

2016-2017 南开区初三二模数学试卷

一、选择题 (3×12=36)

C 1. $(-2)^3$ 的结果是

- A. -6 B. 6 C. -8 D. 8

B 2. $4\cos 60^\circ$ 的值为

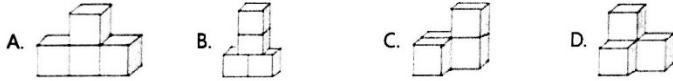
- A. $\frac{1}{2}$ B. 2 C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $2\sqrt{3}$

B 3. 下列图形中，轴对称图形的个数是


- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

C 4. 小明上网查得 H7N9 禽流感病毒直径约为 0.00000008 米，用科学记数法表示为

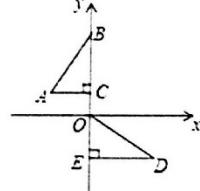
- A. 0.8×10^{-7} 米 B. 8×10^{-7} 米 C. 8×10^{-8} 米 D. 8×10^{-9} 米

D 5. 下列几何体是由 4 个相同的小正方体搭成的，其中主视图和左视图相同的是

A 6. 估计 $\sqrt{41} - 2$ 的值

- A. 在 4 和 5 之间 B. 在 3 和 4 之间 C. 在 2 和 3 之间 D. 在 1 和 2 之间

B 7. 如图，在平面直角坐标系中，点 B、C、E 在 y 轴上， $Rt\triangle ABC$ 经过变换得到 $Rt\triangle ODE$ ，若点 C 的坐标为 (0, 1)， $AC=2$ ，则这种变换可以是

- A. $Rt\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转 90° ，在向下平移 1
 B. $Rt\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转 90° ，在向下平移 3
 C. $Rt\triangle ABC$ 绕点 C 逆时针旋转 90° ，在向下平移 1
 D. $Rt\triangle ABC$ 绕点 C 逆时针旋转 90° ，在向下平移 3


C 8. 下列等式成立的是

- A. $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} = \frac{3}{a+b}$ B. $\frac{2}{2a+b} = \frac{1}{a+b}$ C. $\frac{ab}{ab-b^2} = \frac{a}{a-b}$ D. $\frac{a}{-a+b} = \frac{a}{a+b}$

A 9. 已知 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $P(x_3, y_3)$ 是反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 上的三点，若 $x_1 < x_2 < x_3$, $y_2 < y_1 < y_3$ ，则下列关系不正确的是

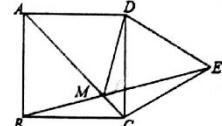
- A. $x_1 \cdot x_2 < 0$ B. $x_1 \cdot x_3 < 0$ C. $x_2 \cdot x_3 < 0$ D. $x_1 + x_2 < 0$

B 10. 已知正方体的体积为 $2\sqrt{2}$ ，则这个正方体的棱长为

- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{6}$ D. 3

- B11. 如图，四边形ABCD是正方形，以CD为边作等边三角形CDE，BE与AC相交于点M，则∠AMD的度数是

A. 75° B. 60° C. 54° D. 67.5°



- A12. “如果二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像与 x 轴有两个公共点，那么一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 有两个不相等的实数根”请根据你对这句话的理解，解决下面问题：若 m、n ($m < n$) 是关于 x 的方程 $1-(x-a)(x-b)=0$ 的两根，且 $a < b$ ，则 a、b、m、n 的大小关系是

A. $m < a < b < n$ B. $a < m < n < b$ C. $a < m < b < n$ D. $m < a < n < b$

二、填空题 (3×6=18)

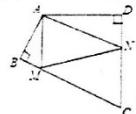
13. $-|-3| = \underline{-3}$

14. 已知关于 x 的方程 $x^2-2x+a=0$ 有两个不相等的实数根。则 a 的取值范围为 $\underline{a < 1}$

15. 小玲在一次班会中参加知识抢答活动，现有语文题 6 个，数学题 5 个，综合题 9 个，她从中随机抽取 1 个，抽中数学题的概率为 $\underline{\frac{1}{4}}$

16. 如果直线 $y=-2x+k$ 与两坐标轴所围成的三角形面积是 9，则 k 的值为 $\underline{\pm 6}$

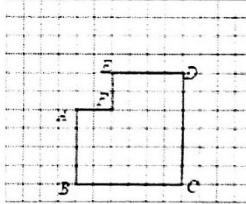
17. 如图，四边形ABCD中， $\angle BAD=120^\circ$ ， $\angle B=\angle D=90^\circ$ ，在BC，CD上分别找一点M、N，使△AMN周长最小时， $\angle AMN+\angle ANM=\underline{120^\circ}$



18. 下列网格中的六边形ABCDEF是由边长为6的正方形左上角减去边长为2的正方形所得，该六边形按一定的方向可剪拼成一个正方形

(I) 根据剪拼前后图形的面积关系，拼成的正方形的边长为 $\underline{4\sqrt{2}}$

(II) 在图中画出两条裁剪线，并画出将此六边形剪拼成的正方形



三、解答题 (66 分)

19. (8 分)

解不等式组 $\begin{cases} 4(x-1) < 3x-4 & ① \\ \frac{1+2x}{3} > x-1 & ② \end{cases}$

请结合题意填空完成本题的解答

(I) 解不等式①，得 $\underline{x < 0}$

(II) 解不等式②，得 $\underline{x < 4}$

(III) 把不等式①和②的解集在数轴上表示出来



20. (8分)

为了解某地区七年级学生对新闻、体育、动画、娱乐、戏曲五类电视节目的喜爱情况。从该地随机抽取部分七年级学生作为样本，采用问卷调查的方法收集数据（参与问卷调查的每名同学只能选择其中一类节目），并将调查得到的数据用下面的表和扇形图来表示（表、图都没制作完成）

节目类型	新闻	体育	动画	娱乐	戏曲
人数	36	90	a	b	27

根据表、图提供的信息。解决以下问题



(I) 表中 $a = 135$ 人； $b = 162$ 人

(II) 扇形统计图中表示“动画”部分所对应的扇形的圆心角度数为 108° ；喜欢 娱乐 类电视节目的人数是样本数据中的众数

(III) 若该地区七年级学生共有 47500 人。试估计该地区七年级学生中喜爱“新闻”类电视节目的学生有多少人？

$$47500 \times \frac{36}{450} = 3800$$

答：该地区七年级学生中喜爱新闻类电视节目的有 3800 人。

21. (10分)

如图，在边长为 8 的正方形 ABCD 中，E 是 AB 上的点， $\odot O$ 是以 BC 为直径的圆

(I) 如图 1，若 DE 与 $\odot O$ 相切于点 F，求 BE 的长

(II) 如图 2，若 $AO \perp DE$ ，垂足为 F，求 BE 的长

解：连接 OF

∴ OF 为半径

$DF \parallel OF$ 因为

$\therefore OF \perp DF$

同理： $OC \perp DC$

$\therefore DF = DC = 8$

同理： $EB > EF$

设 $EB = EF = x$ ，在 $\triangle ADB$ 中

$$AD^2 + AE^2 = ED^2$$

$$8^2 + (8-x)^2 = (8+x)^2$$

解得 $x = 2$

$$\therefore BE = 2$$

III) $\because AO \perp DE$ 于 F

$$\therefore \angle AFD = 90^\circ$$

$$\therefore \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3$$

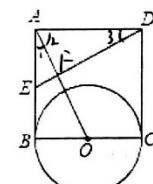
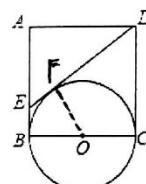
在 $\triangle ABO$ 和 $\triangle DAE$ 中

$$\begin{cases} \angle 1 = \angle 3 \\ \angle AOB = \angle AED = 90^\circ \\ AD = AB \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABO \cong \triangle DAE$

$$\therefore AE = BO = 4$$

$$\therefore BE = AB - AE = 8 - 4 = 4$$



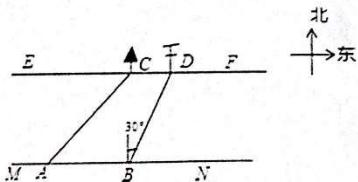


22. (10分)

在综合实践课上，小聪所在小组要测量一条河的宽度，如图，河岸 $EF \parallel MN$ ，小聪在河岸 MN 上点 A 处用测角仪测得河对岸小树 C 位于东北方向，然后沿河岸走了 30 米，到达 B 处，测得河对岸电线杆 D 位于北偏东 30° 方向，此时，其他同学测得 $CD=10$ 米，请根据这些数据求出河的宽度（精确到 0.1）（参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ）

解：设河宽为 x 米

$$\begin{aligned}x - 20 &= \frac{\sqrt{3}}{3}x \\x - \frac{\sqrt{3}}{3}x &= 20 \\x(1 - \frac{\sqrt{3}}{3}) &= 20 \\x &= \frac{60}{3 - \sqrt{3}} \\x &\approx \frac{60}{3 - 1.732} \\x &\approx 47.3\end{aligned}$$



23. (10分) 答：河宽约 47.3 米

由于雾霾天气趋于严重，我市某电器商场根据民众健康需要，代理销售某种家用空气净化器，其进价是 200 元/台。经市场销售后发现：在一个月内，当售价是 400 元/台时，可售出 200 台，其售价每降低 10 元，就可多售出 50 台，若供货商规定这种空气净化器售价不能低于 300 元/台，代理销售商每月要完成不低于 450 台的销售任务。

(I) 完成下列表格，并直接写出月销售量 y (台) 与 x (元/台) 之间的函数关系式及 x 的取值范围。

售价 (元/台)	月销售量 (台)
400	200
390	250
x	$2200 - 5x$

(II) 当售价 x (元/台) 定为多少时，商场每月销售这种空气净化器所得的利润 w (元) 最大？最大利润是多少？

$$\begin{aligned}W &= (x - 200)(2200 - 5x) \\&= -5(x - 440)(x - 200) \\&= -5(x^2 - 640x + 88000) \\&= -5(x - 320)^2 + 72000 \quad (300 \leq x \leq 400)\end{aligned}$$

∴ 当售价定为 320 元/台时，商场所获利润最大，最大为 72000 元。



24. (10分)

如图, 矩形OABC在平面直角坐标系中, O为坐标原点, 点A(0,4), C(2,0), 将矩形OABC绕点O顺时针方向旋转 135° , 得到矩形EFGH(点E与O重合)

(I) 若GH交y轴于点M, 则 $\angle FOM = 45^\circ$, $OM = 2\sqrt{2}$

(II) 将矩形EFGH沿y轴向上平移t个单位

① 直线GH与x轴交于点D, 若 $AD \parallel BO$, 求t的值

② 若矩形EFGH与矩形OABC重叠部分的面积为S个平方单位, 试求当 $0 < t \leq 4\sqrt{2} - 2$ 时, S与t之间的函数关系式

解: (I). ① $AB \parallel x$ 轴

$$OB \parallel AD$$

\therefore 四边形OBAD为平行四边形

$$\therefore AB = OD = 2$$

$$\therefore D(-2, 0)$$

$$\because GH \parallel OF, OF: y = x$$

\therefore 设平移后的GH为 $y = -x + b$

$$\therefore 0 = -(-2) + b$$

$$\therefore b = 2$$

$$\therefore y = -x + 2$$

$$\text{而} CH: y = -x - 2\sqrt{2}$$

$$\therefore t = 2\sqrt{2} - 2$$

② 当EF与底边OC相平时即C在EF右侧时

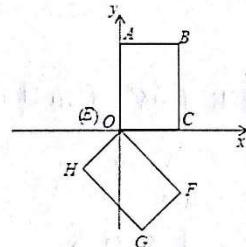
S为等腰直角三角形且直角边长即为t.

$$\therefore \text{此时} S = \frac{1}{2}t^2 \quad (0 \leq t \leq 2)$$

当C在EFT左侧且M在O左侧时

S为直角梯形

$$\therefore \text{此时} S = \frac{1}{2}[(t-2) + t] \times 2 = 2t - 2 \quad (2 < t \leq 2\sqrt{2})$$



当M在O上方时

$$S = 2t - 2 - \frac{1}{2}(t-2)^2$$

$$= 2t - 2 - \frac{1}{2}(t^2 - 4\sqrt{2}t + 32)$$

$$= -\frac{1}{2}t^2 + 2(\sqrt{2} + 1)t - 6 \quad (2\sqrt{2} < t \leq 4\sqrt{2} - 2)$$

$$\therefore S = \begin{cases} \frac{1}{2}t^2 & (0 \leq t \leq 2) \\ 2t - 2 & (2 < t \leq 2\sqrt{2}) \\ -\frac{1}{2}t^2 + 2(\sqrt{2} + 1)t - 6 & (2\sqrt{2} < t \leq 4\sqrt{2} - 2) \end{cases}$$

25. (10分)

已知抛物线 C_1 的函数解析式为 $y=ax^2-2x-3a$, 若抛物线 C_1 经过点 $(0, -3)$

(Ⅰ) 求抛物线 C_1 的顶点坐标

(Ⅱ) 已知实数 $x>0$, 请证明 $x+\frac{1}{x} \geq 2$, 并求出使 $x+\frac{1}{x}=2$ 成立的 x 值

(Ⅲ) 若抛物线先向上平移 4 个单位, 再向左平移 1 个单位后得到抛物线 C_2 , 设 $A(m, m^2)$, $B(n, n^2)$ 是 C_2 上的两个不同点, 且满足: $\angle AOB=90^\circ$, $m>0$, $n<0$ 请你用含有 m 的表达式表示出 $\triangle AOB$ 的面积 S , 并求出 S 的最小值及 S 取最小值时一次函数 OA 的函数解析式(参考公式: 在平面直角坐标系中, 若 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$, 则 P, Q 两点间的距离为 $\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$)

解: ①: $y=ax^2-2x-3a$ 过 $(0, -3)$

$$\therefore -3=-3a$$

$$\therefore a=1$$

$$\therefore y=x^2-2x-3$$

$$y=(x-1)^2-4$$

$$\therefore \text{顶点坐标为 } (1, -4)$$

$$\text{Ⅱ}, \quad x+\frac{1}{x}-2$$

$$=\frac{x^2+1-2x}{x}$$

$$=\frac{(x-1)^2}{x}$$

$$\because x>0, (x-1)^2 \geq 0$$

$$\therefore x+\frac{1}{x}-2 \geq 0$$

$$\therefore x+\frac{1}{x} \geq 2$$

$$x+\frac{1}{x}=2$$

$$x^2+1=2x$$

$$(x-1)^2=0$$

$$x-1=0$$

$$x=1$$

$$\therefore \text{当 } x \geq 1 \text{ 时 } x+\frac{1}{x} \geq 2$$

四, $C_1: y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$

向上平移 4 个单位, 向左平移 1 个单位

$\therefore C_2: y_2=(x-1+1)^2-4+4=x^2$

$\therefore C_2: y=x^2$

$\therefore A(m, m^2), B(n, n^2)$

过 A 作 $AC \perp x$ 于 C

过 B 作 $BD \perp x$ 于 D

$\therefore \angle AOC=90^\circ$

$\therefore \angle BOD=90^\circ$

$\therefore \angle B+\angle BOD=90^\circ$

$\therefore \angle B=\angle AOC$

$\therefore \tan B = \tan AOC$

$\therefore \frac{BD}{OD} = \frac{AC}{OC}$

$\therefore \frac{n}{m} = \frac{m^2}{m}$

$\therefore -\frac{1}{n} > m, n > -\frac{1}{m}$

$\therefore \overline{AB} = \sqrt{BD^2 + AD^2} = \sqrt{n^4 + m^2}$

$= \frac{1}{m} \sqrt{1+m^2}$

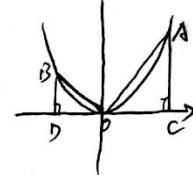
$OA = \sqrt{OC^2 + AC^2} = \sqrt{m^4 + m^2}$

$= m \sqrt{m^2 + 1}$

$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB$

$= \frac{1}{2} \cdot m \sqrt{m^2 + 1} \cdot \frac{1}{m} \sqrt{1+m^2}$

$= \frac{1}{2} \sqrt{(m^2+1)(1+m^2)}$



$$S = \frac{1}{2} \sqrt{m^2 + \frac{1}{m^2} + 2}$$

由题意, 当 $m > 0$ 时

$$m^2 + \frac{1}{m^2} \geq 2$$

当 $m=1$ 时, S 有最小值

$$\text{此时 } S = \frac{1}{2} \sqrt{2+2} = 1$$

而 $A(1, 1)$

且 $OA = OB = \sqrt{2}$