begin{cases} x=1+\dfrac{2}{\sqrt{5}}t \\ y=1+\dfrac{1}{\sqrt{5}}t \end{cases}$（$t$为参数），设点$P(1,1)$，直线$l$与曲线$C$相交于$A,B$两点，求$|PA|+|PB|$的值.

23、（本小题满分 10 分）**选修 4—5：不等式选讲**

已知$f(x)=|x+2|-|2x-1|$，$M$为不等式$f(x)>0$的解集.

（1）求$M$；

（2）求证：当$x,y\in M$时，$|x+y+xy|<15$.

# 2017 年高考数学模拟卷（理）解析版

**一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，满分 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）**

1、已知集合 $A=\{x\in N\,|\,x^2+2x-3\le 0\}$，$B=\{y\,|\,y\subseteq A\}$，则集合 B 的真子集的个数为（　　）

A.1　　B.3　　C.7　　D. 15

【答案】D

【解析】解一元二次不等式得：$-3<x<1$，又 $x\in N$，所以，N=$\{0,1\}$，因为 B 中的符号是包含， B 中元素是 A 的子集，有 4 个，∴ B 的真子集有 15 个。

2、设非零复数 $x,y$ 满足 $x^2+xy+y^2=0$，则代数式 $(\frac{x}{x+y})^{2017}+(\frac{y}{x+y})^{2017}$ 的值是（　　）

A．$2^{-2016}$　　B．$-1$　　C．$1$　　D．$0$

【答案】C

【解析】由 $x^2+xy+y^2=0$ 得 $(\frac{x}{y})^2+\frac{x}{y}+1=0$，令 $\frac{x}{y}=\omega\ne 1$，则 $\omega^2+\omega+1=0$，于是有 $\omega^3=1$，

故原式=$(\frac{\omega}{1+\omega})^{2017}+(\frac{1}{1+\omega})^{2017}=\frac{\omega^{2017}+1}{(\omega+1)^{2017}}=\frac{\omega+1}{(\omega+1)^{2017}}=\frac{1}{(-\omega^2)^{2016}}=1$.

3、已知双曲线 $my^2-x^2=1(m\in R)$ 与椭圆 $\frac{y^2}{5}+x^2=1$ 有相同的焦点，则该双曲线的渐近线方程为（　　）

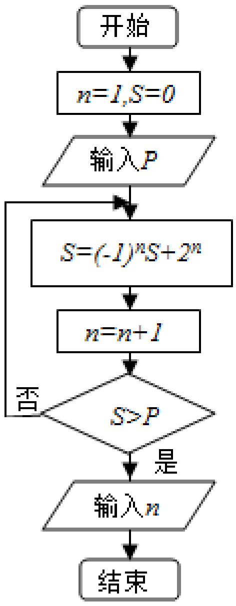
A. $y=\pm\sqrt{3}x$　　B. $y=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}x$　　C. $y=\pm\frac{1}{3}x$　　D. $y=\pm 3x$

【答案】A

【解析】椭圆 $\frac{y^2}{5}+x^2=1$ 的焦点坐标为 $(0,\pm 2)$，所以 $\frac{1}{m}+1=4\Rightarrow m=\frac{1}{3}$，所以双曲线方程为 $\frac{y^2}{3}-x^2=1$，渐近线方程为 $y=\pm\sqrt{3}x$.

4、执行如图所示的程序框图，若输出的 n＝9，则输入的整数 P 的最小值是(　　)

A．50　　B．77　　C．78　　D．306




【答案】C

【解析】学科网

试题分析：由程序框图知：

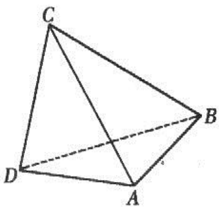
$S=(-1)^1\times0+2^1=2$，$n=2$；$S=(-1)^2\times2+2^2=6$，$n=3$；$S=(-1)^3\times6+2^3=2$，$n=4$；

$S=(-1)^4\times2+2^4=18$，$n=5$；$S=(-1)^5\times18+2^5=14$，$n=6$；$S=(-1)^6\times14+2^6=78,n=7$；

$S=(-1)^7\times78+2^7=50$，$n=8$；$S=(-1)^8\times50+2^8=306$，$n=9$，所以选 C.

5、用 6 种颜色给右图四面体 $A-BCD$ 的每条棱染色，要求每条棱只染一种颜色且共顶点的棱染不同的颜色，则不同的染色方法共有（　　）种

A．4080　　B.3360　　C. 1920　　D. 720




【答案】A

【解析】四面体的对棱可涂同一种颜色，也可以涂不同的颜色，按照相对棱颜色相同的对数分类：①若所有相对的棱都涂同一种颜色，一共需要三种颜色，不同的涂色方案共有 $A_6^3=120$ 种；②若相对的棱中有 2 对涂同一种颜色，一共需要四种颜色，不同的涂色方案共有 $C_3^2A_6^4=1080$ 种；③若相对的棱中有 1 对涂同一种颜色，一共需要五种颜色，不同的涂色方案共有 $C_3^1A_6^5=2160$ 种；④若所有相对的棱都涂不同颜色，一共需要六种颜色，不同的涂色方案共有 $A_6^6=720$ 种，所以共有 $120+1080+2160+720=4080$ 种不同的涂色方案，故选 A.

6、德国著名数学家狄利克雷在数学领域成就显著，以其名命名的函数 $f(x)=\begin{cases}1，x为有理数\\0，x为无理数\end{cases}$，称为狄利克雷函数，则关于函数 $f(x)$ 有以下四个命题：

① $f(f(x))=1$；

②函数 $f(x)$ 是偶函数；

③任意一个非零有理数 $T$， $f(x+T)=f(x)$ 对任意 $x\in R$ 恒成立；

④存在三个点 $A(x_1，f(x_1))$，$B(x_2，f(x_2))$，$C(x_3，f(x_3))$，使得 $\triangle ABC$ 为等边三角形.

其中真命题的个数是（　　）

A．4　　　　B．3　　　　C. 2　　　　D．1

【答案】A

【解析】

试题分析：如 $x$ 为有理数，则 $f(f(x))=f(1)=1$；如 $x$ 为无理数， $f(f(x))=f(0)=1$，故①正确；如 $x$ 为有理数，则 $-x$ 为有理数，则 $f(-x)=1=f(x)$，如 $x$ 无有理数，则 $-x$ 为无理数，则 $f(-x)=0=f(x)$，故②正确；如 $x$ 为有理数，则 $T+x$ 为有理数，则 $f(T+x)=1=f(x)$，如 $x$ 无有理数，则 $T+x$ 为无理数，则 $f(T+x)=1=f(x)$，故③正确；令 $x_1=-\frac{\sqrt{3}}{3},x_2=\frac{\sqrt{3}}{3},x_3=0$，则 $f(x_1)=f(x_2)=0,f(x_3)=1$，此时三角形 $ABC$ 为等边三角形，所以④正确；故选 A.

7、在棱长为 6 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， $M$ 是 $BC$ 的中点，点 $P$ 是正方形 $DCC_1D_1$ 内（含边界）的动点，且满足 $\angle APD=\angle MPC$， 则三棱锥 $P-BCD$ 的体积最大值是（　　）

A．$12\sqrt{3}$　　　　B．36　　　　C. 24　　　　D．$18\sqrt{3}$

【答案】A

【解析】

试题分析：因为 $AD\perp$ 平面 $D_1DCC_1$，由 $AD\perp DP$，同理 $BC\perp$ 平面 $D_1DCC_1$，则 $BC\perp CP,\angle APD=\angle MPC$，所以 $\Delta PAD\sim\Delta PMC,\because AD=2MC,\therefore PD=2PC$，下面研究点 $P$ 在面 $ABCD$ 内的轨迹（立体几何平面化），在平面直角坐标系内设 $D(0,0),C(6,0),C_1(6,6)$，设 $P(x,y)$，因为 $PD=2PC$，所以 $\sqrt{x^2+y^2}=2\sqrt{(x-6)^2+y^2}$，化简得 $(x-8)^2+y^2=16$，该圆与 $CC_1$ 的交点的纵坐标最大，交点坐标 $(6,2\sqrt{3})$，三棱锥 $P-BCD$ 的底面 $BCD$ 的面积为 $18$，要使三棱锥 $P-BCD$ 的体积最大，只需高最大，当 $P$ 在 $CC_1$ 上时 $CP=2\sqrt{3}$，棱锥的高最大， $V=\frac{1}{3}\times18\times2\sqrt{3}=12\sqrt{3}$，故选 A.

8、一个样本容量为 8 的样本数据，它们按一定顺序排列可以构成一个公差不为 0 的等差数列$\{a_n\}$，若$a_3=5$，且$a_1,a_2,a_5$成等比数列，则此样本数据的中位数是（　　）

A．6　　　　B．7　　　　C. 8　　　　D．9

【答案】C

【解析】因为$a_1,a_2,a_5$成等比数列，所以$a_2{}^2=a_1a_5$，设公差为$d$由因为$a_3=5$，所以$(5-d)^2=(5-2d)(5+2d)$，解得：$d=2$或$d=0$（舍），$a_4=5+2=7,a_5=5+4=9$，样本容量为8时，中位数为$\dfrac{a_4+a_5}{2}=8$，故选 C.

9、定义域在$R$上的奇函数$f\left(x\right)$，当$x\geq 0$时，$f\left(x\right)=\begin{cases}\log_{\frac{1}{2}}\left(x+1\right),0\leq x<1\\ 1-|x-3|,x\geq 1\end{cases}$，则关于$x$的方程$f\left(x\right)-a=0\left(0<a<1\right)$所有根之和为$1-\sqrt{2}$，则实数$a$的值为（　　）

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　　　B. $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$　　　　C. $\dfrac{1}{2}$　　　　D. $\dfrac{1}{4}$

【答案】C

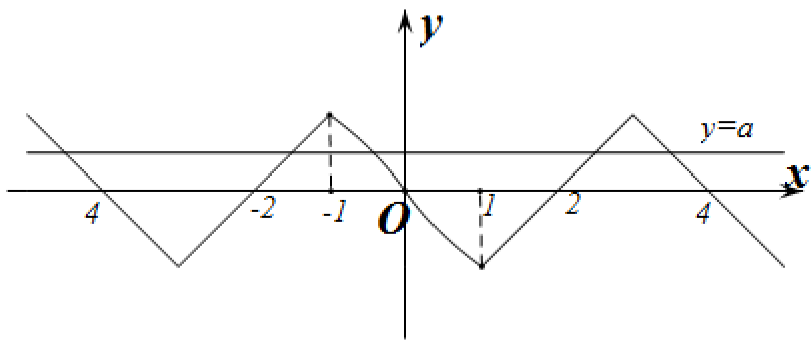
【解析】

试题分析：因为函数$f(x)$为奇函数，所以可以得到当$x\in(-1,0]$时，

$f(x)=-f(-x)=-\log_{\frac{1}{2}}(-x+1)=\log_2(1-x)$，当$x\in(-\infty,-1]$时，$f(-x)=-f(x)=-(1-|-x-3|)$

$=|x+3|-1$，所以函数$f(x)$图象如下图，函数$f(x)$的零点即为函数$y=f(x)$与$y=a$的交点，如上图所示，共5个，当$x\in(-\infty,-1]$时，令$|x+3|-1=a$，解得：$x_1=-4-a,x_2=a-2$，当$x\in(-1,0]$时，令$\log_2(1-x)=a$，解得：$x_3=1-2^a$，当$x\in[1,+\infty)$时，令$1-|x-3|=a$，解得：$x_4=4-a,x_5=a+2$，所以所有零点之和为：$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=-4-a+a-2+1-2^a+4-a+a+2=1-2^a=1-\sqrt{2}$，

$\therefore a=\dfrac{1}{2}$.故本题正确答案为 C.




考点：分段函数的图象，函数的性质，函数与方程.

10、设 $A$， $B$ 在圆 $x^2+y^2=1$ 上运动，且 $|AB|=\sqrt{3}$，点 $P$ 在直线 $3x+4y-12=0$ 上运动，则 $\left|\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}\right|$ 的最小值为（　　）

A．3　　　　B．4　　　　C．$\frac{17}{5}$　　　　D．$\frac{19}{5}$

【答案】D

【解析】设 $AB$ 中点为 $C$，则 $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}=2\overrightarrow{PC}$，所以 $\left|\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}\right|=2\left|\overrightarrow{PC}\right|\geq 2\left|\overrightarrow{PO}\right|-2\left|\overrightarrow{OC}\right|$，而 $\left|\overrightarrow{OC}\right|=\frac{1}{2}$，

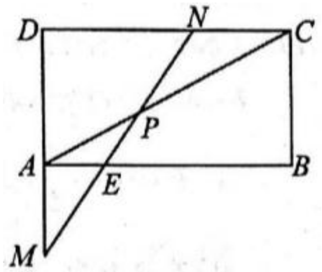
所以 $\left|\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}\right|=2\left|\overrightarrow{PC}\right|\geq 2\left|\overrightarrow{PO}\right|-2\left|\overrightarrow{OC}\right|=2\left|\overrightarrow{PO}\right|-1\geq\frac{24}{5}-1=\frac{19}{5}$，故选 D.

考点：1、平面向量的运算；2、直线与圆的位置关系.

11、如图，矩形 $ABCD$ 中，$AB=2$，$AD=1$，$P$ 是对角线 $AC$ 上一点，$\overrightarrow{AP}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$，过点 $P$ 的直线分别交直线 $DA$，$AB,DC$ 于 $M,E,N$. 若 $\overrightarrow{DM}=m\overrightarrow{DA}$，$\overrightarrow{DN}=n\overrightarrow{DC}$ $(m>0,n>0)$，

则 $3m+2n$ 的最小值是（　　）

A．3　　　　B．5　　　　C．$\frac{24}{5}$　　　　D．$\frac{48}{5}$




【答案】B

【解析】$\overrightarrow{AP}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AC}\Rightarrow\overrightarrow{DP}=\frac{3}{5}\overrightarrow{DA}+\frac{2}{5}\overrightarrow{DC}$，设 $\overrightarrow{DP}=x\overrightarrow{DM}+y\overrightarrow{DN}$，则 $x+y=1$，又 $\overrightarrow{DP}=mx\overrightarrow{DA}+yn\overrightarrow{DC}$，所以 $mx=\frac{3}{5},ny=\frac{2}{5}\Rightarrow\frac{3}{5m}+\frac{2}{5n}=1$，因此

$$3m+2n=(3m+2n)(\frac{3}{5m}+\frac{2}{5n})=\frac{1}{5}(13+\frac{6n}{m}+\frac{6m}{n})\geq\frac{1}{5}(13+2\sqrt{\frac{6n}{m}\cdot\frac{6m}{n}})=5,$$

当且仅当 $m=n$ 时取等号，选 B.

12、已知 $a\in R$，若 $f(x)=(x+\frac{a}{x})e^x$ 在区间（0，1）上只有一个极值点，则 $a$ 的取值范围为（　　）

A．$a>0$　　　　B．$a\leq 1$　　　　C．$a>1$　　　　D．$a\leq 0$

【答案】$A$

【解析】

试题分析：$f'(x)=e^x\left(\dfrac{x^3+x^2+ax-a}{x^2}\right)$，设$h(x)=x^3+x^2+ax-a$，$h'(x)=3x^2+2x+a$

当$a>0$时，$h'(x)>0$在$(0,1)$上恒成立，即函数在$(0,1)$上为增函数，而$h(0)=-a<0$，$h(1)=2>0$，则函数$h(x)$在区间$(0,1)$上有且只有一个零点$x_0$，使$f'(x_0)=0$，且在$(0,x_0)$上，$f'(x)<0$，在$(x_0,1)$上$f'(x)>0$故$x=x_0$为函数$f(x)$在$(0,1)$上唯一的极小值点；

当$a=0$时，$h'(x)=3x^2+2x>0$恒成立，则函数$h(x)$在$(0,1)$上为增函数，又此时$h(0)=0$，所以$h(x)>0$在区间$(0,1)$上为单调递增函数，所以$f(x)$在区间$(0,1)$上无极值；

当$a<0$时，$h(x)=x^3+x^2+ax-a=x^3+x^2+a(x-1)$，因为$x\in(0,1)$，所以总有$h(x)>0$成立，即$f'(x)>0$成立，故函数$f(x)$在区间$(0,1)$上为单调递增函数，所以函数$f(x)$在区间$(0,1)$上无极值，综上，$a>0$，故选A.

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，满分 20 分）

13、一列数$a_1,a_2,\cdots,a_n,\cdots,$，记$S(a_i)$为$a_i$的所有数字之和，如$S(22)=2+2=4$，若$a_1=2017,a_2=22,a_n=S(a_{n-1})+S(a_{n-2})$，那么$a_{2017}=$_______.

【答案】10

解析：$2017,22,14,9,14,14,10,6,7,13,11,6,8,14,13,9,13,13,8,12,11,5,7,12,10,4,5,9,14,14\cdots$，红色部分接下来会无穷重复，周期为$24$，$(2017-3)\div24=83\cdots22$，$a_{2017}=10$.

14、设$f(x)$是定义在R上的奇函数，且当$x\geq0$时，$f(x)=x^2$，若对任意的$x\in[t,t+2]$，不等式$f(x+t)\geq2f(x)$恒成立，则实数$t$的取值范围是__________.

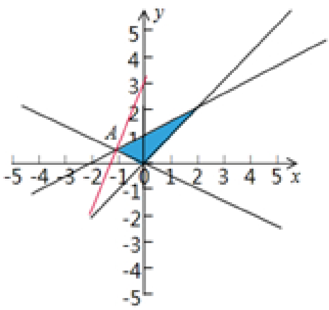
【答案】$t\geq\sqrt{2}$

解析：由题意得函数在定义域内是增函数，当$x\geq0$时，$f(x)=x^2$，$2f(x)=f(\sqrt{2}x)$，故不等式$f(x+t)\geq2f(x)$恒成立等价于当$x\in[t,t+2]$时，$x+t\geq\sqrt{2}x$.即$t\geq(\sqrt{2}-1)x$恒成立.当$x=t+2$,$(\sqrt{2}-1)x$有最大值，解得$t\geq\sqrt{2}$.

15、若变量$x$，$y$满足约束条件$\begin{cases}x+2y\geq0\\x-y\leq0\\x-2y+2\geq0\end{cases}$，且$z=\dfrac{y}{x-a}$仅在点$A(-1,\dfrac{1}{2})$处取得最大值，则实数$a$的取值范围为__________.

【答案】$(-2,-1)$

试题分析：由约束条件画出可行域如图所示，$z=\dfrac{y}{x-a}$ 表示的几何意义是：点 $(x,y)$ 与 $(a,0)$ 连线的斜率的取值范围．当 $a\geq 0$ 时，通过图象旋转可知，不可能在 $A\left(-1,\dfrac{1}{2}\right)$ 处取到最大值，舍去；当 $a<0$ 时，若 $-1<a\leq 0$，则必然存在 $x=a$ 与可行域有交点，此时无斜率，可以理解为斜率趋向于正无穷，故无最大值；当 $-2<a<-1$ 时，在点 $A$ 处取到最大值，在 $O$ 处取得最小值，符合题意，故选 C.




16、将函数 $f(x)=2\cos\dfrac{\pi x}{6}$ 的图象向左平移 3 个单位后得到 $g(x)$ 的图象．设 $m,n$ 是集合 $\{1,2,3,4,5\}$ 中任意选取的 2 个不同的元素，记 $X=g(m)\cdot g(n)$，则随机变量 $X$ 的数学期望 $E(X)=$__________.

【答案】$\dfrac{4\left(\sqrt{3}+1\right)}{5}$

【解析】

试题分析：$g(x)=f(x+3)=-2\sin\dfrac{\pi x}{6}$，且 $g(1)=-1,g(2)=-\sqrt{3},g(3)=-2,g(4)=-\sqrt{3},g(5)=-1$，

$X=g(m)g(n)$ 的所有取值为 $1,\sqrt{3},2,3,2\sqrt{3}$，$\therefore P(X=1)=\dfrac{A_2^2}{A_5^2}=\dfrac{1}{10}$, $P\left(X=\sqrt{3}\right)=\dfrac{C_2^1C_2^1A_2^2}{A_5^2}=\dfrac{2}{5}$,

$P(X=2)=\dfrac{C_2^1C_1^1A_2^2}{A_5^2}=\dfrac{1}{5}$，$P(X=3)=\dfrac{A_2^2}{A_5^2}=\dfrac{1}{10}$，$P\left(X=2\sqrt{3}\right)=\dfrac{C_2^1C_1^1A_2^2}{A_5^2}=\dfrac{1}{5}$，

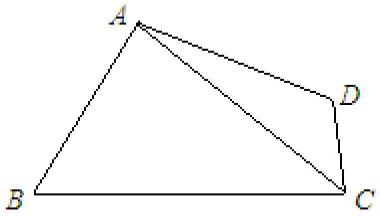
$\therefore E(X)=1\times\dfrac{1}{10}+\sqrt{3}\times\dfrac{2}{5}+2\times\dfrac{1}{5}+3\times\dfrac{1}{10}+2\sqrt{3}\times\dfrac{1}{5}=\dfrac{4\left(\sqrt{3}+1\right)}{5}$，故填 $\dfrac{4\left(\sqrt{3}+1\right)}{5}$.

**三.解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.**

17.（本题满分 12 分）如图，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle ABC=\dfrac{\pi}{3}$，$AB:BC=2:3$，$AC=\sqrt{7}$.

（Ⅰ）求 $\sin\angle ACB$ 的值；

（Ⅱ）若 $\angle BCD=\dfrac{3\pi}{4}$，$CD=1$，求 $\Delta ACD$ 的面积.




【答案】(Ⅰ) $\dfrac{\sqrt{21}}{7}$；(Ⅱ) $\dfrac{2\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$.

【解析】(1) 由 $AB:BC=2:3$，可设 $AB=2x$，$BC=3x$．又∵ $AC=\sqrt{7}$，$\angle ABC=\dfrac{\pi}{3}$，

∴由余弦定理，得 $(\sqrt{7})^2=(3x)^2+(2x)^2-2\times 3x\times 2x\cos\dfrac{\pi}{3}$，…2 分

解得 $x=1$，∴ $AB=2$，$BC=3$，…4 分

由正弦定理，得 $\sin\angle ACB=\dfrac{AB\sin\angle ABC}{AC}=\dfrac{2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{21}}{7}$． …6 分

(2) 由 (1) 得 $\cos\angle ACB=\dfrac{2\sqrt{7}}{7}$． …7 分

因为 $\angle BCD=\dfrac{3\pi}{4}$，所以 $\angle ACD+\angle ACB=\dfrac{3\pi}{4}$，$\sin\angle ACD=\sin\left(\dfrac{3\pi}{4}-\angle ACB\right)$ …8 分

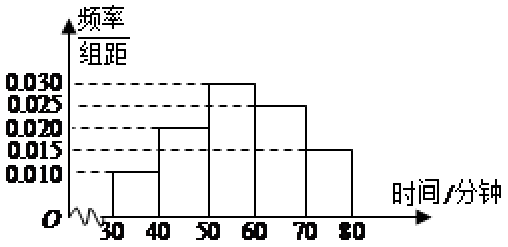
$=\sin\dfrac{3\pi}{4}\cos\angle ACB-\cos\dfrac{3\pi}{4}\sin\angle ACB=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times\dfrac{2\sqrt{7}}{7}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times\dfrac{\sqrt{21}}{7}=\dfrac{(2+\sqrt{3})\sqrt{14}}{14}$ 10 分

又因为 $CD=1$，所以 $S=\dfrac{1}{2}AC\times CD\times\sin\angle ACD=\dfrac{2\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$ …12 分

18、（本题满分 12 分）

4 月 23 日是世界读书日，惠州市某中学在此期间开展了一系列的读书教育活动。为了解本校学生课外阅读情况，学校随机抽取了 100 名学生对其课外阅读时间进行调查。下面是根据调查结果绘制的学生日均课外阅读时间(单位：分钟)的频率分布直方图，且将日均课外阅读时间不低于 60 分钟的学生称为“读书迷”，低于 60 分钟的学生称为“非读书迷”.

（Ⅰ）根据已知条件完成下面 2×2 列联表，并据此判断是否有 99%的把握认为“读书迷”与性别有关？




| | 非读书迷 | 读书迷 | 合计 |
|---|---|---|---|
| 男 | | 15 | |
| 女 | | | 45 |
| 合计 | | | |

（Ⅱ）将频率视为概率，现在从该校大量学生中用随机抽样的方法每次抽取 1 人，共抽取 3 次，记被抽取的 3 人中“读书迷”的人数为 $X$，若每次抽取的结果是相互独立的，求 $X$ 的分布列、数学期望 $E(X)$ 和方差 $D(X)$.

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)},n=a+b+c+d$

| $P(K^2\geq k_0)$ | 0.100 | 0.050 | 0.025 | 0.010 | 0.001 |
|---|---|---|---|---|---|
| $k_0$ | 2.706 | 3.841 | 5.024 | 6.635 | 10.828 |

【解析】（Ⅰ）2×2 列联表如下：

| | 非读书迷 | 读书迷 | 合计 |
|---|---|---|---|
| 男 | 40 | 15 | 55 |
| 女 | 20 | 25 | 45 |
| 合计 | 60 | 40 | 100 |

易知 $K^2$ 的观测值 $k=\dfrac{100\times(40\times25-15\times20)^2}{60\times40\times55\times45}\approx8.249$ ....................4 分

因为 8.249>6.635，所以有 99%的把握认为“读书迷”与性别有关．...............5 分

（Ⅱ）由频率分布直方图可知从该校学生中任意抽取 1 名学生恰为“读书迷”的概率为 $\dfrac{2}{5}$ ,...............6 分

由题意可知 $X\sim B(3,\dfrac{2}{5})$，$X$ 的所有可能取值为 0,1,2,3,......................7 分

$P(X=0)=C_3^0(\dfrac{3}{5})^3=\dfrac{27}{125}$，　　$P(X=1)=C_3^1(\dfrac{2}{5})(\dfrac{3}{5})^2=\dfrac{54}{125}$，

$P(X=2)=C_3^2(\dfrac{2}{5})^2\dfrac{3}{5}=\dfrac{36}{125}$，　　$P(X=3)=C_3^3(\dfrac{2}{5})^3=\dfrac{8}{125}$ ...........9 分

$X$ 的分布列为

| $X$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | $\frac{27}{125}$ | $\frac{54}{125}$ | $\frac{36}{125}$ | $\frac{8}{125}$ |

……………………………………………………………10 分

$E(X)=3\times\frac{2}{5}=\frac{6}{5}$ ……………………………………………11 分

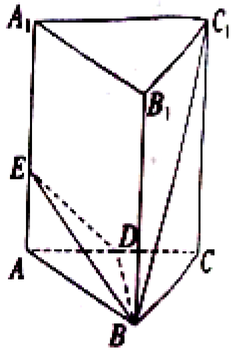
$D(X)=3\times\frac{2}{5}\times(1-\frac{2}{5})=\frac{18}{25}$ ……………………………………12 分

19、（本小题满分 12 分）

已知正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB=2$，$AA_1=\sqrt{3}$，点 $D$ 为 $AC$ 的中点，点 $E$ 在线段 $AA_1$ 上.

（1）当 $AE:EA_1=1:2$ 时，求证：$DE\perp BC_1$；

（2）是否存在点 $E$，使二面角 $D-BE-A$ 等于 $60^\circ$？若存在，求 $AE$ 的长；若不存在，请说明理由.




【答案】(1)证明见解析；(2)存在点 $E$，且 $AE=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

【解析】

试题分析：(1)借助题设条件运用线面垂直的性质定理推证；(2)借助题设运用空间向量的数量积公式建立方程求解.

试题解析：

（1）证明：连接 $DC_1$，

因为 $ABC-A_1B_1C_1$ 为正三棱柱，所以 $\Delta ABC$ 为正三角形，

又因为 $D$ 为 $AC$ 的中点，所以 $BD\perp AC$，

又平面 $ABC\perp$ 平面 $ACC_1A_1$，平面 $ABC\cap$ 平面 $ACC_1A_1=AC$，

所以 $BD\perp$ 平面 $ACC_1A_1$，所以 $BD\perp DE$.

因为 $AE:EA_1=1:2$， $AB=2$， $AA_1=\sqrt{3}$，所以 $AE=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$， $AD=1$，

所以在 $Rt\Delta ADE$ 中， $\angle ADE=30^\circ$，

在 $Rt\Delta DCC_1$ 中， $\angle C_1DC=60^\circ$，所以 $\angle EDC_1=90^\circ$，即 $DE\perp DC_1$，

又 $BD\cap DC_1=D$，

所以 $DE\perp$ 平面 $BDC_1$， $BC_1\subset$ 平面 $BDC_1$，所以 $DE\perp BC_1$.

（2）假设存在点 $E$ 满足条件，设 $AE=m$，

取 $A_1C_1$ 的中点 $D_1$，连接 $DD_1$，则 $DD_1\perp$ 平面 $ABC$，

所以 $DD_1\perp AD$， $DD_1\perp BD$，

分别以 $DA$， $DB$， $DD_1$ 所在直线为 $x$， $y$， $z$ 轴建立空间直角坐标系 $D-xyz$，

则 $A(1,0,0)$， $B(0,\sqrt{3},0)$， $E(1,0,m)$，

所以 $\overrightarrow{DB}=(0,\sqrt{3},0)$， $\overrightarrow{DE}=(1,0,m)$， $\overrightarrow{AB}=(-1,\sqrt{3},0)$， $\overrightarrow{AE}=(0,0,m)$，

设平面 $DBE$ 的一个法向量为 $\overrightarrow{n_1}=(x_1,y_1,z_1)$，

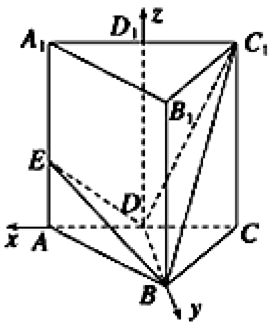
则 $\begin{cases}\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{DB}=0,\\ \overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{DE}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}\sqrt{3}y_1=0,\\ x_1+mz_1=0,\end{cases}$ 令 $z_1=1$，得 $\overrightarrow{n_1}=(-m,0,1)$，

同理，平面 $ABE$ 的一个法向量为 $\overrightarrow{n_2}=(x_2,y_2,z_2)$，

则 $\begin{cases}\overrightarrow{n_2}\cdot\overrightarrow{AB}=0,\\ \overrightarrow{n_2}\cdot\overrightarrow{AE}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}-x_2+\sqrt{3}y_2=0,\\ mz_2=0,\end{cases}$ 取 $y_2=1$，得 $\overrightarrow{n_2}=(\sqrt{3},1,0)$，

所以 $|\cos<\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}>|=\dfrac{|-\sqrt{3}m|}{2\sqrt{m^2+1}}=\cos 60^\circ=\dfrac{1}{2}$，解得 $m=\dfrac{\sqrt{2}}{2}<\sqrt{3}$，

故存在点 $E$，当 $AE=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 时，二面角 $D-BE-A$ 等于 $60^\circ$.




考点：线面垂直的性质定理及空间向量的数量积公式的综合运用.

20、（本小题满分12分）已知椭圆$E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的焦距为$2\sqrt{2}$,其上下顶点分别为$C_1,C_2$，点$A(1,0),B(3,2017),AC_1\perp AC_2$.

（1）求椭圆$E$的方程以及离心率；

（2）点$P$的坐标为$(m,n)(m\neq 3)$,过点$A$的任意作直线$l$与椭圆$E$相交于$M,N$两点，设直线$MB,BP,NB$的斜率依次成等差数列，探究$m,n$之间是否存在某种数量关系，若是请给出$m,n$的关系式，并证明；若不是，请说明理由.

【答案】（1）$\frac{x^2}{3}+y^2=1$；　(2) $2n=2017(m-1)$.

【解析】

试题分析:（1）依题意，$c=\sqrt{2},b=1$，求出$a$的值，即可得到椭圆$C$的方程；（2）①当直线$l$的斜率不存在时，将直线$x=1$与椭圆方程联立，求得$A,B$的坐标，利用$k_1+k_3=2k_2$，可得$m,n$满足的关系式；②当直线$l$的斜率存在时，设直线$l$的方程代入$\frac{x^2}{3}+y^2=1$整理化简，利用韦达定理及$k_1+k_3=2k_2$，可得$k_2$的值从而可得$m,n$满足的关系式.

试题解析：（1）$C_1(0,b),C_2(0,-b),AC_1\perp AC_2\Rightarrow b^2=1$.又$c=\sqrt{2},a^2=3,e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{6}}{3}$，则椭圆方程为：$\frac{x^2}{3}+y^2=1$.

（2）设直线$MN:x=my+1$，且$M(x_1,y_1),N(x_2,y_2)$，

$$\begin{cases}x=my+1\\ \frac{x^2}{3}+y^2=1\end{cases}\Rightarrow (m^2+3)y^2+2my-2=0\Rightarrow\begin{cases}y_1+y_2=-\frac{2m}{m^2+3}\\ y_1y_2=-\frac{2}{m^2+3}\end{cases},$$

$$k_{MB}+k_{NB}=\frac{y_1-2017}{x_1-3}+\frac{y_2-2017}{x_2-3}=\frac{8064-(2017m+2)(y_1+y_2)+2my_1y_2}{4-2m(y_1+y_2)+m^2y_1y_2}=\frac{2017(6m^2+12)}{6m^2+12}=2017$$

而：$k_{PB}=\frac{2017-n}{3-m}=\frac{2017}{2}\Rightarrow 2n=2017(m-1)$.故$m,n$满足：$2n=2017(m-1)$.

21、（本小题满分12分）已知函数$f(x)=\ln(ax+\frac{1}{2})+\frac{2}{2x+1}$.

（1）若$a>0$，且$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增，求实数$a$的取值范围；

（2）是否存在实数$a$，使得函数$f(x)$在$(0,+\infty)$上的最小值为1？若存在，求出实数$a$的值；若不存在，请说明理由.

【答案】（1） $a\ge 2$；（2）存在实数 $a$， $a$ 的值为1.

【解析】

试题分析：（1） $f'(x)=a\cdot\frac{1}{ax+\frac{1}{2}}-2\cdot\frac{2}{(2x+1)^2}=\frac{2a}{2ax+1}-\frac{4}{(2x+1)^2}=\frac{8ax^2+2a-4}{(2ax+1)(2x+1)^2}$， 由于函数 $f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递增，所以 $f'(x)\ge 0$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上恒成立，即 $8ax^2+2a-4\ge 0$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立，转化为 $a\ge\frac{2}{4x^2+1}$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立，根据函数单调性可知 $g(x)=4x^2+1$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递增，所以 $\frac{2}{4x^2+1}\in(0,2)$，因此 $a\ge 2$；（2）假设存在实数 $a$ 使得 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上最小值为1，那么一定要满足 $f(1)\ge 1$，由此限定出 $a>\frac{1}{2}$，又根据第（1）问 $a\ge 2$ 时，函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，但是 $f(0)=2-\ln 2>1$ 不合题意，所以 $0<a<2$， 令 $f'(x)>0$ 得 $f(x)$ 的增区间为 $(\sqrt{\frac{2-a}{4a}},+\infty)$； 令 $f'(x)<0$ 得 $f(x)$ 的减区间为 $(0,\sqrt{\frac{2-a}{4a}})$， 于是 $f(x)_{\min}=f(\sqrt{\frac{2-a}{4a}})=1$， 化简整理可得 $\ln(\frac{\sqrt{2a-a^2}+1}{2})-\frac{\sqrt{2-a}-\sqrt{a}}{\sqrt{2-a}+\sqrt{a}}=0$， 即 $\ln(\frac{\sqrt{2a-a^2}+1}{2})-\sqrt{\frac{2-2\sqrt{2a-a^2}}{2+2\sqrt{2a-a^2}}}=0$， 于是设 $t=\frac{\sqrt{2a-a^2}+1}{2}\in(\frac{1}{2},1]$，则上式即为 $\ln t-\sqrt{\frac{1}{t}-1}=0$，构造 $g(t)=\ln t-\sqrt{\frac{1}{t}-1}$，通过判断函数 $g(t)$ 的单调性来计算 $g(t)=0$ 时 $t$ 的值，然后求出 $a$ 的值.

试题解析：（1） $f'(x)=\frac{2a}{2ax+1}-\frac{4}{(2x+1)^2}=\frac{8ax^2+2a-4}{(2ax+1)(2x+1)^2}$，

由已知 $f'(x)\ge 0$ 在 $x\in(0,+\infty)$ 时恒成立，即 $8ax^2+2a-4\ge 0$ 恒成立，

分离参数得 $a\ge\frac{2}{4x^2+1}$，右边 $\in(0,2)$，所以正实数 $a$ 的取值范围为 $a\ge 2$ .

（2）假设存在这样的实数 $a$， 则 $f(x)\ge 1$ 在 $x\in(0,+\infty)$ 时恒成立，且可以取到等号，故 $f(1)\ge 1$，即 $\ln(a+\frac{1}{2})+\frac{2}{3}\ge 1$，故 $\ln(a+\frac{1}{2})\ge\frac{1}{3}>0=\ln 1$，解得 $a>\frac{1}{2}$ .

从而这样的实数 $a$ 必须为正实数，当 $a\ge 2$ 时，由上面的讨论知 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上递增，

$f(x)>f(0)=2-\ln 2>1$，此时不合题意，故这样的 $a$ 必须满足 $0<a<2$，

此时：令 $f'(x)>0$ 得 $f(x)$ 的增区间为 $(\sqrt{\frac{2-a}{4a}},+\infty)$； 令 $f'(x)<0$ 得 $f(x)$ 的减区间为 $(0,\sqrt{\frac{2-a}{4a}})$ .

故 $f(x)_{\min}=f(\sqrt{\frac{2-a}{4a}})=\ln(a\cdot\sqrt{\frac{2-a}{4a}}+\frac{1}{2})+\frac{2}{2\sqrt{\frac{2-a}{4a}}+1}=1$，

整理得 $\ln(\frac{\sqrt{2a-a^2}+1}{2})-\frac{\sqrt{2-a}-\sqrt{a}}{\sqrt{2-a}+\sqrt{a}}=0$，

即 $\ln(\frac{\sqrt{2a-a^2}+1}{2})-\frac{\sqrt{2-2\sqrt{2a-a^2}}}{\sqrt{2+2\sqrt{2a-a^2}}}=0$，

设 $t=\frac{\sqrt{2a-a^2}+1}{2}\in(\frac{1}{2},1]$，

则上式即为 $\ln t-\sqrt{\frac{1}{t}-1}=0$，构造 $g(t)=\ln t-\sqrt{\frac{1}{t}-1}$，则等价于 $g(t)=0$，

由于 $y=\ln t$ 为增函数，$y=\sqrt{\frac{1}{t}-1}$ 为减函数，故 $g(t)=\ln t-\sqrt{\frac{1}{t}-1}$ 为增函数，

观察知 $g(1)=0$，故 $g(t)=0$ 等价于 $t=1$，与之对应的 $a=1$，

综上符合条件的实数 $a$ 是存在的，即 $a=1$.

22、（本小题满分 10 分）**选修 4—4：坐标系与参数方程**

以直角坐标系的原点 $O$ 为极点，$x$ 轴非负半轴为极轴建立极坐标系，已知曲线 $C$ 的极坐标方程为 $\rho\sin^2\theta=4\cos\theta$.

（1）求曲线 $C$ 的直角坐标方程；

（2）若直线 $l$ 的参数方程为 $\begin{cases}x=1+\frac{2}{\sqrt{5}}t\\ y=1+\frac{1}{\sqrt{5}}t\end{cases}$（$t$ 为参数），设点 $P(1,1)$，直线 $l$ 与曲线 $C$ 相交于 $A,B$ 两点，求 $|PA|+|PB|$ 的值.

【答案】（1） $y^2=4x$ （2） $4\sqrt{15}$

【解析】

试题分析：（1）根据 $y=\rho\sin\theta,x=\rho\cos\theta$ 将曲线极坐标方程化为直角坐标方程：$y^2=4x$ （2）根据直线参数方程几何意义得 $|PA|+|PB|=|t_1-t_2|=\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}$，所以将直线参数方程代入曲线方程 $y^2=4x$，利用韦达定理代入化简得结果

试题解析：(1)由曲线 C 的原极坐标方程可得 $\rho^2\sin^2\theta=4\rho\cos\theta$，

化成直角方程为 $y^2=4x$． ……………………………………………………4 分

(2)联立直线线 l 的参数方程与曲线 C 方程可得 $(1+\frac{1}{\sqrt{5}}t)^2=4(1+\frac{2}{\sqrt{5}}t)$，

整理得 $t^2-6\sqrt{5}t-15=0$， ……………………………………………………7 分

$\because t_1\cdot t_2=-15<0$，于是点 P 在 AB 之间，

$\therefore |PA|+|PB|=|t_1-t_2|=\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}=4\sqrt{15}$． ……………………………10 分

23、（本小题满分 10 分）**选修 4—5：不等式选讲**

已知 $f(x)=|x+2|-|2x-1|$，$M$ 为不等式 $f(x)>0$ 的解集.

（1）求 $M$；

（2）求证：当 $x,y\in M$ 时，$|x+y+xy|<15$.

【答案】（1）$M=\left(-\frac{1}{3},3\right)$；（2.）证明见解析.

【解析】

试题分析：(1)由零点分段解出不等式,取并集；(2)由绝对值不等式可得证.

试题解析：（1）解：$f(x)=\begin{cases}x-3,x<-2\\3x+1,-2\le x\le\frac{1}{2}\\-x+3,x>\frac{1}{2}\end{cases}$

当 $x<-2$ 时，由 $x-3>0$ 得 $x>3$，舍去；

当 $-2\le x\le\frac{1}{2}$ 时，由 $3x+1>0$ 得 $x>-\frac{1}{3}$，即 $-\frac{1}{3}<x\le\frac{1}{2}$；

当 $x>\frac{1}{2}$ 时，由 $-x+3>0$ 得 $x<3$，即 $\frac{1}{2}<x<3$；

综上，$M=(-\frac{1}{3},3)$．

（2）证明：$\because x,y\in M$，$\therefore |x|<3$，$|y|<3$，

$\therefore |x+y+xy|\le|x+y|+|xy|\le|x|+|y|+|xy|=|x|+|y|+|x|\cdot|y|<3+3+3\times3=15$．

# 高考数学五一短期冲刺课程预告

**【课程目标】**

高考考生考前最后一课，从高考考题、调研模拟试题本身把脉高考难点，寻求突破。

①拉分题到底拉在哪里？考前不得不知的技法以及一些杀手锏你都系统地掌握了吗？带你飞

②除了硬实力，面对选填及解答，如何提高单位时间得分率？给你想要！

**【适用学员】**

①高三学员（在校平均成绩 100+） ②优秀的高二学员（在校平均成绩 120+） 文理均可

**【上课时间及内容】**

04 月 29 日（周六）08:30-11:30 选填压轴攻克

04 月 30 日（周日）08:30-11:30 玩转圆锥曲线

05 月 01 日（周一）08:30-11:30 导数为你癫狂

课程开始后，随课附赠精心准备的高考押题卷 2 份

**【班级类型】**

5-15 人小班

**【上课方式】**

讲练结合，教师引导学生先做，然后教师讲解并凝练总结补充拓展

**【费用】**

1440 元/人 含三次课

**【开课校区及师资】**

福田百花校区：**尹会梨**老师 （特点：深谙考点 逻辑清晰 一题多解）

福田园岭校区：**常奕露**老师 （特点：授课通俗易懂 善于引导）

福田景田校区：**龚 凯**老师 （特点：气场强大，对考点把握极其精准）

南山海月校区：**李 磊**老师 （特点：娓娓道来，以小见大，高度总结）

更多试题资料请加入微信群：2017 高考数学学员交流群