

2017 年南沙区初中毕业班综合测试参考答案及评分标准

数 学

一、选择题: (本大题考查基本知识和基本运算, 共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	B	C	B	B	D	D	C	A	C

二、填空题: (本大题查基本知识和基本运算, 体现选择性, 共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

11. ± 5 12. $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 13. 120° 14. $x \geq 3$ 15. $3cm$ 16. $2\sqrt{10}$

三、解答题: (本大题共 9 小题, 满分 102 分. 解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤.)

17. (本小题满分 9 分)

解: $x^2 - 6x - 1 = 0$

$$x^2 - 6x = 1$$

$$x^2 - 6x + 9 = 10 \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$(x-3)^2 = 10 \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$x-3 = \pm\sqrt{10} \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\therefore x-3 = \sqrt{10} \text{ 或 } x-3 = -\sqrt{10}$$

$$\therefore x_1 = 3 + \sqrt{10} \text{ 时, } x_2 = 3 - \sqrt{10} \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

18. (本小题满分 9 分)

证明: \because 四边形 ABCD 是平行四边形

$$\therefore AD \parallel BC \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore \angle DAF = \angle F, \angle D = \angle DCF \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

\because E 是 CD 的中点

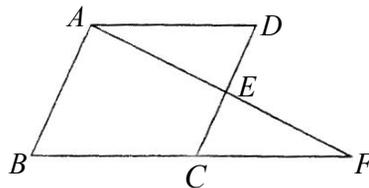
$$\therefore CD = DE \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

在 $\triangle BCE$ 和 $\triangle FCE$ 中

$$\begin{cases} \angle D = \angle DCF \\ CD = DE \\ \angle DAF = \angle F, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BCE \cong \triangle DCF (SAS) \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\therefore AD = CF \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$



19. (本小题满分 10 分)

解: $\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 1} \div \frac{x - 2}{x - 1} = \frac{(x - 2)^2}{(x + 1)(x - 1)} \div \frac{x - 2}{x - 1} = \frac{(x - 2)^2}{(x + 1)(x - 1)} \cdot \frac{x - 1}{x - 2} = \frac{x - 2}{x + 1}$ 4 分

$$\begin{cases} -2x \leq 4 & (1) \\ x - 2 < 0 & (2) \end{cases}$$

由 (1) 得 $x \geq -2$ 5 分

由 (2) 得 $x < 2$ 6 分

$\therefore -2 \leq x < 2$ 7 分

\therefore 不等式组的整数解为: $-2, -1, 0, 1$ 8 分

取 $x = 0$ 得 (x 可以取 $-2, 0$)9 分

$$\frac{x - 2}{x + 1} = \frac{0 - 2}{0 + 1} = -2$$
10 分

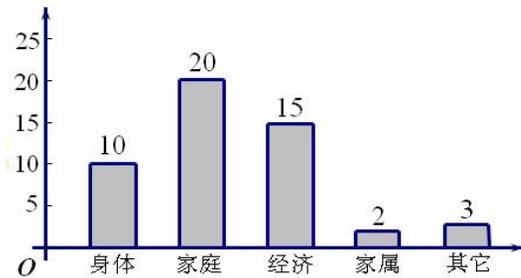
20. (本小题满分 10 分)

解: (1) 这次调查的样本容量是 1001 分

(2) 不愿意生二孩的育龄妇女有 50 人2 分

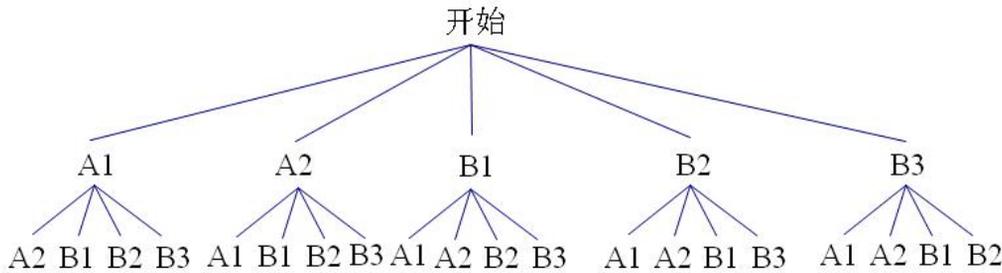
(3) 如图

解: $50 - 10 - 20 - 2 - 3 = 15$ (人)



.....4 分

(4) 用 A 表示“家属”原因, 用 B 表示“其它”原因, 画树状图如下:



.....8 分

由树状图可知, 所有等可能的结果为 20 种, 其中两人都是“家属”原因不愿意生二孩的有 2 种, 概率为:

$$p = \frac{2}{20} = \frac{1}{10} \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

21. (本小题满分 12 分)

解: (1) 设每张门票原定的票价 x 元, 由题意得: $\dots\dots\dots 1$ 分

$$\frac{4000}{x} = \frac{3600}{x-50} \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

解得 $x = 500$.

经检验, $x = 500$ 是原方程的解. $\dots\dots\dots 5$ 分

答: 每张门票原定的票价 600 元. $\dots\dots\dots 6$ 分

(2) 设平均每次降价的百分率为 y , 由题意得: $\dots\dots\dots 7$ 分

$$500(1-y)^2 = 405 \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

解得 $y_1 = 0.1, y_2 = 1.9$ (不合题意, 舍去) $\dots\dots\dots 11$ 分

答: 平均每次降价 10%. $\dots\dots\dots 12$ 分

22. (本小题满分 12 分)

解: (1) 在 $\square ABCD$ 中, $A(-4, 0), B(-1, 3)$

$$\therefore BC = OA = 4$$

$$\therefore C(-5, 3) \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

\therefore 直线 $y = k_1x + b$ 的经过点 $A(-4, 0), C(-5, 3)$

$$\therefore \begin{cases} -4k_1 + b = 0 \\ -5k_2 + b = 3 \end{cases}, \text{ 得 } \begin{cases} k_1 = -3 \\ b = -12 \end{cases}$$

$$\therefore y = -3x - 12 \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

(2) 当 $x < -5$ 时, $k_1x + b > \frac{k_2}{x} \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

(3) \therefore 反比例函数的图象经过点 $C(-5, 3)$

$$\therefore 3 = \frac{k_2}{-5}, \text{ 得 } k_2 = -15$$

$$\therefore y = -\frac{15}{x} \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

当 $x = -4$ 时, $y = -\frac{15}{-4} = \frac{15}{4} \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$

\therefore 当 $\square ABCD$ 向上平移 $\frac{15}{4}$ 个单位后 A 落在反比例函数的图象上...12 分

23. (本小题满分 12 分)

解: (1) 作图 (略) 2 分

(2) ① AB 与 $\odot O$ 相切 3 分

过 O 作 $OD \perp AB$ 于 D

$\because OD \perp AB$

$\therefore \angle ADO = \angle ACB = 90^\circ$

$\because BO$ 为 $\angle ABC$ 的平分线, $OD \perp AB$, $\angle ACB = 90^\circ$

$\therefore OD = OC$

$\because OD \perp AB$, $OD = OC$

$\therefore AB$ 与 $\odot O$ 相切 7 分

② 设 $\odot O$ 的半径为 r , 则 $OD = OC = r$, $AO = 8 - r$

在 $Rt\triangle OBC$ 中, $\sin \angle OBC = \frac{1}{3}$

$\therefore OB = 3r$, $BC = \sqrt{OB^2 - OC^2} = \sqrt{(3r)^2 - r^2} = 2\sqrt{2}r$

又 $\because \angle ADO = \angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = \angle A$

$\therefore Rt\triangle ADO \sim Rt\triangle ACB$ 9 分

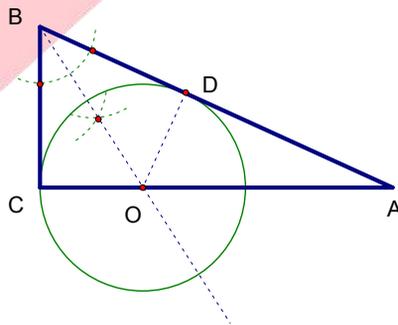
$$\therefore \frac{OD}{BC} = \frac{AD}{AC}$$

$$\therefore \frac{r}{2\sqrt{2}r} = \frac{AD}{8}, \text{得 } AD = 2\sqrt{2}$$

在 $Rt\triangle ADO$ 中, 根据勾股定理可得 $r^2 + (2\sqrt{2})^2 = (8 - r)^2$

解得 $r = \frac{7}{2}$

$\therefore OB = 3r = \frac{21}{2}$ 12 分



24. (本小题满分 14 分)

解: (1) ∵ 抛物线过 $A(0, -1), B(4, -1)$ 两点,

$$\therefore \begin{cases} c = -1 \\ -\frac{1}{2} \times 16 + 4b + c = -1 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} b = 2 \\ c = -1 \end{cases},$$

∴ 抛物线的函数表达式为: $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 1$ 4 分

(2) 证明: ∵ $A(0, -1), B(4, -1)$, 易知 $AB = BC = CD = AD = 4$

∴ $C(4, 3)$,

容易求得直线 AC 关系式为 $y = x - 1, M(1, 0), MO = OA = 1$,

又有 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c = -\frac{1}{2}(x-b)^2 + \frac{b^2}{2} + c$,

∴ 顶点 P 为 $(b, \frac{b^2}{2} + c)$, $FM = b - 1$

过 P, Q 作 $PF \perp x$ 轴于 $F, QE \perp x$ 轴于 E ,

$QG \perp PF$ 于 G

在正方形 $ABCD$ 中, $\angle CAB = 45^\circ, AD \perp x$ 轴,

$$\therefore FM = b - 1 = PF = \frac{b^2}{2} + c$$

$$\therefore (b - 1)^2 = -1 - 2c \text{ 6 分}$$

联立 $\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c \\ y = x - 1 \end{cases}$ 得 $x^2 - 2(b - 1)x + 2(c + 1) = 0$

解关于 x 的方程, $\Delta = 4(b - 1)^2 - 8(c + 1) = 4, x_1 = b, x_2 = b - 2$
..... 8 分

∴ 点 Q 横坐标为 $b - 2, EO = b - 2, QG = EF = b - (b - 2) = 2$

易知 $PG = QG = 2$, 在 $Rt\Delta PQG$ 中, $PQ = \sqrt{QG^2 + PG^2} = 2\sqrt{2}$

所以 PQ 的长为定值。 10 分

(3) 取 AB 的中点 F , 连接 FN, FQ , 连接 BD, DQ, BQ , 则 $BQ = DQ$,

∵ 由上 (2) 可知 $PQ = 2\sqrt{2}$

又 ∵ $FN = \sqrt{BF^2 + BN^2} = 2\sqrt{2}$, 11 分

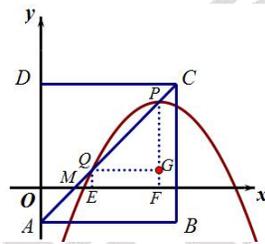
∴ $FN = PQ$,

∴ 四边形 $PNFQ$ 是平行四边形,

∴ $PN = QF$.

∴ $NP + BQ = FQ + DQ \geq FD = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$ 13 分

∴ 当 D, Q, F 三点共线时, $NP + BQ$ 取得最小值为 $2\sqrt{5}$ 14 分



25. (本小题满分 14 分)

解: (1) ① ∵ 四边形 ABCD 是平行四边形, $\angle BAD=120^\circ$

$$\therefore \angle D = \angle B = 60^\circ$$

$$\therefore AD = AB$$

∴ $\triangle ABC, \triangle ACD$ 都是等边三角形

$$\therefore \angle B = \angle CAD = 60^\circ$$

$$\therefore \angle CAD = \angle ECF = 60^\circ$$

∴ 点 E 与点 A 重合

∴ 点 F 与点 D 重合

$$\therefore AE = 0, AF = AD = AC$$

$$\therefore AE + AF = AC$$

$$\therefore (AE + AF) : AC = 1 \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

② 若点 E 与点 A 不重合

由①得 $\triangle ABC, \triangle ACD$ 都是等边三角形

$$\therefore \angle D = \angle CAB = 60^\circ, CD = AC$$

$$\therefore \angle ACE + \angle ACF = \angle ACF + \angle DCF = 60^\circ$$

$$\therefore \angle ACE = \angle DCF$$

$$\therefore \triangle DCF \cong \triangle ACE$$

$$\therefore AE = DF$$

$$\therefore AE + AF = DF + AF = AC$$

$$\therefore (AE + AF) : AC = 1 \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

(2) ① 若点 E 与点 A 重合,

$$\therefore \angle D = \angle B = \angle EAF = 60^\circ, BC = 2AB$$

易知 $\angle 2 = \angle 3$, 又 $\because AD \parallel BC, \therefore \angle 3 = \angle 1$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2 \quad \text{又} \because \angle 1 + \angle 2 + \angle EAF = 120^\circ$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = 30^\circ$$

容易证得 $\angle BAC = \angle DFC = 90^\circ$

$$\text{设 } AF = AC \cdot \cos \angle 3 = 2x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}x, \text{ 又} \because AE = 0,$$

$$\therefore (AE + 2AF) : AC = \sqrt{3}.$$

② 若点 E 与点 A 不重合

过点 C 作 $CH \perp AD$ 于点 H, 设 $HD = x, FH = y,$

由上可知 $\angle ECF = \angle ACH = \angle B = \angle D = 60^\circ,$

$$\angle ECF = \angle ACE + \angle ACF, \angle ACH = \angle HCE + \angle ACF,$$

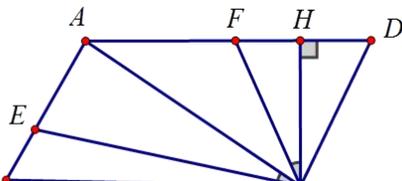
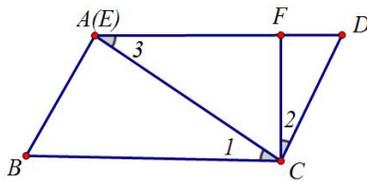
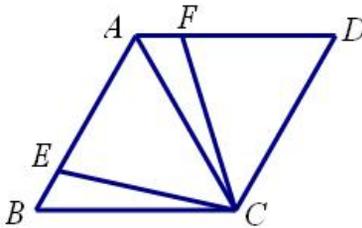
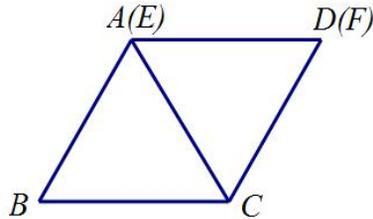
$$\therefore \angle ACE = \angle HCF, \text{ 又} \because \angle BAC = \angle FHC = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ACE \sim \triangle HCF$$

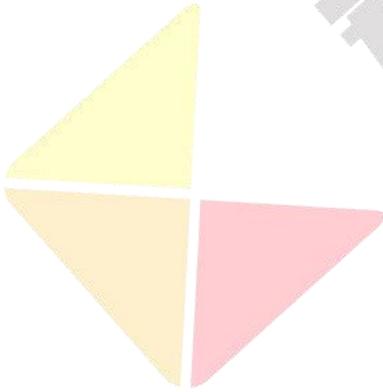
$$\therefore \frac{AE}{FH} = \frac{AC}{CH}$$

在 $\text{Rt}\triangle DCH$ 中, 因为 $\angle D = 60^\circ$, 所以 $CD = 2x, HC = \sqrt{3}x,$ 所以 $AD = 2CD = 4x,$

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $AC^2 + CD^2 = AD^2$, 求得 $AC = 2\sqrt{3}x,$



$$\begin{aligned}\therefore AF &= AD - FD = 4x - x - y = 3x - y, & AE &= AC \cdot FH / CH = 2y \\ \therefore AE + 2AF &= 2y + 2(3x - y) = 6x \\ \therefore (AE + 2AF) : AC &= 6x : 2\sqrt{3}x = \sqrt{3} \\ (3) (AE + 3AF) : AC &= t = \sqrt{7}\end{aligned}$$



爱智康