2017-2018 学年江苏省南京市高一（上）

期中数学预热考试卷

参考答案与试题解析

一、填空题（本大题共 14 小题，每题 5 分，共 70 分，不需要写解答过程，请把答案写在答题纸的指定位置）

1．（5 分）已知集合 A=｛1，2，4｝，B=｛2，4，6｝，则 A∩B=＿｛2，4｝＿．

【分析】利用交集的定义找出 A，B 的所有的公共元素组成的集合即为 A∩B．

【解答】解：∵A=｛1，2，4｝，B=｛2，4，6｝，

∴A∩B=｛2，4｝

故答案为：｛2，4｝．

【点评】进行集合间的运算时，一般先化简各个集合，然后利用数轴作为工具进行运算．

2．（5 分）函数 $y=\frac{1}{\sqrt{2x-2}}$ 的定义域为＿（1，+∞）＿．

【分析】直接由分母中根式内部的代数式大于 0 求解．

【解答】解：要使原函数有意义，则 2x﹣2＞0，得 x＞1．

∴函数 $y=\frac{1}{\sqrt{2x-2}}$ 的定义域为（1，+∞）．

故答案为：（1，+∞）．

【点评】本题考查函数的定义域及其求法，是基础的计算题．

3．（5 分）计算 $27^{-\frac{1}{3}}$ 的结果是＿$\frac{1}{3}$＿．

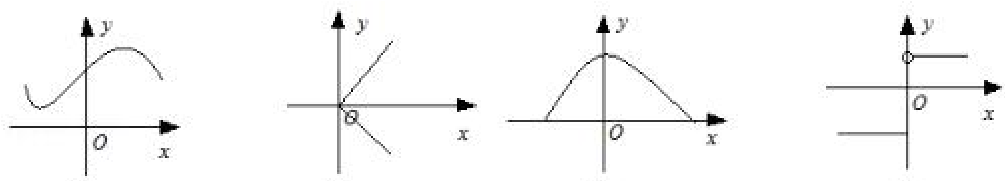
【分析】根据指数幂的运算性质计算即可．

【解答】解：$27^{-\frac{1}{3}}=3^{3\times(-\frac{1}{3})}=\frac{1}{3}$，

故答案为：$\frac{1}{3}$

【点评】本题考查了指数幂的运算性质，属于基础题．

4．（5 分）下列四个函数图象中，不是函数图象的是＿（2）＿（填序号）



(1)　(2)　(3)　(4)

【分析】根据函数的定义可知：对于 x 的任何值 y 都有唯一的值与之相对应，紧扣概念，分析图象即可得到结论．

【解答】解：根据函数的定义可知，只有（2）不能表示函数关系．

故答案为（2）．

【点评】本题主要考查了函数的图象，函数的意义反映在图象上简单的判断方法是：做垂直 x 轴的直线在左右平移的过程中与函数图象只会有一个交点，属于基础题．

5．（5 分）不等式 $2^{x+2}>8$ 的解集为＿（1，+∞）＿．

【分析】把不等式两边化为同底数，转化为一元一次不等式求解．

【解答】解：由 $2^{x+2}>8$，得 $2^{x+2}>2^3$，∴$x+2>3$，即 $x>1$．

∴不等式 $2^{x+2}>8$ 的解集为（1，+∞）．

故答案为：（1，+∞）．

【点评】本题考查指数不等式的解法，是基础的计算题．

6．（5 分）设 $f(x)=\begin{cases}2^{-x}, & x\leqslant 0\\ \log_2 x, & x>0\end{cases}$，则 f（4）=＿2＿．

【分析】由已知 $f(x)=\begin{cases}2^{-x}, & x\leqslant 0\\ \log_2 x, & x>0\end{cases}$，将 x=2 代入可得答案．

【解答】解：∵$f(x)=\begin{cases}2^{-x}, & x\leqslant 0\\ \log_2 x, & x>0\end{cases}$，

∴$f(4)=\log_2 4=2$，

故答案为：2

【点评】本题考查的知识点是分段函数的应用，函数求值，难度不大，属于基础题．

7．（5 分）已知一次函数 f（x）满足 f（f（x））=4x+9，则 f（x）的函数关系式__f（x）=2x+3 和 f（x）=﹣2x﹣9__．

【分析】设函数 f（x）=kx+b（k≠0），带入 f（f（x））=4x+9，利用待定系数法求解 k，b 的值．

【解答】解：由题意：f（x）是一次函数，设函数 f（x）=kx+b（k≠0），

则：f（f（x））=k（kx+b）+b=k^2x+kb+b

∵f（f（x））=4x+9，

可得：k^2x+kb+b=4x+9，

即$\begin{cases}k^2=4\\kb+b=9\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}k=2\\b=3\end{cases}$或$\begin{cases}k=-2\\b=-9\end{cases}$

∴f（x）的函数关系式为 f（x）=2x+3 和 f（x）=﹣2x﹣9．

故答案为：f（x）=2x+3 和 f（x）=﹣2x﹣9．

【点评】本题考查了函数解析式的求法，利用了待定系数法，属于基础题．

8．（5 分）已知 f（x）=x^2+3ax+4，b﹣3≤x≤2b 是偶函数，则 a+2b 的值是__2__．

【分析】根据偶函数的定义得出 x^2﹣3ax+4=x^2+3ax+4，且 b﹣3+2b=0，得出 a=0，b=1 即可得出 a﹣b 的值．

【解答】解：∵函数 f（x）=x^2+3ax+4，b﹣3≤x≤2b 是偶函数，

∴f（﹣x）=f（x），即 x^2﹣3ax+4=x^2+3ax+4，且 b﹣3+2b=0

得出 a=0，b=1，

∴a+2b=2．

故答案为 2

【点评】本题考查偶函数的定义，解析式的关系式，定义域的对称性，属于中档题．

9．（5 分）设函数 f（x）满足 f（x+1）=f（x）对一切实数 x 恒成立，若 $0\leq x<1$ 时，f（x）$=2^x$，则 f（$\log_2 12$）=___$\frac{3}{2}$___．

【分析】利用函数的周期，转化所求表达式求解即可．

【解答】解：f（x+1）=f（x），可得函数的周期为 1，当 $0<x\leq 1$，f（x）$=2^x$，

f（$\log_2 12$）=f（$\log_2 12-3$）=f（$\log_2\frac{3}{2}$）$=2^{\log_2\frac{3}{2}}=\frac{3}{2}$，

故答案为：$\frac{3}{2}$

【点评】本题考查函数的周期性以及函数值的求法，考查计算能力，属于基础题

10．（5 分）已知函数 f（x）$=ax^3-bx+5$，a，b∈R，若 f（﹣3）=﹣1，则 f（3）=

11___．

【分析】根据已知中函数的解析式，可得 f（﹣x）+f（x）=10，再由 f（﹣3）=﹣1，可得 f（3）的值．

【解答】解：∵函数 f（x）$=ax^3-bx+5$，a，b∈R，

∴f（﹣x）$=-ax^3+bx+5$，

∴f（﹣x）+f（x）=10，

∵f（﹣3）=﹣1，

∴f（3）=11，

故答案为：11．

【点评】本题考查的知识点是函数求值，函数奇偶性的应用，其中根据已知得到 f（﹣x）+f（x）=10，是解答的关键．

11．（5 分）已知 $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$，a，b∈R，则计算（lg2）^{3}+3lg2•lg5+（lg5）$^3+\frac{1}{2}$结果是__$\frac{3}{2}$__．

【分析】利用已知条件，结合对数运算法则化简求解即可．

【解答】解：$(\lg2)^3+3\lg2\bullet\lg5+(\lg5)^3+\frac{1}{2}=(\lg2+\lg5)(\lg^2 2-\lg2\lg5+\lg^2 5)+3\lg2\bullet\lg5+\frac{1}{2}$

$=\lg^2 2+2\lg2\lg5+\lg^2 5+\frac{1}{2}$

$=(\lg2+\lg5)^2+\frac{1}{2}$

$=1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$．

故答案为：$\frac{3}{2}$．

【点评】本题考查对数运算法则的应用，考查计算能力．

12．（5 分）若 $f(x)=x^2-4x+4+m$ 的定义域值域都是[2，n]，则 m^n=__8__．

【分析】利用二次函数的对称轴公式求出对称轴，判断出二次函数的单调性，得到函数的最值，列出方程求出 m，n．

【解答】解：∵$f(x)=x^2-4x+4+m$ 的对称轴为 x=2，

∴函数 f（x）在[2，n]上为增函数，

f（2）=4﹣8+4+m=2，解得 m=2，

$f(n)=n^2-4n+4+m=n$，解得 n=3 或 n=2（舍去），

∴$m^n=2^3=8$，

故答案为：8

【点评】本题主要考查函数定义域和值域的应用，根据一元二次函数单调性的性质是解决本题的关键

13．（5 分）函数 $f(x)=\begin{cases}a(x-1)^2+1, & x<1\\(a+3)x+4a, & x\geqslant1\end{cases}$满足对于任意 $x_1<x_2$ 时都有

$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>0$成立，则 a 的取值范围__[﹣$\frac{2}{5}$，0）__．

【分析】由增函数的定义知，得到此函数是一个增函数，由此关系得出 a 的取值范围即可．

【解答】解：根据题意，由增函数的定义知，此函数是一个增函数；

故有$\begin{cases}a<0\\a+3>0\\1\leqslant a+3+4a\end{cases}$，解得﹣$\frac{2}{5}$≤a<0，

则 a 的取值范围是[﹣$\frac{2}{5}$，0），

故答案为：[﹣$\frac{2}{5}$，0）．

【点评】本题考查函数的连续性，解题本题关键是根据题设中的条件得出函数是一个增函数，再有增函数的图象特征得出参数所满足的不等式，这是此类题转化常的方式，本题考查了推理论证的能力及转化的思想．

14．（5 分）设已知函数 f（x）=|lnx|，正数 a，b 满足 a<b，且 f（a）=f（b），若 f（x）在区间[a^2，b]上的最大值为 2，则 2a﹣b=__$\frac{2}{e}$-e__．

【分析】由题意可知 0<a<1<b，以及 ab=1，再 f（x）在区间[a^2，b]上的最大值为 2 可得出 f（a^2）=2 求出 a，故可得 2a+b 的值．

【解答】解：由对数函数的性质知

∵f（x）=|lnx|正实数 a、b 满足 a<b，且 f（a）=f（b），

∴0<a<1<b，以及 ab=1，

又函数在区间[a^2，b]上的最大值为 2，由于 f（a）=f（b），f（a^2）=2f（a）

故可得 f（a^2）=2，即|lna^2|=2，即 lna^2=﹣2，即 $a^2=\frac{1}{e^2}$，可得 a=$\frac{1}{e}$，b=e

则 2a﹣b=$\frac{2}{e}$+e，

故答案为：$\frac{2}{e}$-e．

【点评】本题考查对数函数的值域与最值，求解本题的关键是根据对数函数的性质判断出 0<a<1<b，以及 ab=1 及 f（x）在区间[a^2，b]上的最大值的位置．根据题设条件灵活判断对解题很重要．

二、解答题（本大题共 6 小题，共 90 分，解答应必要的文字说明，证明过程或演算步骤）（本题满分 90 分）

15．（14 分）已知集合 $A=\{x|-1\leqslant x\leqslant 10\}$，集合 $B=\{x|2x-6\geqslant 0\}$．

（1）求$\complement_R$（A∪B）；

（2）已知 $C=\{x|a<x<a+1\}$，且 C⊆A，求实数 a 的取值范围．

【分析】根据题意化简集合 B，求出 A∪B 的补集$\complement_R$（A∪B），再根据 C⊆A，列出不等式求出 a 的取值范围．

【解答】解：（1）集合 $A=\{x|-1\leqslant x\leqslant 10\}$，集合 $B=\{x|2x-6\geqslant 0\}=\{x|x\geqslant 3\}$，

∴$A\cup B=\{x|x\geqslant -1\}$；

∴$\complement_R(A\cup B)=\{x|x<-1\}$；

（2）$C=\{x|a<x<a+1\}$，且 C⊆A，

∴$\begin{cases}a\geqslant -1\\ a+1\leqslant 10\end{cases}$，

解得 a 的取值范围是 $-1\leqslant a\leqslant 9$．

【点评】本题考查了并集与补集以及子集的概念与运算问题，是基础题．

16．（14 分）解方程 ln（2x+1）=ln（x^2-2）；

求函数 $f(x)=(\frac{1}{2})^{2x}+2\times(\frac{1}{2})^{x}$（$x\leqslant -1$）的值域.

【分析】（1）根据方程式，方程的解需要满足函数定义域要求，再根据对数相等即可列出方程式；

（2）利用换元法转化为一元二次函数来求原函数的值域即可；

【解答】解：（1）由题意：$\ln(2x+1)=\ln(x^2-2)$；

所以有 $\begin{cases}2x+1>0\\x^2-2>0\\2x+1=x^2-2\end{cases}$ $\Rightarrow x=3$ 或 -1（负舍）

故方程的解为 $\{x|x=3\}$；

（2）由题意：函数 $f(x)=(\frac{1}{2})^{2x}+2\times(\frac{1}{2})^{x}$（$x\leqslant -1$）

令 $t=(\frac{1}{2})^{x}\in[2,+\infty)$，换元后得：

$g(t)=t^2+2t$ （$t\geqslant 2$）

$g(t)$ 为一元二次函数，开口朝上，对称轴为 $t=-1$，知：

$g(t)$ 在 $(2,+\infty)$ 上单调递增，$g(t)_{min}=8$

故 $g(t)$ 的值域为 $[8,+\infty)$

【点评】本题主要考查了方程的解以及定义域，同时考查了利用换元法求函数值域，属基础题.

17.（14 分）定义在 R 上的奇函数 $f(x)$，当 $x>0$ 时，$f(x)=-x^2+2x-3$.

当 $x\in[2,4]$时，求 $f(x)$ 的值域；

当 $f(m)=6$ 时，求 m 的值.

【分析】利用配方法求 $f(x)$ 的值域；求出当 $x<0$ 时，$f(x)=-f(-x)=-(-x^2-2x-3)=x^2+2x+3$，利用 $f(m)=6$，求 m 的值.

【解答】解：当 $x>0$ 时，$f(x)=-x^2+2x-3=-(x-1)^2-2$，

∵x∈[2，4]，∴函数单调递减，∴f（x）的值域是[－11，－3]；

x＞0 时，f（x）=－x^2+2x－3=6，可得 x^2－2x+9=0，无解；
当 x＜0 时，f（x）=－f（－x）=－（－x^2－2x－3）=x^2+2x+3=6，∴x=－3 或 x=1（舍去），
∴m=－3.
【点评】本题考查了借助函数的奇偶性求解函数的解析式，考查函数的值域，属于基础题.

18.（16 分）已知销售“笔记本电脑”和“台式电脑”所得的利润分别是 P（单位：万元）和 Q（单位：万元），它们与进货资金 t（单位：万元）的关系有经验公式 P=$\frac{1}{16}$t 和 Q=$\frac{1}{2}\sqrt{t}$. 某商场决定投入进货资金 50 万元，全部用来购入这两种电脑，那么该商场应如何分配进货资金，才能使销售电脑获得的利润 y（单位：万元）最大？最大利润是多少万元？
【分析】设用于台式电脑的进货资金为 m 万元，则用于笔记本电脑的进货资金为（50－m）万元，那么 y=P+Q，代入可得关于 x 的解析式，利用换元法得到二次函数 f（t），再由二次函数的图象与性质，可得结论．.
【解答】解：设用于台式电脑的进货资金为 m 万元，则用于笔记本电脑的进货资金为（50－m）万元，…（2 分）
所以，销售电脑获得的利润为 y=P+Q=$\frac{1}{16}$（50－m）+$\frac{1}{2}\sqrt{\pi}$（0≤m≤50）. …（6 分）

令 u=$\sqrt{\pi}$，则 u∈[0，$5\sqrt{2}$]，（不写 u 的取值范围，则扣 1 分）

则 y=－$\frac{1}{16}u^2+\frac{1}{2}u+\frac{25}{8}$=－$\frac{1}{16}$（u－4）$^2+\frac{33}{8}$. …（10 分）
当 u=4，即 m=16 时，y 取得最大值为$\frac{33}{8}$.

所以当用于台式机的进货资金为16万元，用于笔记本的进货资金为34万元时，可使销售电脑的利润最大，最大为$\frac{33}{8}$万元．…（16分）

【点评】本题考查函数模型的选择与应用，考查了换元法的应用，运用换元法解题时，要注意换元前后函数自变量取值范围的变化，以免出错．

19．（16分）已知函数f（x）=2$\log_3$（3﹣x）﹣$\log_3$（1+x）．

（1）求f（x）的定义域；

（2）当0≤x≤2时，求f（x）的最大值和最小值．

【分析】（1）根据对数的意义列出不等式组解出即可；

（2）化简f（x），求出$\frac{(3-x)^2}{x+1}$的值域即可得出f（x）的最值．

【解答】解：（1）由f（x）有意义得$\begin{cases}3-x>0\\1+x>0\end{cases}$，解得﹣1<x<3．

∴f（x）的定义域为（﹣1，3）．

（2）f（x）=$\log_3\frac{(3-x)^2}{1+x}$，

令g（x）=$\frac{(3-x)^2}{1+x}=\frac{x^2-6x+9}{x+1}$，

则g′（x）=$\frac{(2x-6)(x+1)-(x^2-6x+9)}{(x+1)^2}=\frac{(x+1)^2-16}{(x+1)^2}$，

∵x∈[0，2]，∴（x+1）^{2}﹣16<0，

∴g（x）是减函数，∴g（2）≤g（x）≤g（0）

即$\frac{1}{3}$≤g（x）≤9，

∴当g（x）=$\frac{1}{3}$时，f（x）取得最小值$\log_3\frac{1}{3}$=﹣1，

当g（x）=9时，f（x）取得最大值$\log_3 9$=2．

【点评】本题考查了对数的运算性质，对数函数的性质，函数单调性的判断与最值计算，属于中档题．

20．（16 分）已知函数 $f(x)=x^2+2bx+5$（$b\in R$）．

（1）若 $b=2$，试解不等式 $f(x)<10$；

（2）若 $f(x)$ 在区间$[-4,\ -2]$上的最小值为 -11，试求 b 的值；

（3）若 $|f(x)-5|\leq 1$ 在区间 $(0,1)$ 上恒成立，试求 b 的取值范围．

【分析】（1）根据一元二次不等式的解法解得即可．

（2）根据所给的二次函数的性质，写出对于对称轴所在的区间不同时，对应的函数的最小值，

（3）利用函数的单调性分别求出 $y=\frac{1}{x}-x$ 的最小值为 0，$y=-x-\frac{1}{x}$ 的最大值为 -2，由此求得 b 的取值范围．

【解答】解：（1）$f(x)=x^2+4x+5<10$，

即 $x^2+4x-5<0$，

即 $(x+5)(x-1)<0$，

解得 $-5<x<1$，

故不等式的解集为 $(-5,1)$，

（2）$f(x)=x^2+2bx+5=(x+b)^2-b^2+5$，

其对称轴为 $x=-b$，

当 $-b<-4$ 即 $b>4$ 时，在区间$[-4,\ -2]$上单调递增，故 $y_{min}=16-8x+5=-11$，

解得 $b=4$，舍去；

当 $-4\leq -b\leq -2$ 即 $2\leq b\leq 4$ 时，在对称轴处取最小值，故 $y_{min}=-b^2+5=-11$，

解得 $b=\pm 4$，只有 $b=4$ 符合题意，

当 $-b>-2$ 即 $b<2$ 时，在区间$[-4,\ -2]$上单调递减，故 $y_{min}=4-4b+5=-11$，

解得 $b=5$，不符合题意，舍去；

综上所述：b 的值为 4，

（3）$|f(x)-5|\leq 1$ 在区间 $(0,1)$ 上恒成立，

∴ $|x^2+2bx|\leq 1$ 在区间 $(0,1)$ 上恒成立，

∴ $-1\leq x^2+2bx\leq 1$，

∴ $-x-\frac{1}{x}\leqslant 2b\leqslant -x+\frac{1}{x}$

∵函数 $y=-x-\frac{1}{x}$ 在（0，1）上为增函数，$y>-1-1=-2$，

函数 $y=-x+\frac{1}{x}$ 在（0，1）上为减函数，$y<-1+1=0$，

∴ $-2\leqslant 2b\leqslant 0$，

解得 $-1\leqslant b\leqslant 0$，

故 b 的取值范围为[－1.0]

【点评】本题考查了二次函数的性质以及函数的最值和参数的取值范围的问题，属于中档题