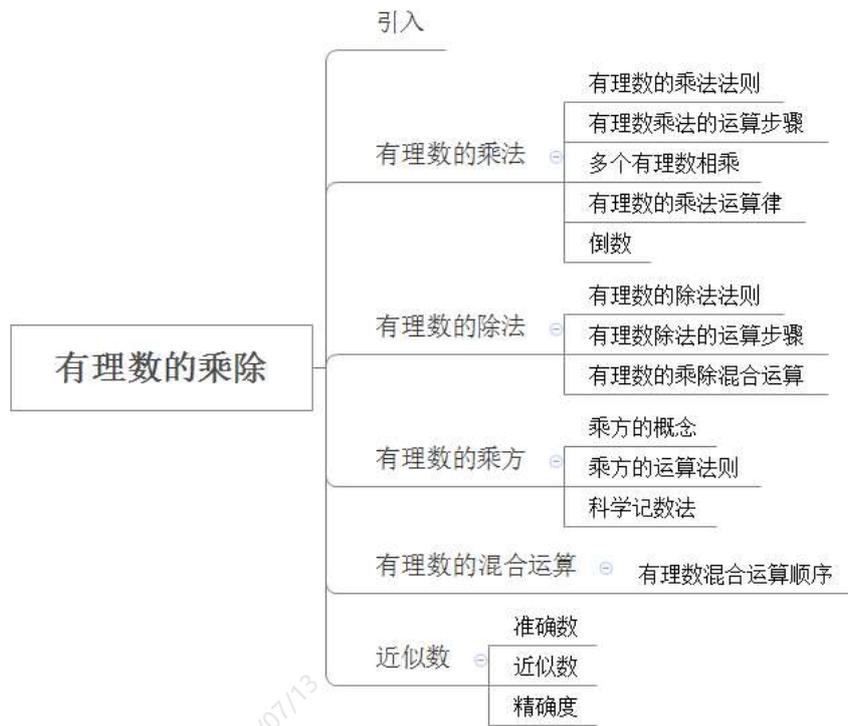


# 有理数的乘除



## 一、引入

议一议：

$$(-3) \times 3 = -9$$

$$(-3) \times 2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-3) \times 1 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-3) \times 0 = \underline{\hspace{2cm}}$$

猜一猜：

$$(-3) \times (-3) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-3) \times (-2) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-3) \times (-1) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-3) \times 0 = \underline{\hspace{2cm}}$$

问：同学们觉得两个有理数相乘的结果有没有规律呢？你能通过思考发它们的规律吗？

## 二、有理数的乘法

### 1. 有理数的乘法法则

有理数乘法法则：两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘。

任何数同0相乘，都得0。

1 计算：

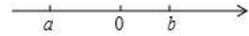
$$1 \quad \frac{2}{3} \times \frac{3}{2}$$

2  $(-1) \times \left(-\frac{3}{7}\right)$

3  $\left(-\frac{1}{4}\right) \times \frac{2}{3}$

4  $(-5) \times \left(-\frac{2}{5}\right) \times \left(3\frac{3}{5}\right) \times 0$

2 有理数 $a$ 、 $b$ 在数轴上的位置如图所示：则 $ab$ 是（ ）。



- A. 负数      B. 正数      C. 非正数      D. 零

## 2. 有理数乘法的运算步骤

有理数乘法的运算步骤：先确定积的符号，再确定积的绝对值。

【方法】口诀：“一定二求”

【拓展】有理数乘法的应用：要得到一个数的相反数，只要将它乘 $-1$

## 3. 多个有理数相乘

(1) 几个不是0的数相乘，负因数的个数是偶数时，积为正数；负因数的个数是奇数时，积为负数，即“奇负偶正”。

(2) 几个数相乘，如果其中有因数为0，那么积等于0。

1 式子 $\frac{1}{3} \times (-6) \times 7.5 \times (+3.8) \times (-981) \times (-66)$ 的符号为\_\_\_\_\_。

2 两个有理数之积是0，那么这两个有理数（ ）。

- A. 至少有一个是0      B. 都是0      C. 互为倒数      D. 互为相反数

3 计算：

1  $5 \times (-3) \times (-2)$

2  $(-2) \times (-3) \times 4 \times (-1)$

4 计算： $1.2 \times \left(-2\frac{4}{5}\right) \times (-2.5) \times \left(-\frac{3}{7}\right)$ 。

#### 4. 有理数的乘法运算律

(1) 乘法交换律：一般地，有理数乘法中，两个数相乘，交换因数的位置，积相等。

$$ab = ba$$

(2) 乘法结合律：一般地，有理数乘法中，三个数相乘，先把前两个数相乘，或者先把后两个数相乘，积相等。

$$(ab)c = a(bc)$$

【拓展】乘法结合律可以推广到三个以上的数，如 $(ab)cd = ab(cd)$ 。

(3) 分配律：一般地，有理数乘法中，一个数同两个数的和相乘，等于把这个数分别同这两个数相乘，再把积相加。

$$a(b+c) = ab+ac$$

1  $-\frac{4}{5} \times (10 - 1\frac{1}{4} + 0.05) = -8 + 1 - 0.04$ ，这个运算应用了（ ）。

- A. 加法结合律      B. 乘法结合律      C. 乘法交换律      D. 分配律

2 计算：

1  $(-\frac{1}{12} - \frac{1}{48} + \frac{3}{4} - \frac{1}{6}) \times (-48)$  .

2  $-8 \times (-\frac{15}{29}) + 12 \times (-\frac{15}{29}) - 4 \times (-\frac{15}{29})$  .

#### 5. 倒数

倒数的概念：乘积是1的两个数互为倒数。

【注意】

①倒数是成对出现的，单独一个数不能称为倒数。

②互为倒数的两个数的乘积一定是1，即 $a, b$ 互为倒数，则 $a \times b = 1$ ；反之亦然。

(1) 求一个 nonzero 有理数的倒数，把它的分子和分母颠倒位置即可。

① 非零整数可以看作分母为1的分数；

② 带分数一定要先化成假分数之后再求倒数。

1 -4的倒数是 \_\_\_\_\_。

2  $-\frac{2}{5}$ 的倒数是 \_\_\_\_\_。

3 已知 $a$ 的倒数是它本身，则 $a$ 一定是( )。

A. 0                  B. 1                  C. -1                  D.  $\pm 1$

### 三、有理数的除法

#### 1. 有理数的除法法则

(1) 除以一个不等于0的数，等于乘这个数的倒数。

$$a \div b = a \cdot \frac{1}{b}, (b \neq 0)$$

(2) 法则的另一说法：两数相除，同号得正，异号得负，并把绝对值相除。0除以任何一个不等于0的数，都得0。

【拓展】分数可以理解为分子除以分母，如 $-\frac{12}{4} = -12 \div 4 = -3$ 。

【注意】被除数与除数是带分数时，先将其化为假分数，再进行计算。

计算：

1  $-\frac{2}{3} \div \frac{4}{3}$  .

2  $(-0.2) \div \left(1\frac{1}{5}\right)$  .

3  $0 \div \left(-\frac{2}{5}\right)$  .

4  $(-1) \div (-4)$  .

#### 2. 有理数除法的运算步骤

有理数除法的运算步骤：先将除法换成乘法，然后确定积的符号，最后求出结果。

【方法】口诀：“一变二定三求”

1 一个数与 $-4$ 的乘积等于 $1\frac{3}{5}$ ，这个数是（ ）。

- A.  $\frac{2}{5}$       B.  $-\frac{2}{5}$       C.  $\frac{5}{2}$       D.  $-\frac{5}{2}$

2 化简：

1  $\frac{-18}{3}$  .

2  $\frac{-15}{-6}$  .

### 3. 有理数的乘除混合运算

有理数的乘除混合运算：先将除法换成乘法，然后确定积的符号，最后求出结果。

【注意】乘除混合运算要“从左到右”运算。

计算： $(-24) \div 5 \times \frac{1}{5}$  .

2 计算： $(-2\frac{1}{2}) \div (-10) \times (-3\frac{1}{3}) \div (-5)$  .

## 四、有理数的乘方

### 1. 乘方的概念

求 $n$ 个相同因数的积的运算叫做乘方，乘方的结果叫做幂。

(1) 一般地， $n$ 个相同的因数 $a$ 相乘，即 $\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_n$ ，记作 $a^n$ ，读作“ $a$ 的 $n$ 次方”；

(2) 在 $a^n$ 中， $a$ 叫做底数， $n$ 叫做指数；

(3) 当 $a^n$ 看作 $a$ 的 $n$ 次方的结果时，读作 $a$ 的 $n$ 次幂。

【拓展】一个数可以看作这个数本身的一次方，例如， $5$ 就是 $5^1$ ，指数 $1$ 通常省略不写。

1  $(-2)^5$ 表示（ ）。

- A. 5个 $-2$ 相乘的积      B.  $-2$ 乘 $5$ 的积      C. 2个 $-5$ 相乘的积      D. 5个 $-2$ 相加的和

2  $(\frac{2}{3})^2$ 的底数是 \_\_\_\_\_，指数是 \_\_\_\_\_，计算的结果是 \_\_\_\_\_。

### 2. 乘方的运算法则

- (1) 负数的奇次幂是负数，负数的偶次幂是正数，即“奇负偶正”；  
 (2) 正数的任何次幂都是正数；  
 (3) 0的任何正整数次幂都是0。

【注意】

- ①  $(-2)^2 = 4$ ，其底数为 $(-2)$ ， $(-2)^2 = (-2) \times (-2) = 4$ ；  
 ②  $-2^2 = -4$ ，其底数为 $2$ ， $-2^2 = (-1) \times 2^2 = (-1) \times 2 \times 2 = -4$ ；  
 ③  $\left(\frac{3}{7}\right)^2 = \frac{9}{49}$ ，其底数为 $\frac{3}{7}$ ， $\left(\frac{3}{7}\right)^2 = \frac{3}{7} \times \frac{3}{7} = \frac{9}{49}$ ；  
 ④  $\frac{3^2}{7} = \frac{9}{7}$ ，其底数为 $3$ ， $\frac{3^2}{7} = \frac{3 \times 3}{7} = \frac{9}{7}$ ；  
 ⑤  $\left(1\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$ ，带分数的乘方运算，一定要先化成假分数后再运算。

1 计算： $3^4 = \underline{\quad}$ ； $-3^4 = \underline{\quad}$ ； $(-3)^4 = \underline{\quad}$ ； $-(-3)^4 = \underline{\quad}$ 。

2 计算： $\frac{2^3}{3} = \underline{\quad}$ ； $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \underline{\quad}$ ； $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = \underline{\quad}$ ； $-\frac{(-2)^3}{3} = \underline{\quad}$ 。

3 设 $n$ 为自然数，则： $(-1)^{2n-1} = \underline{\quad}$ ； $(-1)^{2n} = \underline{\quad}$ 。

4 平方后等于 $\frac{4}{9}$ 的有理数是  $\underline{\quad}$ 。

5 若 $(x+1)^2 + |y-1| = 0$ ，则 $x^{2018} + y^{2019} = \underline{\quad}$ 。

### 3. 科学记数法

科学记数法：把一个大于10的数表示成 $a \times 10^n$ 的形式（其中 $1 \leq a < 10$ ， $n$ 是正整数）。

【方法】

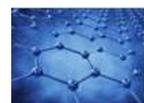
①用科学记数法表示一个 $n$ 位整数，其中10的指数是 $n-1$ ，10的指数比整数的位数少1。

②万 $= 10^4$ ，亿 $= 10^8$

1 地球绕太阳每小时转动通过的路程约是 $1.1 \times 10^5$ km，用科学记数法表示一天（以24小时计）转动通过的路程约是（ ）。

- A.  $0.264 \times 10^7$ km  
 B.  $2.64 \times 10^6$ km  
 C.  $26.4 \times 10^5$ km  
 D.  $264 \times 10^4$ km

2 石墨烯（Graphene）是从石墨材料中剥离出来、由碳原子组成的只有一层原子厚度的二维晶体。石墨烯一层层叠起来就是石墨，厚1毫米的石墨大约包含300万层石墨烯。300万用科学记数法表示为（ ）。



A.  $300 \times 10^4$

B.  $3 \times 10^5$

C.  $3 \times 10^6$

D. 3000000

## 五、有理数的混合运算

### 1. 有理数混合运算顺序

1先乘方，再乘除，最后加减；

2同级运算，从左到右进行；

3如有括号，先做括号内的运算，按小括号、中括号、大括号的顺序依次进行。

【注意】进行有理数混合运算时的易错点：

① 乘方概念错误，如 $2^3 = 6$ 等。

② 底数错误，如 $(-2)^2 = -4$ ， $-2^2 = 4$ 等。

③ 运算顺序发生错误，如 $2 \div \frac{1}{3} \times 3 = 2 \div 1 = 2$ 等。

④ 分配律运算错误，如 $-2 \times (2 - \frac{1}{2}) = -2 \times 2 - 2 \times \frac{1}{2} = -4 - 1 = -5$ 等。

1 计算下列各式：

1  $| -5 - 8 | + 24 \div (-3)$

2  $-0.25 \div (-\frac{3}{7}) \times (1 - \frac{1}{5})$  .

3  $-3^2 \times (-2)^3 - (-3)^2$  .

4  $1 \div [\frac{1}{2} - (-1 + 1\frac{2}{3})] \times 4$  .

5  $-12 \times (\frac{1}{6} + \frac{1}{48}) - 49\frac{3}{28} \div (-5)^2$  .

2 计算： $[1 - (1 - 0.5 \times \frac{1}{3})] \times [-10 + (-3)^2]$  .

3 计算： $-1 - \left\{ (-3)^3 - \left[ 3 + 0.4 \times \left( -1\frac{1}{2} \right) \right] \div (-2) \right\}$  .

## 六、近似数

1. 准确数：表示实际数量的数 .
2. 近似数：在一定程度上反映被考察量的大小，能说明实际问题的意义，与准确数非常地接近 .
3. 精确度：表示近似数与准确数的接近程度 .

### 4. 精确度的类型

(1) 纯数字类：按四舍五入法对圆周率 $\pi$ 取近似数时

$\pi \approx 3$  (精确到个位)

$\pi \approx 3.1$  (精确到十分位，或叫精确到0.1)

$\pi \approx 3.14$  (精确到百分位，或叫精确到0.01)

$\pi \approx 3.142$  (精确到千分位，或叫精确到0.001)

(2) 带单位类：近似数2.6万 (精确到千位)

(3) 科学记数法类：近似数 $3.51 \times 10^4$  (精确到百位)

1 如图所示，下面的数据中，精确数有 \_\_\_\_\_ 个，近似值有 \_\_\_\_\_ 个 .



天安门广场有44万 $m^2$



小明测得塔高20m



天空中有4只飞鸟



某词典共有1234页

2 用四舍五入法将3.657取近似值并精确到0.01约是 \_\_\_\_\_ ，将 $2.008 \times 10^5$ 取近似值并精确到千位约是 \_\_\_\_\_ 。

3 填写下列各数的精确度：

1 3.57精确到 \_\_\_\_\_ ，或说精确到 \_\_\_\_\_ 。

2 1.30万精确到 \_\_\_\_\_ 。

3  $3.5 \times 10^5$ 精确到 \_\_\_\_\_ 。