

第9题答案

【例1】(2017年海珠区一模)

【答案】C

【解析】抛物线与x轴有两个交点，则 $b^2-4ac>0$ ， $b^2>4ac$ ，故不可选A；

抛物线顶点坐标为(4,6)，开口向下，则 $ax^2+bx+c\leq 6$ ，故不可选B；

抛物线的对称轴为 $x=4$ ， $2-4=-2$ ， $5-4=1$ ，则点 $(2,m)$ 到对称轴的距离比 $(5,n)$ 到对称轴的距离大，所以 $m < n$ ，故C选项结论错误，答案为C；

抛物线的对称轴为 $x=-\frac{b}{2a}=4$ ， $\therefore b=-8a$ ，即 $8a+b=0$ ，故不可选D.

故答案为C.

【同类题型迁移】

【1.1】(2017年育才中学一模)

【答案】C

【解析】将(2,4)代入 $y=ax^2+bx-3$ 得到 $4=4a+2b-3$ ， $\therefore 4a+2b=7$ ，

$\therefore 8a+4b+1=2(4a+2b)+1=15$. 故答案为C.

【例2】(2015年铁一模)

【答案】A

【解析】因为线段、等边三角形、平行四边形、圆中是中心对称图形的有线段、平行四边形、圆，所以

现从中随机抽取一张，卡片上画的恰好是中心对称图形的概率是 $\frac{3}{4}$ ，故答案为A.

【同类题型迁移】

【2.1】(2015年番禺区一模)

【答案】A

【解析】列表或画树状图可得该事件共有6中等可能，取出两个都是红球的概率有1种可能，所以取出的

两个球都是红球的概率为 $\frac{1}{6}$ ，故答案为A.

【2.2】(2015年省实一模)

【答案】B

【解析】①项错误，两直线平行，同位角相等；②项正确，根据倒数的性质可得；③项错误，对角线相等且互相垂直的四边形还可能是等腰梯形；④项错误，抛物线 $y=x^2-2x$ 与坐标轴有2个不同交点；⑤项正确，由题可知圆锥底面圆的半径为 $\sqrt{5^2-4^2}=3$ ，所以圆锥的侧面积为

$\pi rl=\pi \times 3 \times 5=15\pi$. 综上所述，共有5个命题，其中是真命题的个数为2，从中任选一个命题

是真命题的概率为 $\frac{2}{5}$ ，故答案为B.

【例3】(2017年白云区一模)

【答案】D

【解析】 $\because x_1 < 0 < x_2$ ， $\therefore A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ 位于不同象限， $\therefore y_1 < y_2$

\therefore 点 $A(x_1, y_1)$ 在第三象限，点 $B(x_2, y_2)$ 在第一象限，

$\therefore 1-3m > 0$ ，解得 $m < \frac{1}{3}$ ，故答案为D.

【同类题型迁移】

【3.1】 (2017 年育才实验)

【答案】 C

【解析】 \because 一次函数 $y = mx + |m-1|$ 中 y 随 x 的增大而增大，

$\therefore m > 0$. 一次函数 $y = mx + |m-1|$ 的图象过点 $(0, 2)$ ，

\therefore 当 $x=0$ 时， $|m-1|=2$ ，计算得出 $m_1=3$ ， $m_2=-1 < 0$ (舍去)，故答案为 C.

【例 4】 (2015 年省实一模)

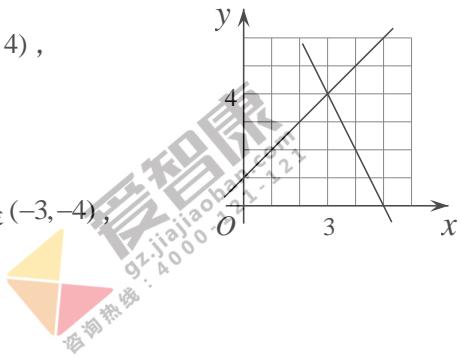
【答案】 D

【解析】 如图所示，函数 $y = kx + b$ 与 $y = mx + n$ 的图象交点为 $(3, 4)$ ，

则方程组 $\begin{cases} y = kx + b \\ y = mx + n \end{cases}$ 的解所在坐标为 $(3, 4)$ ，

因此方程组 $\begin{cases} y = kx + b \\ y = mx + n \end{cases}$ 的解关于原点对称的点的坐标是 $(-3, -4)$ ，

故答案为 D.



【同类题型迁移】

【4.1】 (2015 年天河区一模)

【答案】 B

【解析】 两函数解析式所组方程组的解为 $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ ，从而判定它在第二象限，故答案为 B.

【4.2】 (2017 年真光一模)

【答案】 D

【解析】 由图象可知，当 $x > 2$ 或 $x < -1$ 时，函数 y_1 在函数 y_2 的图象上方，此时 $y_1 > y_2$ ，故答案为 D.

【例 5】 (2016 年二中一模)

【答案】 C

【解析】 作 $B'D \perp y$ 轴于 D ， $B'F \perp x$ 轴于 F ，根据正方形的性质，

$\therefore OC = BC = 4$ ， $\angle B = 90^\circ$ ，由 $\angle BPC = 60^\circ$ 得 $\angle BCP = 30^\circ$ ，

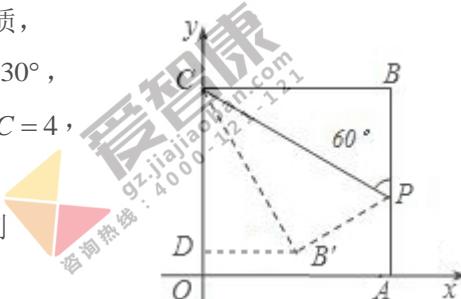
再根据折叠的性质得到 $\angle BCP = \angle B'CP = 30^\circ$ ， $C'B = BC = 4$ ，

$\therefore \angle CB'E = 30^\circ$

在 $Rt\triangle CB'D$ 中，根据含 30° 的直角三角形三边关系得到

$B'D = \frac{1}{2}CB' = 2$ ， $CD = \sqrt{3}B'D = 2\sqrt{3}$ ，则 $OD = 4 - 2\sqrt{3}$

$\therefore B'F = 4 - 2\sqrt{3}$ ，则 B' 点坐标为 $(2, 4 - 2\sqrt{3})$ ，故答案为 C.



【同类题型迁移】

【5.1】(2017年三中一模)

【答案】B

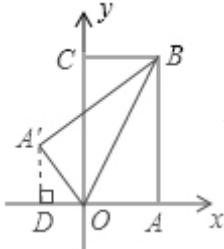
【解析】过 A' 作 $A'D \perp x$ 轴与点 D ，在直角 $\triangle OAB$ ，

$$\because \cos \angle BOA = \frac{OA}{OB} = \frac{1}{2}, \therefore \angle BOA = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle A'OB = \angle BOA = 60^\circ, \therefore \angle A'OD = 60^\circ,$$

$$\text{在直角 } \triangle A'OD \text{ 中, } OD = OA' \cdot \cos 60^\circ = 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}, A'D = A'O \cdot \sin 60^\circ = 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ 点 } A' \text{ 的坐标}$$

$$\text{为 } (-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}). \text{ 故答案为 B.}$$



【5.2】(2017年番禺区一模)

【答案】B

【解析】根据三角形的内角和等于 180° 求出 $\angle AED + \angle ADE$ ，再根据翻折变换的性质可得

$\angle A'DE = \angle ADE$ ， $\angle A'ED = \angle AED$ ，然后利用平角等于 180° 列式计算即可得解 $\angle 1 + \angle 2 = 2\alpha$ ，故答案为B.

【5.3】(2015年南沙区一模)

【答案】D

【解析】设 $BE = x$ ，则 $CE = 8 - x$ ，

\because 矩形 $ABCD$ 沿 EF 折叠后点 C 与 A 重合，

$\therefore AE = CE = 8 - x$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中， $AB^2 + BE^2 = AE^2$ ，

即 $4^2 + x^2 = (8 - x)^2$

解得 $x = 3$ ，

$\therefore AE = 8 - 3 = 5$ ，

由翻折的性质得， $\angle AFE = \angle CEF$ ，

$\because AD \parallel BC$ ，

$\therefore \angle AFE = \angle CEF$ ，

$\therefore \angle AEF = \angle AFE$ ，

$\therefore AE = AF = 5$ ，

过点 E 作 $EH \perp AD$ 于点 H ，可得四边形 $ABEH$ 是矩形，

$\therefore EH = AB = 4$ ， $AH = BE = 3$

$\therefore FH = 2$ ，

在 $\text{Rt}\triangle EFH$ 中，由勾股定理求得 $EF = 2\sqrt{5}$ ，故答案为D.

【例6】(2017年华附一模)

【答案】A

【解析】 \because 一次函数是 $y = mx + n$ ，正比例函数 $y = mnx$ ，且 $mn \neq 0$ ，

\therefore 分情况讨论，

当 $m > 0$ ， $n > 0$ 时，一次函数与 y 轴交点在正半轴，两个函数图像从左向右是上升的；

当 $m > 0$ ， $n < 0$ 时，一次函数与 y 轴交点在负半轴，图像从左向右是上升的；正比例函数图像从左往右下降；

当 $m < 0, n > 0$ 时, 一次函数与 y 轴交点在正半轴, 两个函数图像从左向右是下降的;

当 $m < 0, n < 0$ 时, 一次函数与 y 轴交点在负半轴, 图像从左向右是下降的; 正比例函数图像从左往右上升;

符合情况的只有 A 图, 故答案为 A .

【同类题型迁移】

【6.1】 (2016 年省实一模)

【答案】 B

【解析】 \because 二次函数图象开口向下, $\therefore a < 0$,

$$\therefore \text{对称轴 } x = -\frac{b}{2a} < 0, \therefore b < 0,$$

\therefore 正比例函数 $y = bx$ 经过第二、四象限, 反比例函数 $y = \frac{a}{x}$ 位于第二、四象限,

纵观各选项, 只有 B 选项符合, 故选 B .

【6.2】 (2015 年育才实验一模)

【答案】 D

【解析】 当 $k > 0$ 时, 反比例函数的系数 $-k < 0$, 反比例函数过第二、四象限, 一次函数经过第一、三、四象限, D 选项符合; 当 $k < 0$ 时, 反比例函数的系数 $-k > 0$, 所以反比例函数过第一、三象限, 一次函数过二、三、四象限, 原题没有满足的图形, 故答案为 D .

【6.3】 (2017 年广州中考真题)

【答案】 D

【解析】 当 $a > 0$ 时, 则 $-a < 0$, 反比例图象经过第一、三象限, 二次函数图象开口向下, 并与 y 轴交于正半轴, 故此种情况, 没有答案可选, 当 $a < 0$ 时, 则 $-a > 0$, 反比例图象经过第二、四象限, 二次函数图象开口向上, 并与 y 轴交于负半轴, 故答案为 D .

【例 7】 (2017 年二中一模)

【答案】 B

【解析】 \because 圆心角为 120° , 半径为 3cm 的扇形的弧长 $= \frac{120\pi \times 3}{180} = 2\pi$, \therefore 圆锥的底面圆的周长为 2π ,

\therefore 圆锥的底面圆的半径为 1, \therefore 这个纸帽的高 $= \sqrt{3^2 - 1^2} = 2\sqrt{2}$, 故答案为 B .

【同类题型迁移】

【7.1】 (2016 年海珠区一模)

【答案】 C

【解析】 要使恰好围成圆锥模型, 需要扇形弧长等于圆形周长. 故 $\frac{90^\circ}{120^\circ} \times 2\pi R = 2\pi r$, 化简得: $\frac{1}{4}R = r$,

故 $R = 4r$, 故本题正确答案为 C .

【7.2】 (2015 年海珠实验中学一模)

【答案】 D

【解析】 连接 OB, AC , 相交于点,

\because 在菱形 $OABC$ 中, $AC \perp BO$, $CF = AF$, $FO = BF$, $\angle COB = \angle BOA$,

又 \because 扇形 DOE 的半径为3,

$$\therefore FO = BF = 1.5,$$

$$\because \text{菱形 } OABC \text{ 边长为 } \sqrt{3}, \text{ 则 } \cos \angle FOC = \frac{FO}{CO} = \frac{1.5}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \angle FOC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle EOD = 2 \times 30^\circ = 60^\circ,$$

$$\therefore DE = \frac{60\pi \times 3}{180} = \pi,$$

底面圆的周长为: $2\pi r = \pi$,

$$\text{解得: } r = \frac{1}{2}, \text{ 圆锥母线为: } 3,$$

$$\text{则此圆锥的高为: } \sqrt{3^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{35}}{2}$$

故答案为D.

【例8】(2015年中考真题)

【答案】C

【解答】先把正六边形分成六个等边三角形, 边长就是半径, 即等边三角形的边长为 $2\sqrt{3}$, 则等边三角形的面积为 $3\sqrt{3}$. 所以正六边形的面积是 $18\sqrt{3}$. 所以答案选C.

【同类题型迁移】

【8.1】(2017年四中聚贤一模)

【答案】A

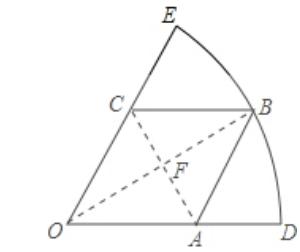
【解析】连接 OA, OD, OE, OF, AD , 则 AD 过 O ,

依题意可得: 三角形内接圆的圆心为角平分线的交点,

$$\therefore \angle OBD = 30^\circ, BD = CD = 3,$$

$$\therefore OD = \sqrt{3}, \angle BOC = 120^\circ, S_{\text{阴影}} = \frac{120^\circ}{360^\circ} \times \pi \times (\sqrt{3})^2 = \pi.$$

故答案为A.



【8.2】(2016年中大附中一模)

【答案】C

【解析】设 $B'C'$ 与 CD 的交点为 E , 连接 AE ,

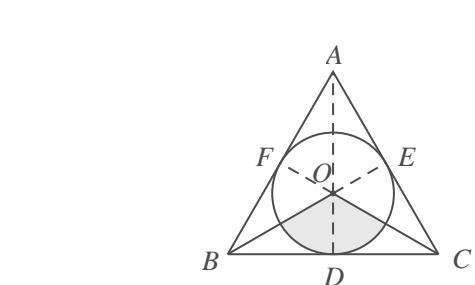
$$\because AD = AB', AE = AE,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ADE \cong \text{Rt}\triangle AB'E$$

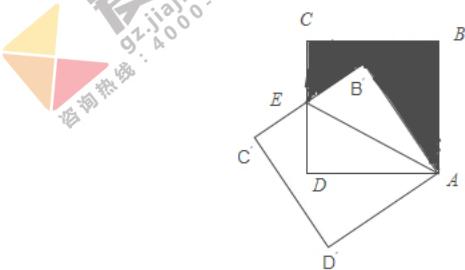
$$\therefore \angle B'AE = \angle DAE = \angle DAD' = 30^\circ$$

$$\therefore DE = 1 \times \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \therefore S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3} \times 1 = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = 1 - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{6} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}, \text{ 故答案为C.}$$



【8.3】(2016年广大附一模)



【答案】D

【解析】如图, 过点 B 作 $BH \perp GF$ 于点 H ,

$$\text{则 } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC$$

$\because AC \parallel DE$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DBE \therefore \frac{AC}{DE} = \frac{AB}{DB} = \frac{BC}{BE}$$

$\therefore BC = 7, CE = 3$

$$\therefore DE = \frac{10}{7} AC, DB = \frac{10}{7} AB$$

$$\therefore AD = BD - BA = \frac{3}{7} AB$$

$$\therefore S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2} (AC + DE) \cdot AD = \frac{51}{98} AB \cdot AC$$

$\because AD \parallel GF, BH \perp GF, AC \perp AB,$

$\therefore BH \parallel AC,$

\therefore 四边形 $BDFH$ 是矩形,

$$\therefore BH = DF, FH = BD = \frac{10}{7} AB,$$

$\therefore \triangle GBH \sim \triangle BCA,$

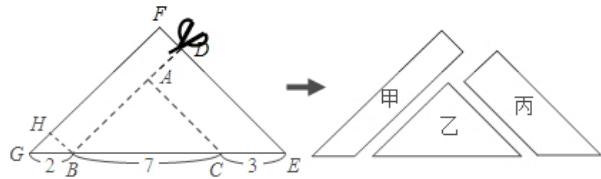
$$\therefore \frac{GH}{AB} = \frac{BH}{AC} = \frac{GB}{BC},$$

$\therefore GB = 2, BC = 7,$

$$\therefore DF = \frac{2}{7} AB, GF = \frac{12}{7} AB,$$

$$\therefore S_{\triangle ADF} = \frac{1}{2} (BD + GF) \cdot DF = \frac{22}{49} AB \cdot AC$$

\therefore 甲<乙, 乙<丙. 故答案为 D.



【例 9】(2015 年二中一模)

【答案】A

【解析】因为 $AB = BC$, 所以 $\angle BAD = \angle C$. 因为 $\angle ABC = 120^\circ$, 所以 $\angle BAD = \angle C = 30^\circ$.

因为 AD 为 $\odot O$ 的直径, $AD = 6$, 所以 $\angle ABD = 90^\circ$.

由圆弧所对的圆周角相等, 则 $\angle D = \angle C = 30^\circ$, 所以 $AB = \frac{1}{2} AD = 3$. 故本题正确答案为 A.

【同类题型迁移】

【9.1】(2017 年十三中一模)

【答案】B

【解析】 $\because \odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, $\angle A = 50^\circ$,

\therefore 根据圆周角定理可知, $\angle OBC = 2\angle A = 100^\circ$, 故答案 B.

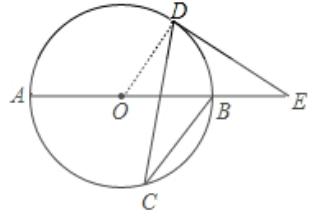
【9.2】(2017 年从化区一模)

【答案】D

【解析】连接 OD

$$\begin{aligned}\because \angle DCB &= 30^\circ, \\ \therefore \angle BOD &= 60^\circ. \\ \because DE \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线}, \\ \therefore \angle ODE &= 90^\circ. \\ \therefore \angle EDO &= 30^\circ. \\ \therefore OE &= 2OD = AB = 4,\end{aligned}$$

在 $\text{Rt}\triangle ODE$ 中, $DE = \sqrt{OE^2 - OD^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$. 故答案为 D.



【9.3】 (2017 年广州中考真题)

【答案】D

【解析】连接 OD

$\because AD$ 是非直径的弦, OB 是半径, $\therefore AD \neq 2OB$, 则 A 错误,

$\because \angle BAD = 20^\circ$, $AB \perp CD$,

由垂径定理性质, 可得: $\angle COB = \angle DOB = 2\angle BAD = 40^\circ$, 则 D 正确,

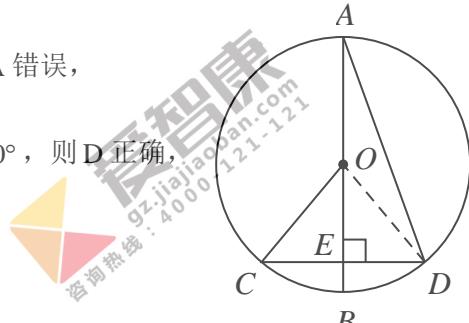
$\therefore \triangle COB$ 不是等腰直角三角形,

$\therefore CE \neq EO$, 则 B 错误,

$\because \angle COB = 40^\circ$,

$\therefore \angle OCE = 90^\circ - \angle COB = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$, 则 C 错误.

故答案选 D.



【例 10】 (2017 年广附一模)

【答案】D

【解析】过点 C 作 $CE \perp x$ 轴于点 E,

\because 顶点 C 的坐标为 $(m, 3\sqrt{3})$, $\therefore OE = -m$, $CE = 3\sqrt{3}$,

\because 菱形 $ABOC$ 中, $\angle BOC = 60^\circ$, $\therefore OB = OC = \frac{CE}{\sin 60^\circ} = 6$,

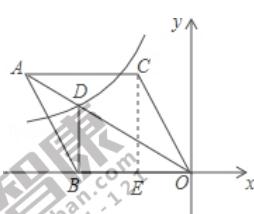
$\angle BOD = \frac{1}{2} \angle BOC = 30^\circ$,

$\because BD \perp x$ 轴, $\therefore DB = OB \cdot \tan 30^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$,

\therefore 点 D 的坐标为: $(-6, 2\sqrt{3})$,

\because 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象与菱形对角线 AO 交于 D 点,

$\therefore k = xy = -12\sqrt{3}$. 故答案为 D.



【同类题型迁移】

【10.1】 (2015 年 16 中一模)

【答案】A

【解析】 \because 菱形 $OABC$ 的顶点 A 在 x 轴的正半轴上, 顶点 C 的坐标为 $(3, 4)$

$$\therefore CO = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$\therefore AO = BC = 5 \therefore B(8, 4) \therefore k = xy = 4 \times 8 = 32$$

故答案为 A.

【10.2】 (2017 年十三中一模)

【答案】C

【解析】 $\because \tan \angle BAO = 2$ ，即 $\frac{BO}{AO} = 2$ ，

\therefore 设 $BO = 2x$ ， $AO = x$ ，

$$\therefore S_{\triangle ABO} = \frac{1}{2} \times BO \times AO = \frac{1}{2} \times 2x \times x = 4,$$

$\therefore x = 2$ ， $\therefore B(0, 4)$ ， $A'(4, 2)$

$\because C$ 是 AB 的中点， $\therefore C(2, 3)$ ，

\therefore 将 $C(2, 3)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$ 中， $\therefore k = 6$ ，故答案为 C.

【例 11】(2017 年 16 中一模)

【答案】D

【解析】 $\because a$ 、 b 是一元二次方程 $x^2 - x - 2016 = 0$ 的两个实数根， $\therefore a^2 - a - 2016 = 0$ ，

$\therefore a^2 = a + 2016$ ，又根据根与系数的关系可得： $a + b = 1$ ，

$$\therefore a^3 + 2017b - 2015$$

$$= a^2 \cdot a + 2017b - 2015$$

$$= (a + 2016) \cdot a + 2017b - 2015$$

$$= a^2 + 2016a + 2017b - 2015$$

$$= a + 2016 + 2016a + 2017b - 2015$$

$$= 2017(a + b) + 1$$

$$= 2018$$

【同类题型迁移】

【11.1】(2016 年七中一模)

【答案】D

【解析】由直线 $y = kx$ ($k > 0$) 得 $y_1 = kx_1$ ， $y_2 = kx_2$ ，则 $x_1y_2 - 7x_2y_1 = kx_1x_2 - 7kx_1x_2 = -6kx_1x_2$

由 $\begin{cases} y = kx \\ y = \frac{3}{x} \end{cases}$ 得到 $kx^2 - 3 = 0$ ，则 $x_1x_2 = -\frac{3}{k}$

$$\therefore x_1y_2 - 7x_2y_1 = -6kx_1x_2 = -6k \times \frac{-3}{k} = 18$$

【例 12】(2017 年省实一模)

【答案】D

【解析】有公共顶点的两个角不一定是对顶角，故 A 选项错误；

多项式 $x^2 - 4x$ 因式分解的结果是 $x(x+2)(x-2)$ ，故 B 选项错误；

$a + a = 2a$ ，故 C 选项错误；

一元二次方程 $x^2 - x - 2 = 0$ ， $\Delta = b^2 - 4ac = -7 < 0$ ，故此方程无实数根，正确，

故答案为 D.

【同类题型迁移】

【12.1】(2016 年广雅一模)

【答案】C

【解析】C 选项中矩形的对角线相互平分是对的，但不垂直，对角线相互垂直的四边形是菱形和正方

形，故答案为C.

【12.2】(2015年海珠实验中学一模)

【答案】A

【解析】先计算出判别式得到 $\Delta = b^2 - 16$ ，要举一个反例，则 b 满足 $b < 0$ 且方程没有实数根解即 $\Delta = b^2 - 16 < 0$ ，分别代入可知当 $b = -1$ 时， $\Delta = b^2 - 16 = -15 < 0$ ，故答案为A.

第10题

【例1】(2017年二中一模)

【答案】C

【解析】 \because 一段抛物线 $C_1: y = -x(x-2) (0 \leq x \leq 2)$ ，

\therefore 图象 C_1 与 x 轴交点坐标为：(0,0), (2,0),

\therefore 将 C_1 绕 A_1 旋转 180° 得到 C_2 ，交 x 轴于 A_2 ，

\therefore 抛物线 $C_2: y = (x-2)(x-4) (2 \leq x \leq 4)$ ，将 C_2 绕点 A_2 旋转 180° 得到 C_3 ，交 x 轴于 A_3 ，……

$\therefore P(2017, m)$ 在抛物线 C_{1009} 上，

$\because n = 1009$ 是奇数，

$\therefore P(2017, m)$ 在 x 轴的上方， $m = 1$ ，故答案为C

【1.1】(2017年中大附一模)

【答案】D

【解析】 \because 点 A 的坐标为(1,0)，点 D 的坐标为(0,2)

$\therefore OA = 1$ ， $OD = 2$ ，设正方形的面积分别为 S_1 ， S_2 ，……， S_{2012} ，易证 $\triangle BAA_1 \sim \triangle B_1A_1A_2$ ，

在直角 $\triangle ADO$ 中，由勾股定理得， AD 的长为 $AD = \sqrt{OA^2 + OD^2} = \sqrt{5}$ ，

$\therefore AB = AD = BC = \sqrt{5}$ ， $S_1 = 5$ ，

$\because \angle DAO + \angle ADO = 90^\circ$ ， $\angle DAO + \angle BAA_1 = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle ADO = \angle BAA_1$ ， $\therefore \tan \angle BAA_1 = \frac{1}{2}$ ，

$\therefore A_1B = \frac{\sqrt{5}}{2}$ ， $A_1C = BC + A_1B = \frac{3\sqrt{5}}{2}$ ，

$\therefore S_2 = \frac{9}{4} \times 5 = 5 \times (\frac{3}{2})^2$ ， \therefore 同理可得 $S_3 = \frac{81}{16} \times 5 = 5 \times (\frac{3}{2})^4$ ，

由此可得 $S_n = 5 \times (\frac{3}{2})^{2n-2}$ ， $\therefore S_{2012} = 5 \times (\frac{3}{2})^{2 \times 2012-2} = 5 \times (\frac{3}{2})^{4022}$ ，故选D.

【1.2】(2016年省实一模)

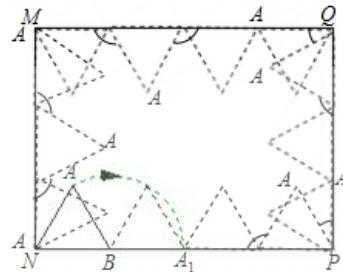
【答案】D

【解析】根据题意，第一个图形中有 $1 \times 2 - 1 = 1$ 个平行四边形，第二个图形中有 $2 \times 3 - 1 = 5$ 个平行四边形，第三个图形中有 $3 \times 4 - 1 = 11$ 个平行四边形，……，以此类推，第十个图形中有 $10 \times 11 - 1 = 109$ 个平行四边形. 故本题正确答案为D.

【1.3】(2016年七中一模)

【答案】A

【解析】先根据旋转的性质, 正三角形 ANB 旋转 5 圈, 圆心角为 7 个 120° 和 2 个 30° , 半径为 1 的弧, 则 $l = \frac{120 \times 7 + 2 \times 30}{180} \cdot \pi \times 1 = 5\pi$, 故答案为 A.



【例 2】(2017 年海珠区一模)

【答案】B

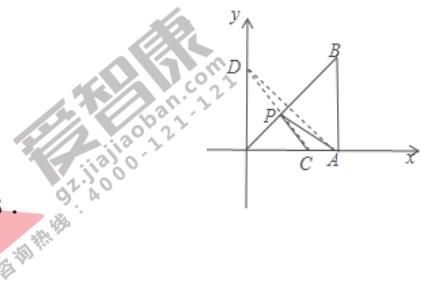
【解析】作 A 关于 OB 的对称点 D , 连接 CD 交 OB 于 P , 连接 AP , 则此时 $PA + PC = PD + PC = CD$, $PA + PC$ 的值最小,

$$\because \text{顶点 } B \text{ 的坐标为 } (\sqrt{2}, \sqrt{2}) \therefore AB = \sqrt{2}, OA = \sqrt{2}$$

$$\because \angle OAB = 90^\circ \therefore \angle B = \angle AOB = 45^\circ$$

$$\text{由勾股定理得 } OB = AD = 2$$

$$\therefore C(1, 0) \therefore CD = \sqrt{3}, \text{ 即 } PA + PC \text{ 的最小值是 } \sqrt{3}, \text{ 故答案为 B.}$$



【2.1】(2017 年广雅一模)

【答案】D

【解析】作 M 点关于 AC 的对称点 M' , 连接 $M'N$, 则与 AC 的交点即是 P 点的位置,

$$\because M, N \text{ 分别是 } AB, BC \text{ 的中点,}$$

$$\therefore MN \text{ 是 } \triangle ABC \text{ 的中位线,}$$

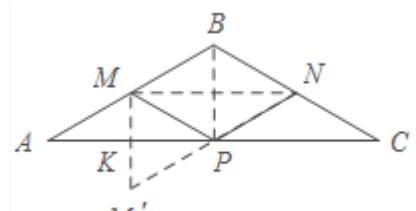
$$\therefore MN \parallel AC, \therefore \frac{PM'}{PN} = \frac{KM'}{KM},$$

$$\therefore PM' = PN, \text{ 即: 当 } PM + PN \text{ 最小时, } P \text{ 在 } AC \text{ 的中点,}$$

$$\therefore MN = \frac{1}{2} AC, \therefore PM = PN = 1, MN = \sqrt{3},$$

$$\therefore AC = 2\sqrt{3}, AB = BC = 2PM = 2PN = 2,$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的周长为: } 2 + 2 + 2\sqrt{3} = 4 + 2\sqrt{3} \text{. 故答案为 D.}$$



【2.2】(2017 年华附一模)

【答案】B

【解析】如图, 连接 CD . 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 6$, $BC = 8$,

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 10.$$

$$\because DE \perp AC, DF \perp BC, \angle ACB = 90^\circ,$$

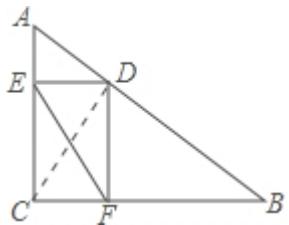
$$\therefore \text{四边形 } CFDE \text{ 是矩形,}$$

$$\therefore EF = CD.$$

由垂线段最短可得: 当 $CD \perp AB$ 时, 线段 EF 的值最小,

$$\text{此时 } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AC = \frac{1}{2} AB \cdot CD,$$

$$\text{即 } \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = \frac{1}{2} \times 10 \times CD, \text{ 解得 } CD = 4.8, \text{ 故答案为 B.}$$



【例3】(2017年从化区一模)

【答案】A

【解析】 $\because \alpha, \beta$ 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (2m+3)x + m^2 = 0$ 的两个不相等的实数根

$$\therefore \alpha + \beta = 2m + 3, \alpha\beta = m^2$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{2m + 3}{m^2} = 1 \text{ 解得 } m = -1, m = 3$$

由 $\Delta = [-(2m+3)^2] - 4m^2 = 12m + 9 > 0$ 得 $m > -\frac{3}{4}$, 故答案为A.

【3.1】(2016年中考真题)

【答案】A

【解析】若 a, b 是方程 $x^2 - x + \frac{1}{4}m = 0$ ($m < 1$)的两根, 则 $a + b = 1$, 由定义新运算可得

$$\begin{aligned} \text{原式} &= b(1-b) - a(1-a) \\ &= b - b^2 - a + a^2 \\ &= a^2 - b^2 = (a-b) \\ &= (a-b)(a+b-1) \\ &= (a-b)(1-1) \\ &= 0, \text{ 故答案为A.} \end{aligned}$$

【3.2】(2016年16中一模)

【答案】B

【解析】 \because 关于 x 的方程 $ax^2 - (3a+1)x + 2(a+1) = 0$ 有两个不相等的实数根 x_1, x_2

$$\therefore \Delta = (3a+1)^2 - 4 \times a \times 2(a+1) = (a-1)^2 > 0 \text{ 解得 } a \neq 1$$

$$\therefore x_1 - x_1 x_2 + x_2 = x_1 + x_2 - x_1 x_2 = 1 - a, x_1 + x_2 = \frac{3a+1}{a}, x_1 x_2 = \frac{2(a+1)}{a}$$

$$\therefore \frac{3a+1}{a} - \frac{2a+2}{a} = 1 - a \text{ 解得 } a_1 = 1, a_2 = -1$$

$\because a \neq 1 \therefore a = -1$, 故答案为B

【例4】(2017年广外附一模)

【答案】B

【解析】① \because 抛物线开口向上, $\therefore a > 0$, \because 对称轴在 y 轴右侧, $\therefore a, b$ 异号即 $b < 0$,

\because 抛物线与 y 轴的交点在负半轴, $\therefore c < 0$, $\therefore bc > 0$, 故①正确.

② $\because a > 0, c < 0, \therefore 2a - 3c > 0$, 故②错误.

③ \because 对称轴 $x = -\frac{b}{2a} < 1, a > 0, \therefore -b < 2a, \therefore 2a + b > 0$, 故③正确.

④由图形可知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴的两个交点分别在原点的左右两侧, 即方程

$ax^2 + bx + c = 0$ 有两个解 x_1, x_2 , 当 $x_1 > x_2$ 时, $x_1 > 0, x_2 < 0$, 故④正确.

⑤由图形可知 $x = 1$ 时, $a + b + c < 0$, 故⑤错误.

⑥ $\because a > 0$, 对称轴 $x = 1$, \therefore 当 $x > 1$ 时, y 随 x 增大而增大, 故⑥错误.

综上所述，正确的结论是①③④，共3个. 故选：B.

【4.1】 (2015年16中一模)

【答案】B

【解析】由图象可得 $a < 0$, $b < 0$, $c > 0$, 因为图象与 x 轴有两个交点, 所以① $4ac - b^2 < 0$ 正确;

当 $x = -2$ 时, 其在抛物线上所对应的 y 值大于0, 所以② $4a + c < 2b$ 错误;

根据对称轴用 b 来代替 a , 再乘以2, 可得③ $3b + 2c < 0$ 正确;

因为对称轴为 $x = -1$, 把式子展开添加 c , ④ $m(am + b) + b < a$ ($m \neq -1$) 正确.

综上所述, 正确结论个数共有3个, 故答案为B.

【4.2】 (2017年省实一模)

【答案】B

【解析】由抛物线开口方向得到 $a < 0$, 由抛物线的对称轴位置得到 $b > 0$, 由抛物线与 y 轴的交点位置得到 $c > 0$, 则① $abc < 0$ 结论正确;

由抛物线与 x 轴有2个交点, 可知 $\Delta = b^2 - 4ac > 0$, 故② $\frac{b^2 - 4ac}{4a} > 0$ 结论错误;

由 $OA \neq OC$, $C(0, c)$ 得到 $A(-c, 0)$ 把 A 点坐标代入解析式可得 $ac^2 + bc + c = 0$, 则 $ac + b + 1 = 0$, 故③正确;

设 A 、 B 两点坐标为 x_1 、 x_2 , 则 $OA = -x_1$, $OB = -x_2$, $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$, 则④ $OA \cdot OB = -\frac{c}{a}$ 正确.

综上, 共有3个结论正确, 故答案为B.

【4.3】 (2016年广雅一模)

【答案】B

【解析】由图象可得 $a < 0$, $b < 0$, $c > 0$, 因为图象与 x 轴有两个交点, 所以① $b^2 - 4ac > 0$ 正确;

当 $x = -2$ 时, 其在抛物线上所对应的 y 值大于0, 所以② $4a + c < 2b$ 错误;

因为对称轴为 $x = -1$, 把式子展开添加 c , ③ $m(am + b) + b < a$ ($m \neq -1$) 正确;

根据对称轴有 $-\frac{2a}{b} = -1$, 则 $2a = b$, $2a - b = 0$, 可得④ $2a - b = 0$ 正确;

综上所述, 正确结论个数共有3个, 故答案为B.

【4.4】 (2017年真光一模)

【答案】B

【解析】由图象可得 $a < 0$, $b < 0$, $c > 0$, 因为图象与 x 轴有两个交点, 所以① $4ac - b^2 < 0$ 正确;

当 $x = -2$ 时, 其在抛物线上所对应的 y 值大于0, 所以② $4a + c < 2b$ 错误;

根据对称轴用 b 来代替 a , 再乘以2, 可得③ $3b + 2c < 0$ 正确;

因为对称轴为 $x = -1$, 把式子展开添加 c , ④ $m(am + b) + b \leq a$ 正确.

综上所述, 正确结论个数共有3个, 故答案为B.

【例5】 (2017年16中一模)

【答案】C

【解析】 (1) \because 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore OB = OC, \angle OBE = \angle OCF = 45^\circ, \angle BOC = 90^\circ,$

$\therefore \angle BOF + \angle COF = 90^\circ,$

$\therefore \angle EOF = 90^\circ,$

$\therefore \angle BOF + \angle COE = 90^\circ,$

$\therefore \angle BOE = \angle COF,$

在 $\triangle BOE$ 和 $\triangle COF$ 中，

$$\begin{cases} \angle BOE = \angle COF \\ OB = OC \\ \angle OBE = \angle OCF \end{cases}$$

$\triangle BOE \cong \triangle COF$ (ASA),

$\therefore OE = OF, BE = CF,$

$\therefore EF = \sqrt{2}OE;$ 故 (1) 正确.

(2) $\because S_{\text{四边形 } OEBF} = S_{\triangle BOE} + S_{\triangle BOF} = S_{\triangle COF} + S_{\triangle BOF} = \frac{1}{4}S_{\text{正方形 } ABCD},$

$\therefore S_{\text{四边形 } OEBF} : S_{\text{正方形 } ABCD} = 1:4;$ 故 (2) 正确.

(3) $\therefore BE + BF = BF + CF = BC = \sqrt{2}OA;$ 故 (3) 正确.

(4) 过点 O 作 $OH \perp BC,$

$\therefore BC = 1,$

$$\therefore OH = \frac{1}{2}, \quad BC = \frac{1}{2},$$

设 $AE = x,$ 则 $BE = CF = 1 - x, \quad BF = x,$

$$\therefore S_{\triangle BEF} + S_{\triangle COF} = \frac{1}{2}BE \cdot BF + \frac{1}{2}CF \cdot OH = \frac{1}{2}x(1-x) + \frac{1}{2}(1-x) \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}(x - \frac{1}{4})^2 + \frac{9}{32},$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2} < 0,$$

\therefore 当 $x = \frac{1}{4}$ 时, $S_{\triangle BEF} + S_{\triangle COF}$ 最大, 即在旋转过程中, 当 $\triangle BEF$ 与 $\triangle COF$ 的面积之和最大时,

$$AE = \frac{1}{4}, \quad (4) \text{ 错误;}$$

$$(5) \because \angle EOG = \angle BOE, \quad \angle OEG = \angle OBE = 45^\circ,$$

$$\therefore \triangle OEG \sim \triangle OBE,$$

$$\therefore OE : OB = OG : OE,$$

$$\therefore OG \cdot OB = OE^2,$$

$$\because OB = \frac{1}{2}BD, \quad OE = \frac{\sqrt{2}}{2}EF,$$

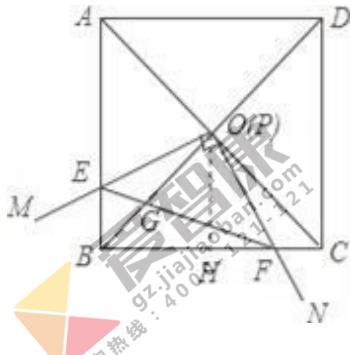
$$\therefore OG \cdot BD = EF^2,$$

$$\because \text{在 } \triangle BEF \text{ 中, } EF^2 = BE^2 + BF^2,$$

$$\therefore EF^2 = AE^2 + CF^2,$$

$$\therefore OG \cdot BD = AE^2 + CF^2. \text{ 故 (5) 正确.}$$

故答案为: A.



【5.1】(2017 年育才中学一模)

【答案】C

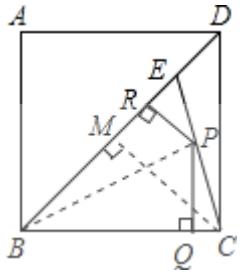
【解析】① $\because BE = BC, \therefore \angle QCP = \angle REP$, 又 $\because \angle PQC = \angle PRE = 90^\circ$,

$\therefore \triangle PCQ \sim \triangle PER$, 故①正确;

②连接 BP, 过 C 作 $CM \perp BD$ 于 M. $\because BE = BC$,

$\therefore S_{\triangle BCE} = S_{\triangle BPE} + S_{\triangle BPC}$

$$\begin{aligned}
 &= BC \times PQ \times \frac{1}{2} + BE \times PR \times \frac{1}{2} \\
 &= BC \times (PQ + PR) \times \frac{1}{2} \\
 &= BE \times CM \times \frac{1}{2}, \\
 \therefore PQ + PR &= CM, \quad \because BE = BC = 1,
 \end{aligned}$$



且正方形对角线 $BD = \sqrt{2}$ ，又 $BC = CD$ ， $CM \perp BD$ ，

$\therefore M$ 为 BD 中点, 又 $\triangle BDC$ 为直角三角形,

$$\therefore CM = \frac{1}{2}BD = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \therefore PQ + PR = \frac{\sqrt{2}}{2}, \text{ 故②错误.}$$

③在 $\triangle CEF$ 中, $\angle EFC = 90^\circ$,

$$EF = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}, \quad CF = CD - DF = 1 - \frac{2 - \sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore \tan \angle DCE = \frac{EF}{CF} = \sqrt{2} - 1, \text{ 故③正确;}$$

④作 $\triangle DCE$ 的边 DC 上的高 EF

$$\therefore BE = BC = 1, \quad \therefore DE = BD - BE = \sqrt{2} - 1,$$

$\therefore \triangle DEF$ 是等腰直角三角形, $\therefore EF = DF = \frac{\sqrt{2}}{2} DE = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$,

$$\therefore S_{\triangle DCE} = \frac{1}{2} CD \cdot EF = \frac{2 - \sqrt{2}}{4}, \text{ 故④错误; 故答案为 C.}$$

(2017年四中聚贤一模)

【答案】B

【解析】①连接 PC ， $\because \triangle ABP \cong \triangle CBP \therefore AP = PC$ ，

\because 四边形 $PECF$ 是矩形, $\therefore PC = EF \therefore AP = EF$, 故①正确;

②延长 AP 交 EF 于点 N ， $\angle EPN = \angle BAP = \angle PCE = \angle PFE$

$\because \angle EPN + \angle FPN = 90^\circ \therefore \angle PFE + \angle FPN = 90^\circ \therefore AP \perp EF$ ，故②正确；

③ $\because P$ 是动点, $\therefore \triangle APD$ 不一定是等腰三角形, 故③错误;

④ $\because \angle EPN = \angle BAP = \angle PCE = \angle PFE$ ，故④正确；

⑤ $\because \triangle PDF$ 是等腰直角三角形， $\therefore PD = \sqrt{2}EC$ ，故⑤正确

故答案为B.

【5.3】 (2015 年铁一一模)

【答案】D

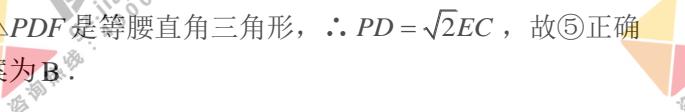
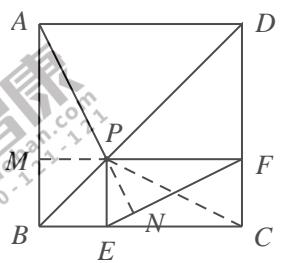
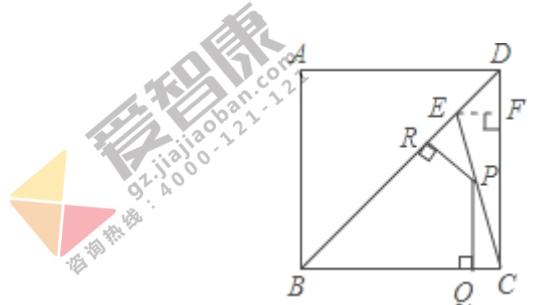
【解析】 $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径 $\therefore \angle ADB = 90^\circ \therefore AD \perp BC$ 则①正确;

连接 DO

$\because D$ 为 BC 中点, O 为 AB 中点 $\therefore OD \parallel AC$ 则 $DE \perp OD$, $\therefore DE$ 是 $\odot O$ 的切线
故④正确;

$$\therefore \angle ADB = \angle ADO + \angle ODB = 90^\circ, \angle EDA + \angle ADO = 90^\circ$$

- $\angle EDA = \angle ODB$



$\because OD = OB \therefore \angle B = \angle ODB \therefore \angle EDA = \angle B$ 则②正确;

$\because D$ 为 BC 中点, $AD \perp BC \therefore AC = AB = 2OA \therefore OA = \frac{1}{2}AC$, 则③正确, 故答案为 D.

【5.4】 (2016 年广大附一模)

【答案】 D

【解析】 由图像可知当 $x > 0$ 时, $y_1 > y_2$, 故①错误; 当 $x < 0$ 时, x 值越大, M 值越大, 故②错误;

\because 抛物线 $y_1 = -2x^2 + 2$, 直线 $y_2 = 2x + 2$, 与 y 轴交点坐标为 $(0, 2)$

\therefore 由图像及题意可得, 当 $x = 0$ 时, $M = 2$, 抛物线 $y_1 = -2x^2 + 2$ 的最大值为 2

\therefore 使得 M 大于 2 的 x 值不存在, ③正确

使得 $M = 1$, 可能是 $y_1 = -2x^2 + 2 = 1$, 解得 $x_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $x_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2}$,

当 $y_2 = 2x + 2 = 1$, 解得 $x = -\frac{1}{2}$

\therefore 抛物线与 x 轴交点坐标为 $(1, 0)$, $(-1, 0)$

\therefore 由图像及题意可知, 当 $-1 < x < 0$ 时, 对应 $y_1 = M$; 当 $x > 0$ 时, 对应 $y_2 = M$

\therefore 使得 $M = 1$ 的 x 值是 $-\frac{1}{2}$ 或 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 则④正确

故答案为 D.

【例 6】 (2017 年白云区一模)

【答案】 A

【解析】 如图所示: 过 A 作 $AE \perp BC$ 于 E , $AF \perp CD$ 于 F , 垂足为 E , F ,

$\therefore \angle AEB = \angle AFD = 90^\circ$, $\because AD \parallel CB$, $AB \parallel CD$,

\therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

\because 纸条宽度都为 1, $\therefore AE = AF = 1$,

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ADF$ 中,

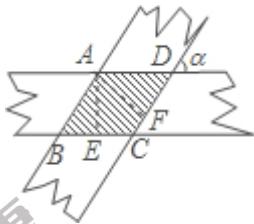
$$\begin{cases} \angle ABE = \angle ADF = \alpha \\ \angle AEB = \angle AFD = 90^\circ \\ AE = AF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ADF$ (AAS),

$\therefore AB = AD$, \therefore 四边形 $ABCD$ 是菱形, $\therefore BC = AB$,

$\therefore \frac{AE}{AB} = \sin \alpha$, $\therefore BC = AB = \frac{AE}{\sin \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha}$,

\therefore 重叠部分 (图中阴影部分) 的面积为: $BC \cdot AE = \frac{1}{\sin \alpha} \times 1 = \frac{1}{\sin \alpha}$, 故选 A.

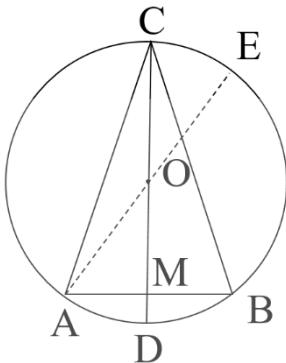


【6.1】 (2017 年黄埔区一模)

【答案】 C

【解析】 连接 AO 交 $\odot O$ 于点 E , 得 $AE = CD = 15$, $\angle ABE = 90^\circ$, $\angle AEB = \angle ACB$,

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中, $\sin \angle AEB = \frac{AB}{AE} = \frac{3}{5}$, 解得 $AB = 9$, 故答案为 C



【6.2】 (2016年二中一模)

【答案】B

【解析】连接 OA 、 OB 、 OP ，延长 BO 交 PA 的延长线于点 F ，由切线长定理可得 $CA=CE$ ， $DB=DE$ ， $PA=PB$ ，

$\therefore \triangle PCD$ 的周长等于 $3r$,

$$\therefore PC + PD + CD = PC + CA + PD + DB = PA + PB = 3r$$

$$\therefore PA = PB = \frac{3}{2}r$$

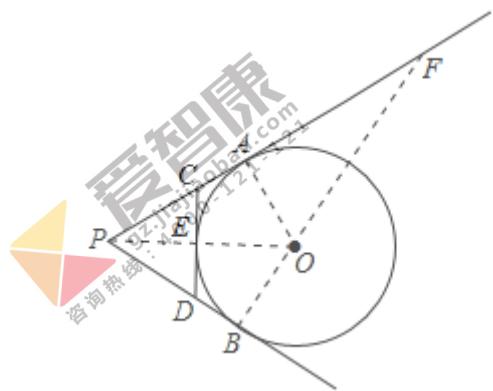
$$\therefore \angle AFO = \angle BFP, \quad \angle OAF = \angle PBF = 30^\circ$$

$$\therefore \triangle FAO \sim \triangle FBP$$

$$\therefore \frac{AO}{BP} = \frac{FO}{FP} = \frac{AF}{BF} = \frac{2}{3}, \text{ 故 } AF = \frac{2}{3}BF$$

$$\therefore FO = BF - OB, \quad AO^2 + AF^2 = OF^2$$

$$\therefore r^2 + \left(\frac{2}{3}BF\right)^2 = (BF - r)^2 \text{ 解得 } BF = \frac{18}{5}r \text{ 即 } \tan \angle APB = \frac{BF}{PB} = \frac{12}{5}$$



【6.3】 (2016年铁一一模)

【答案】D

【解析】延长 OD ， BC 交于点 P ，

$$\because \angle ODC = \angle B = 90^\circ, \quad \angle P = 30^\circ, \quad OB = 11m, \quad CD = 2m$$

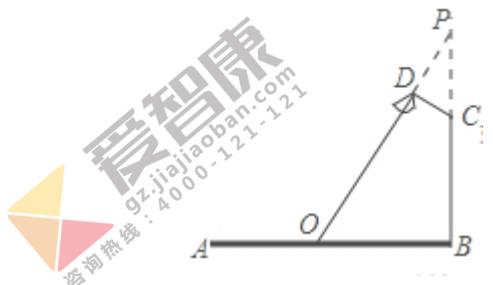
在 $\text{Rt}\triangle CPD$ 中 $DP = 2\sqrt{3}m$, $PC = \frac{CD}{\sin 30^\circ} = 4m$,

$$\therefore \angle P = \angle P, \angle PDC = \angle B = 90^\circ$$

$$\therefore \triangle PDC \sim \triangle PBO, \quad \therefore \frac{PD}{PB} = \frac{CD}{OB} \text{ 解得 } PB = 11\sqrt{3}m$$

$\therefore BC = PB - PC = (11\sqrt{3} - 4)m$ ，故答案为D

(2017 年十三中一模)



【例 7】(2017 年十三中一模)

【答案】D

【解析】 $\because OF \perp OM$ ， $DA \perp OM$ ，

$$\therefore OF \parallel AD, \quad \triangle ADM \sim \triangle OFM, \quad$$

$\therefore \frac{AM}{AD} = \frac{AD}{AB}$, 即 $\frac{AM}{AB} = \frac{AD}{AD}$

$$AM + OA = OF = 20 + AM = 8$$

$\frac{BN}{OA-AB+BN}=\frac{AD}{OF}$ ，即 $\frac{BN}{20-12+BN}=\frac{1.6}{8}$ ，解得 $BN=2\text{m}$ ，
 $\therefore AM-BN=5-2=3\text{m}$ ，
故答案为D.

【7.1】(2017年铁一一模)

【答案】D

【解析】过点A作 $AG \perp BC$ 交 BC 于点G，过点E作 $EF \perp BC$ 交 BC 于点F，

$$\begin{aligned} &\because EF \perp BC, AG \perp BC \\ &\therefore \angle AGD = \angle EFD = 90^\circ \\ &\because \angle D = \angle D \\ &\therefore \triangle DEF \cong \triangle DAG \\ &\therefore \frac{AG}{EF} = \frac{AD}{AE} = \frac{3}{2} \\ &\therefore EF = \frac{2}{3}AG \\ &\therefore S_{\triangle BCE} = \frac{1}{2}BC \cdot EF = \frac{1}{2}BC \cdot \frac{2}{3}AG = \frac{1}{3}BC \cdot AG \\ &\because BC, AG \text{不变} \\ &\therefore \triangle BCE \text{的面积始终不变} \end{aligned}$$

【例8】(2016年番禺区一模)

【答案】C

【解析】根据已知条件，将 $\triangle ABC$ 绕A点逆时针旋转 90° 得到 $\triangle ADE$ ，则 $\angle EAC = 90^\circ$ ，

所以四边形 $EACD$ 是直角梯形. 设 $DE = BC = a$ ，则 $AC = AE = 4a$ ，

$$\therefore S_{\text{梯形}EACD} = \frac{1}{2}(DE + AC) \cdot AE = \frac{1}{2}(a + 4a) \cdot 4a = 10a^2,$$

过点D作 $DF \perp AC$ 交 AC 于点F，则四边形 $EAFD$ 为矩形，

$$\therefore DF = EA = 4a, CD^2 = CF^2 + DF^2 = (3a)^2 + (4a)^2 = (5a)^2 = x^2,$$

$$\therefore a = \frac{1}{5}x,$$

$$\therefore y = S_{\text{梯形}EACD} = 10 \times \left(\frac{1}{5}x\right)^2 = \frac{2}{5}x^2, \text{ 故答案为C}$$

【8.1】(2017年南沙区一模)

【答案】A

【解析】分点Q在AC上的BC上两种情况进行讨论

$$(1) \text{当} Q \text{在} AC \text{上时, } PQ = \sqrt{3}AP = \sqrt{3}x, \text{ 所以 } y = \frac{1}{2}x \cdot \sqrt{3}x = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2$$

$$(2) \text{当} Q \text{在} BC \text{上时, } PQ = \sqrt{3}BP = \sqrt{3}(16-x), \text{ 所以 } y = \frac{1}{2}x \cdot \sqrt{3}(16-x) = \frac{\sqrt{3}}{2}(-x^2 + 16x)$$

综上，答案为A.

【例9】(2016年海珠区一模)

【解析】设平移前抛物线顶点和与y轴的交点分别是P、Q，平移后抛物线顶点和与y轴的交点分别是

P' 、 Q' ，则阴影部分的面积可化为平行四边形 $PP'Q'Q$ 的面积. 由 $y = x^2 - 4x + 3 = (x-2)^2 - 1$ 得平移的距离为 1，又因为 $x_p = 2$ ，所以 $S_{\text{平行四边形}PP'Q'Q} = 2 \times 1 = 2$ ，故选 B.

【同类题型迁移】

【9.1】(2016 年中大附中一模)

【答案】C

【解析】设 AM 与 BD 的交点为 N ，则 $\triangle ADN \sim \triangle MBN$ ，

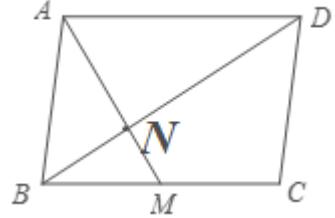
$$\therefore \frac{AN}{MN} = \frac{DN}{BN} = \frac{AD}{BM} = 2,$$

$$\therefore AN = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \times 9 = 6, \quad DN = \frac{2}{3}BD = \frac{2}{3} \times 12 = 8,$$

$$\therefore AN^2 + DN^2 = 6^2 + 8^2 = 10^2 = AD^2,$$

$$\therefore \angle AND = 90^\circ,$$

$$\therefore S_{\text{平行四边形}ABCD} = 2S_{\triangle ABD} = 2 \times \frac{1}{2}BD \cdot AN = 12 \times 6 = 72, \text{ 故答案为 C.}$$



【9.2】(2015 年广大附一模)

【答案】A

【解析】如图，当圆形纸片运动到与 $\angle A$ 的两边相切的位置时，过圆形纸片的圆心 O_1 作两边的垂线，垂足分别为 D 、 E ，连接 AO_1 ，

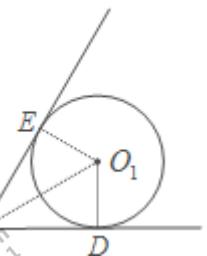
在 $Rt\triangle ADO_1$ 中， $\angle O_1AD = 30^\circ$ ， $O_1D = r$ ， $AD = \sqrt{3}r$.

$$\therefore S_{\triangle ADO_1} = \frac{1}{2}O_1D \cdot AD = \frac{\sqrt{3}}{2}r^2. \text{ 由 } S_{\text{四边形}ADO_1E} = 2S_{\triangle ADO_1} = \sqrt{3}r^2.$$

$$\therefore \text{由题意, } \angle DO_1E = 120^\circ, \text{ 得 } S_{\text{扇形}O_1DE} = \frac{\pi}{3}r^2$$

$$\therefore \text{圆形纸片不能接触到的面积为 } 3(\sqrt{3}r^2 - \frac{\pi}{3}r^2) = (3\sqrt{3} - \pi)r^2$$

故答案为 A.



【例 10】(2015 年天河区一模)

【答案】A

【解析】连接 BP ，设点 C 到 BE 的距离为 h ，

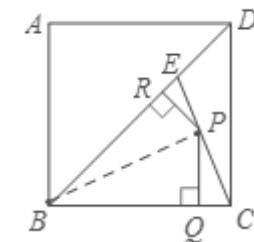
$$\text{则 } S_{\triangle BCE} = \frac{1}{2}BE \cdot h,$$

$$S_{\triangle BCE} = S_{\triangle BEP} + S_{\triangle BCP} = \frac{1}{2}BE \cdot PR + \frac{1}{2}BC \cdot PQ = \frac{1}{2}BE(PR + PQ),$$

$$\therefore h = PQ + PR,$$

$$\therefore h = \frac{1}{2}AC = \frac{\sqrt{2}}{2}AB = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 4 = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore PR + PQ = 2\sqrt{2}, \text{ 故答案为 A.}$$



【10.1】(2015年从化区一模)

【答案】D

【解析】由题意 $S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2}AB \cdot DE = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9$,

$$\therefore S_{\triangle ACD} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle ABD} = 15 - 9 = 6$$

过点D作 $DF \perp AC$ 交AC于点F,

$$\because AD \text{平分} \angle BAC, \therefore DF = DE = 3, \text{则} AC = \frac{2S_{\triangle ACD}}{DF} = \frac{2 \times 6}{3} = 4,$$

故答案为D.

第15题答案

【例1】【答案】 $(2a-b+2c)(2a+b-2c)$

$$\begin{aligned} \text{【解析】原式} &= (2a)^2 - (b^2 + 4c^2 - 4bc) \\ &= (2a)^2 - (b-2c)^2 = (2a-b+2c)(2a+b-2c). \end{aligned}$$

故答案为: $(2a-b+2c)(2a+b-2c)$

【同类题型迁移】

【1.1】【答案】 $x(y-2)^2$

$$\begin{aligned} \text{【解析】原式} &= x(y^2 - 4y + 4) \\ &= x(y-2)^2 \\ \text{故答案为: } &x(y-2)^2 \end{aligned}$$

【例2】【答案】 $\frac{3}{2}$

【解析】 \because 方程 $x^2 - 2(1-m)x + m^2 = 0$ 的两实数根,

$$\therefore \Delta = [-2(1-m)]^2 - 4 \times 1 \times m^2 = 4 - 8m \geq 0, \text{解得: } m \leq \frac{1}{2}.$$

由韦达定理得: $x_1 + x_2 = 2(1-m)$, $x_1 x_2 = m^2$,

$$\begin{aligned} \therefore y &= x_1 + x_2 + 2x_1 x_2 \\ &= 2(1-m) + 2m^2 \\ &= 2m^2 - 2m + 2 \\ &= 2(m^2 - m + \frac{1}{4}) + 2 - 2 \times \frac{1}{4} \\ &= 2(m - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{2}, \end{aligned}$$

根据二次函数增减性得: 当 $m = \frac{1}{2}$ 时, y 取得最小值, 最小值为 $\frac{3}{2}$.

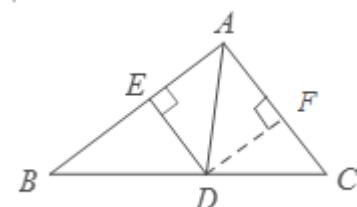
【同类题型迁移】

【2.1】【2017海珠区一模】【答案】1

【解析】 \because 一元二次方程 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 有两个相同的实数根,

$$\therefore \Delta = b^2 - 4 \times a \times 1 = 0,$$

$$\therefore b^2 = 4a \text{ 且 } a \neq 0.$$



$$\therefore CD = CE - DE = 24\sqrt{3} - 8\sqrt{3} = 16\sqrt{3} \text{ m}$$

【4.2】【2017 越秀广大附一模 15】【答案】 $(600\sqrt{3} - 250)$

【解析】 $\because BE : AE = 5 : 12$,

$$\therefore BE : AE : AB = 5 : 12 : 13$$

$\because AB = 1300$ 米, $\therefore AE = 1200$ 米, $BE = 500$ 米,

设 $EC = x$ 米, $\because \angle DBF = 60^\circ$,

$\therefore DF = \sqrt{3}x$ 米. 又 $\because \angle DAC = 30^\circ$,

$$\therefore AC = \sqrt{3}CD . \text{ 即: } 1200 + x = (500 + \sqrt{3}x) ,$$

解得 $x = 600 - 250\sqrt{3}$,

$$\therefore DF = \sqrt{3}x = 600\sqrt{3} - 750 ,$$

$$\therefore CD = DF + CF = 600\sqrt{3} - 250 \text{ (米)} .$$

答: 山高 CD 为 $(600\sqrt{3} - 250)$ 米.

【例 5】【答案】 $\frac{3}{5}$

【解析】作 $AD \perp BC$ 交 BC 于点 D ,

$$\text{由勾股定理可得: } BC = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2} ,$$

$$\triangle ABC \text{ 的面积为: } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times 4 = \frac{1}{2} \times BC \times AD ,$$

$$\text{则: } 6 = 2\sqrt{2}AD , \text{ 解得: } AD = \frac{3\sqrt{2}}{2} ,$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle ACD \text{ 中, } CD = \sqrt{AC^2 - AD^2} = \sqrt{(\sqrt{17})^2 - (\frac{3\sqrt{2}}{2})^2} = \frac{5\sqrt{2}}{2} ,$$

$$\therefore \tan \angle ACB = \frac{AD}{CD} = \frac{\frac{3\sqrt{2}}{2}}{\frac{5\sqrt{2}}{2}} = \frac{3}{5} .$$

【5.1】【2017 真光中学一模 15】【答案】 $\frac{2\sqrt{13}}{13}$.

【解析】在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $\sin \angle CAB = \frac{CD}{AC} = \frac{2}{\sqrt{13}} = \frac{2\sqrt{13}}{13} .$

【例 6】【答案】 $12\sqrt{3} + 36$

【解析】正六边形的面积为: $6 \times \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{3} = 6\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$

六棱柱的侧面积为: $6 \times 2 \times 3 = 36 \text{ (cm}^2\text{)}$

$$\therefore \text{它的表面积是 } 2 \times 6\sqrt{3} + 36 = 12\sqrt{3} + 36 \text{ (cm}^2\text{)}$$

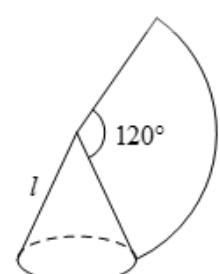
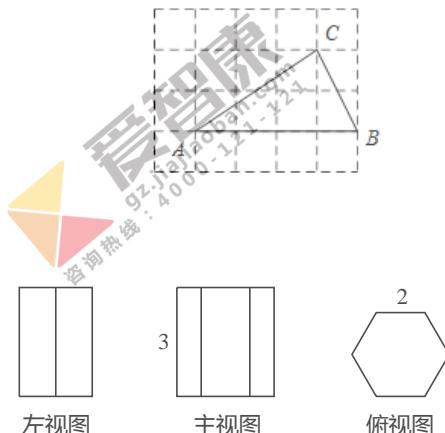
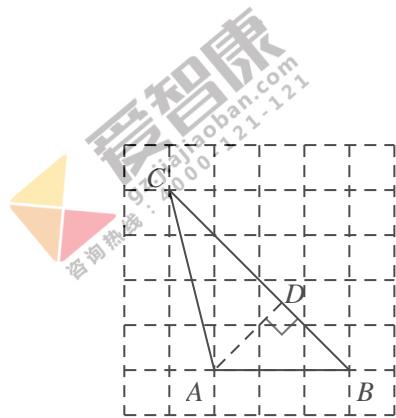
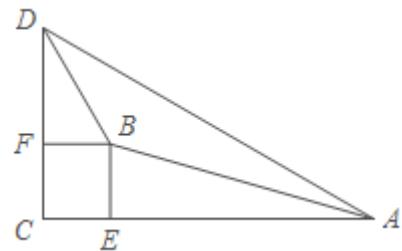
故答案为 $12\sqrt{3} + 36$.

【同类题型迁移】

【6.1】【答案】 24π

【解析】 \because 如图所示可知, 圆锥的高为 4, 底面圆的直径为 6 ,

\therefore 圆锥的母线为 5 : ,



∴根据圆锥的侧面积公式: $\pi r l = \pi \times 3 \times 5 = 15\pi$,

底面圆的面积为: $\pi r^2 = 9\pi$,

∴该几何体的表面积为 24π .

【6.2】【2017 中考题 15】【答案】 $3\sqrt{5}$

【解析】∵圆锥的底面圆的半径是 $\sqrt{5}$,

∴底面圆的周长为 $= 2\pi r = 2\sqrt{5}\pi$,

∴圆锥侧面扇形的弧长等于底面圆的周长,

$$\therefore \frac{n\pi l}{180^\circ} = \frac{120^\circ \pi l}{180^\circ} = 2\sqrt{5}\pi,$$

解得: $l = 3\sqrt{5}$,

故答案填 $3\sqrt{5}$.

【6.3】【2016 铁一一模题 15】【答案】9

【解析】根据投影视图可得,

【6.4】【2017 南沙区一模题 15】【答案】3cm

$$【解析】根据弧长公式: \frac{n\pi l}{180^\circ} = \frac{6 \times 180^\circ \pi}{180^\circ} = 6\pi,$$

底面周长公式: $2\pi r = 6\pi$,

$$\therefore r = 3\text{cm}.$$

【6.5】【2016 中考题 15】【答案】 8π

【解析】弦 AB 为小圆的切线, 点 P 为切点,

$$\text{故 } OP \perp AB, AP = BP = \frac{1}{2}AB = 6\sqrt{3},$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle AOP \text{ 中, } \tan \angle AOP = \frac{AP}{OP} = \sqrt{3},$$

$$\angle AOP = 60^\circ, OA = 12, \text{ 则 } \angle AOB = 120^\circ$$

$$l_{AB} = \frac{n\pi r}{180^\circ} = \frac{120 \times \pi \times 12}{180^\circ} = 8\pi.$$

【例 7】【答案】 $y = -(x-1)^2 + 3 = -x^2 + 2x + 2$

【解析】向右平移向右平移 1 个单位即为 $y = -(x-1)^2$, 向上平移 3 个单位即为 $y = -(x-1)^2 + 3$.

【同类题型迁移】

【7.1】【2016 番禺区一模题 15】【答案】 $y = -(x+1)^2 + 3$

【解析】 $y = -x^2$ 向左平移 1 个单位, 即得 $y = -(x+1)^2$, 然后向上平移 3 个单位, 得 $y = -(x+1)^2 + 3$.

【例 8】【答案】 $\frac{487}{4}$

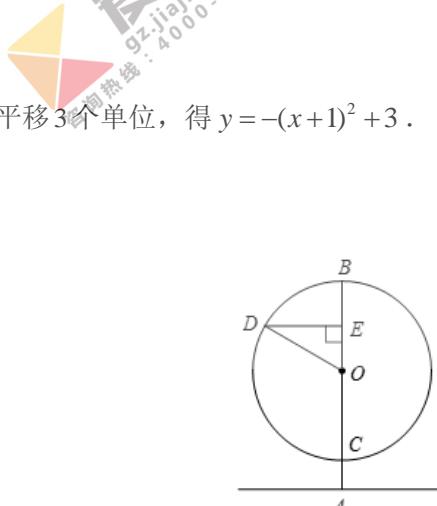
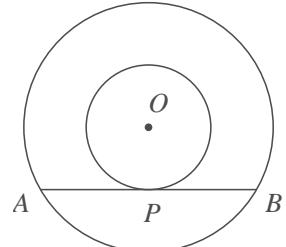
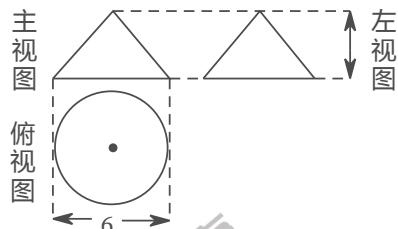
【解析】如图所示, 由题意, 可得摩天轮旋转了 $\frac{20}{30} \times 360^\circ = 240^\circ$,

即 $\angle COD = 360^\circ - 240^\circ = 120^\circ$,

$\because AB = 160\text{m}, BC = 153\text{m}$,

$$\therefore AC = 7\text{m}, OC = OB = OD = \frac{153}{2}\text{m},$$

在 $\text{Rt}\triangle ODE$ 中, $\angle DOE = 60^\circ$,



$$\therefore OE = OD \cdot \cos \angle DOE = \frac{153}{4} \text{ m},$$

$$\therefore AE = AC + OC + OE = 7 + \frac{153}{2} + \frac{153}{4} = \frac{487}{4} \text{ m}$$

【同类题型迁移】

【8.1】【2017 越秀育才中学一模题 15】

【答案】 $\frac{\sqrt{5}}{3}$

【解析】作 $OM \perp AB$ 于 M ，如图所示：

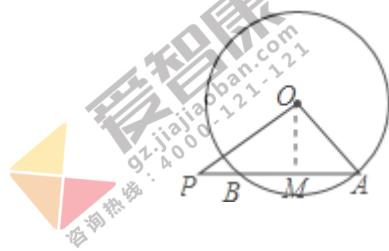
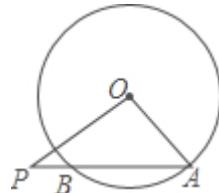
则 $AM = BM = \frac{1}{2}AB = 4 \text{ cm}$ ，

$$\therefore OM = \sqrt{OA^2 - AM^2} = \sqrt{6^2 - 4^2} = 2\sqrt{5} \text{ (cm)},$$

$$\therefore PM = PB + BM = 6 \text{ cm},$$

$$\therefore \tan \angle OPA = \frac{OM}{PM} = \frac{2\sqrt{5}}{6} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

故答案为 $\frac{\sqrt{5}}{3}$.



【8.2】【2017 海珠区一模题 15】【答案】9

【解析】 $\because AB$ 是圆 O 的直径，

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形，

$$\therefore AC = 8, BC = 6,$$

$$\therefore AB = 10,$$

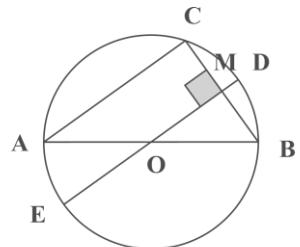
\because 直径 $DE \perp BC$ 于点 M ，

由垂径定理可得， M 是 BC 的中点，

$\therefore OM$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线，

$$\therefore OM = \frac{1}{2}AC = 4,$$

$$\therefore EM = OE + OM = 5 + 4 = 9,$$



第 16 题

【例 1】【答案】 $(-1,0)$ ； $(1,4)$ $(0,3)$ ，

【解析】 $y = kx + k = k(x + 1)$ ，因为直线过定点，即无论 k 为何值直线都经过这个定点，所以 $x + 1 = 0$ ，即 $x = -1$ ，当 $x = -1$ 时 $y = -k + k = 0$ ，所以直线恒过定点 $(-1,0)$ 。

$$y = ax^2 - (a-1)x + 3 = a(x^2 - x) + x + 3, \text{ 令 } x^2 - x = 0, \text{ 即 } x(x-1) = 0, \text{ 所以 } x = 0 \text{ 或 } x = 1.$$

当 $x = 1$ 时 $y = x + 3 = 1 + 3 = 4$ ；当 $x = 0$ 时 $y = x + 3 = 0 + 3 = 3$ 。

$\therefore y = ax^2 - (a-1)x + 3$ 恒过定点 $(1,4)$ $(0,3)$ 。

【同类题型迁移】

【1.1】【答案】 $(1,4)$ $m \neq 0$ 且 $m \neq \frac{1}{4}$ 。

(2) $P(3,4)$

(3) 当 $m = 8$ 时，有最大面积 $S_{\triangle ABP} = \frac{31}{4}$

【解析】(1) 当 $m = 0$ 时，函数为一次函数，与 x 轴只有一个交点，不符合条件，舍去

当 $m \neq 0$ 时，若函数与 x 轴交于不同两点，即方程 $mx^2 + (1-2m)x + 1 - 3m = 0$ 有两个不相等实数解，

$$\therefore \Delta = (1-2m)^2 - 4m(1-3m) = 1 - 8m + 16m^2 = (1-4m)^2 > 0$$

$$\therefore 1-4m \neq 0, \therefore m \neq \frac{1}{4}$$

综上， m 的取值范围为： $m \neq 0$ 且 $m \neq \frac{1}{4}$ 。

(2) $y = mx^2 + (1-2m)x + 1 - 3m$ ，分离参数 m 得：

$y = m(x^2 - 2x - 3) + x + 1$ ，抛物线过定点说明在这一点 y 与 m 无关

显然当 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 时， y 与 m 无关，解得此时

$$x_1 = 3, x_2 = -1$$

当 $x_1 = 3$ 时， $y = 4$ ，定点坐标 $(3,4)$

当 $x_2 = -1$ 时， $y = 0$ ，定点坐标为 $(-1,0)$

由于 P 不在坐标轴上，故 $P(3,4)$

$$(3) |AB| = |x_A - x_B| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{(1-2m)^2 - 4m(1-3m)}}{|m|} = \sqrt{\frac{1-4m+4m^2-4m+12m^2}{m^2}} = \sqrt{\frac{1-8m+16m^2}{m^2}} = \sqrt{\frac{(1-4m)^2}{m^2}} = \left| \frac{1-4m}{m} \right| = \left| \frac{1}{m} - 4 \right|$$

$$\therefore \frac{1}{4} < m \leq 8, \therefore \frac{1}{8} \leq \frac{1}{m} < 4, \therefore -\frac{31}{8} \leq \frac{1}{m} - 4 < 0, \therefore 0 < \left| \frac{1}{m} - 4 \right| \leq \frac{31}{8}$$

$$\therefore |AB| \text{ 最大时, } \left| \frac{1}{m} - 4 \right| = \frac{31}{8}, \text{ 解得, } m = 8 \text{ 或 } m = \frac{8}{63} \text{ (舍去)}$$

∴当 $m=8$ 时, $|AB|$ 有最大值 $\frac{31}{8}$, 此时 $S_{\triangle ABP}$ 最大; 没有最小值.

则面积最大为: $S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2} |AB| \cdot y_p = \frac{1}{2} \times \frac{31}{8} \times 4 = \frac{31}{4}$

【例 2】【2017 华师附中一模题 16】【答案】 $\frac{\sqrt{3}}{2^n}$

【解析】 $\because OB = \sqrt{3}$, $OC = 1$,

$$\therefore \tan \angle OBC = \frac{OC}{OB} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \angle OBC = 30^\circ, \angle OCB = 60^\circ$$

而 $\triangle AA_1B_1$ 为等边三角形, $\angle A_1AB_1 = 60^\circ$,

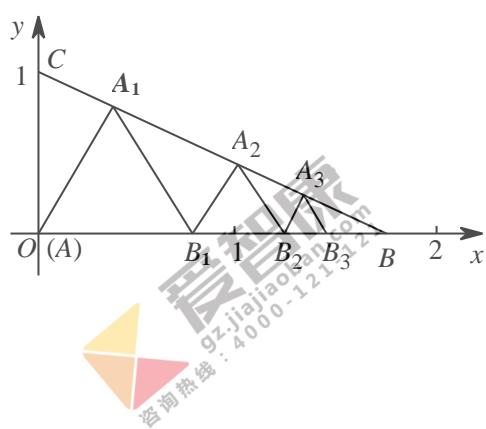
$$\therefore \angle COA_1 = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle CA_1O = 180^\circ - 30^\circ - 60^\circ = 90^\circ$$

在 $\text{Rt}\triangle CAA_1$ 中, $AA_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} OC = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

同理得: $B_1A_2 = \frac{1}{2} A_1B_1 = \frac{\sqrt{3}}{2^2}$,

依此类推, 第 n 个等边三角形的边长等于 $\frac{\sqrt{3}}{2^n}$.



【同类题型迁移】

【2.1】【2016 二中一模】【答案】 $(-\sqrt{3} \cdot 4^{n-1}, 4^n)$

【解析】 \because 直线 l 经过原点, 且与 y 轴正半轴所夹的锐角为 60° ,

\therefore 直线 l 的解析式为 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$.

$\because AB \perp y$ 轴, 点 $A(0, 1)$,

\therefore 可设 B 点坐标为 $(x, 1)$,

将 $B(x, 1)$ 代入 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$, 得 $1 = \frac{\sqrt{3}}{3}x$, 得出 $x = \sqrt{3}$,

$\therefore B$ 点坐标为 $(\sqrt{3}, 1)$, $AB = \sqrt{3}$.

在 $\text{Rt}\triangle A_1AB$ 中, $\angle AA_1B = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$,

$\angle A_1AB = 90^\circ$,

$\therefore AA_1 = \sqrt{3}AB = 3$,

$OA_1 = OA + AA_1 = 1 + 3 = 4$,

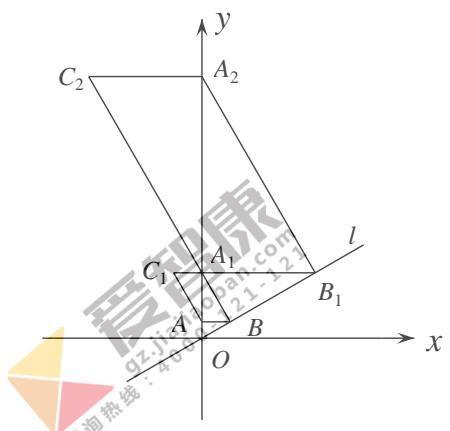
\because 平行四边形 ABA_1C_1 中, $A_1C_1 = AB = \sqrt{3}$,

$\therefore C_1$ 点的坐标为 $(-\sqrt{3}, 4)$, 即 $(-\sqrt{3} \cdot 4^0, 4^1)$;

由 $\frac{\sqrt{3}}{3}x = 4$, 得出 $x = 4\sqrt{3}$,

$\therefore B_1$ 点坐标为 $(4\sqrt{3}, 4)$, $A_1B_1 = 4\sqrt{3}$.

在 $\text{Rt}\triangle A_2A_1B_1$ 中, $\angle A_1A_2B_1 = 30^\circ$,



$\angle A_2 A_1 B_1 = 90^\circ$,

$$\therefore A_1 A_2 = \sqrt{3} A_1 B_1 = 12,$$

$$OA_2 = OA_1 + A_1 A_2 = 4 + 12 = 16,$$

\because 平行四边形 $A_1 B_1 A_2 C_2$ 中, $A_2 C_2 = A_1 B_1 = 4\sqrt{3}$,

$\therefore C_2$ 点的坐标为 $(-4\sqrt{3}, 16)$, 即 $(-\sqrt{3} \cdot 4^1, 4^2)$;

同理, 可得 C_3 点的坐标为 $(-16\sqrt{3}, 64)$, 即 $(-\sqrt{3} \cdot 4^2, 4^3)$;

以此类推, 则 C_n 点的坐标为 $(-\sqrt{3} \cdot 4^{n-1}, 4^n)$.

【2.2】 【2017 真光中学一模】 【答案】 $(3^{1009}, 0)$

【解析】 $\because B(-1, 0)$ 、 $A(0, \sqrt{3})$,

\therefore 在 $\text{Rt}\triangle ABO$ 中,

$$\tan \angle BAO = \frac{OB}{AO} = \frac{1}{\sqrt{3}},$$

又 $\because A_1 A \perp AB$,

$$\therefore \angle BOA + \angle OAA_1 = \angle AA_1 O + OAA_1 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAO = \angle AA_1 O,$$

$$\therefore \text{在 } \text{Rt}\triangle AOA_1 \text{ 中, } \tan \angle AA_1 O = \frac{AO}{OA_1} = \frac{1}{\sqrt{3}},$$

$$\text{即 } \frac{\sqrt{3}}{OA_1} = \frac{1}{\sqrt{3}}, \text{ 解得 } OA_1 = 3,$$

\therefore 点 A_1 的坐标为 $A_1(3, 0)$,

同理可得 $A_2(0, -3\sqrt{3})$, $A_3(-9, 0)$,

由规律可得: A_{2017} 的坐标落在 x 轴的正半轴,

A_{2017} 的横坐标为: $(\sqrt{3})^{2018} = 3^{1009}$,

$\therefore A_{2017}$ 的坐标是 $(3^{1009}, 0)$.

【例 3】 【答案】 $11n + 6$

【解析】 第一顶帐篷用钢管数为 17 根;

串二顶帐篷用钢管数为 $17 + 11 \times 1 = 28$ 根;

串三顶帐篷用钢管数为 $17 + 11 \times 2 = 39$ 根;

以此类推, 串 n 顶帐篷用钢管数为 $17 + 11(n - 1) = 11n + 6$ 根,

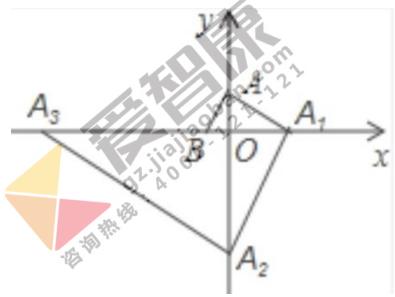
故答案为 $11n + 6$.

【3.1】 【2015 海珠实验中学一模题】 【答案】 $n(n + 2)$

【解析】 第一个图形是三角形, 第二个图形是四边形, 第三个是五边形, 第四个是六边形,

所以, 第 n 个图形就是 $n + 2$ 边形. 在每个顶点放

黑丝的棋子, 就有 $n + 2$ 个, 再在每条边上放上 $n - 1$ 个, 所以, 总共有 $n + 2 + (n + 2)(n - 1) = n(n + 2)$.



图①



图②



图③



...

【例 4】【答案】 $-3\sqrt{3}$

【解析】 \because 双曲线 $y = \frac{\sqrt{3}}{x}$ 的图象关于原点对称，

∴点A与点B关于原点对称,

$$\therefore OA = OB ,$$

连接 OC ，如图所示，

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形, $OA = OB$,

$$\therefore OC \perp AB, \quad \angle BAC = 60^\circ,$$

$$\therefore \tan \angle OAC = \frac{OC}{OA} = \sqrt{3},$$

$$\therefore OC = \sqrt{3}OA,$$

过点 A 作 $AE \perp y$ 轴, 垂足为 E , 过点 C 作 $CF \perp y$ 轴, 垂足为 F ,

$$\therefore AE \perp OE, \quad CF \perp OF, \quad OC \perp OA,$$

$$\therefore \angle AEO = \angle OFC, \quad \angle AOE = 90^\circ - \angle FOC = \angle OCF,$$

$\therefore \triangle OFC \sim \triangle AEO$, 相似比 $\frac{OC}{OA} = \sqrt{3}$, 面积比 $\frac{S_{\triangle OFC}}{S_{\triangle AEO}} = 3$,

∴点A是双曲线 $y=\frac{\sqrt{3}}{x}$ 在第一象限分支上的一个动点,设点A坐标为 (a,b) ,

$$\therefore S_{\triangle AEO} = \frac{1}{2}ab = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore S_{\Delta OFC} = \frac{1}{2} FC \cdot OF = \frac{3\sqrt{3}}{2},$$

∴ 设点 C 坐标为 (x, y) ,

∴ 点C在双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 上,

$$\therefore k \equiv xy.$$

∴ 点 C 在第四象限.

$$\therefore FC = x, \quad OF = -y,$$

$$\therefore FC \cdot OF = x \cdot (-y) = -xy = -3\sqrt{3}.$$

故答案为: $-3\sqrt{3}$.

【4.1】 【2017 十六中一模】 【答案】 $(\frac{1}{3}, 3)$

【解析】点A在反比例函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图像上,设A点坐标为 $(\frac{1}{a},a)$,

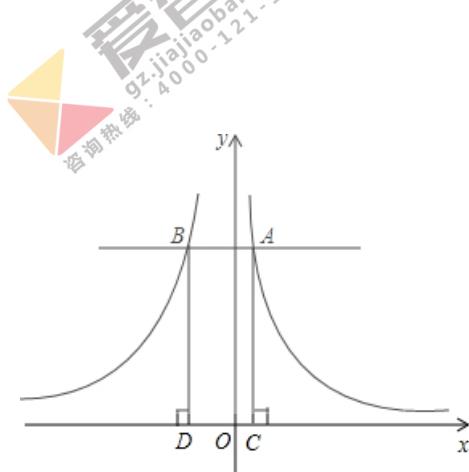
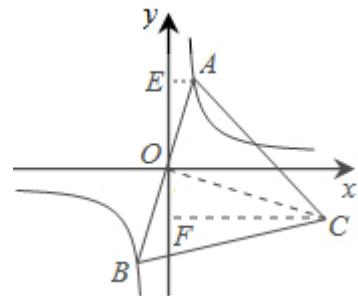
$\therefore AB$ 平行于 x 轴,

∴ 点 B 的纵坐标为 $\frac{1}{a}$ ，而点 B 在反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 图像上，

∴ B 点的横坐标 $(-2a, \frac{1}{a})$,

$$\therefore AB = a - (-2a) = 3a, \quad AC = \frac{1}{a},$$

∴四边形 $ABCD$ 的周长为 8, 而四边形 $ABCD$ 为矩形,



$\therefore AB + AC = 4$, 即 $3a + \frac{1}{a} = 4$, 整理得 $3a^2 - 4a + 1 = 0$, $(3a-1)(a-1) = 0$,

$\therefore a_1 = \frac{1}{3}$, $a_2 = 1$, 而 $AB < AC$,

$\therefore a = \frac{1}{3}$,

$\therefore A$ 点的坐标为 $(\frac{1}{3}, 3)$, 故答案是 $(\frac{1}{3}, 3)$.

【4.2】【2017 铁一中学一模 16】【答案】 $\frac{9}{4}$

【解析】依题意得, 设 A 点的纵坐标为 $(x, x+1)$,

则 B 点坐标为 $(\frac{2}{x+1}, x+1)$, $(-1 < x < 1)$.

$\therefore S_{\text{矩形}ABCD} = (\frac{2}{x+1} - x)(x+1) = -(x + \frac{1}{2})^2 + \frac{9}{4}$

\therefore 当 $x = -\frac{1}{2}$ 时, 矩形 $ABCD$ 面积的最大值为 $\frac{9}{4}$.

【4.3】【2016 番禺区一模 16】【答案】 $y = \frac{8}{x}$

【解析】解: $\because B(8, 4)$,

$\therefore OA = 8$, $AB = OC = 4$,

$\therefore A'O = OA = 8$, $A'B' = AB = 4$.

$\tan \angle COD = \frac{CD}{OC} = \frac{A'B'}{A'O}$, 即 $\frac{CD}{4} = \frac{4}{8}$,

解得 $CD = 2$,

\therefore 点 D 的坐标为 $(2, 4)$,

设经过点 D 的反比例函数解析式为 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$),

则 $\frac{k}{2} = 4$,

解得 $k = 8$,

所以, 经过点 D 的反比例函数解析式为 $y = \frac{8}{x}$.

\therefore 答案为 $y = \frac{8}{x}$

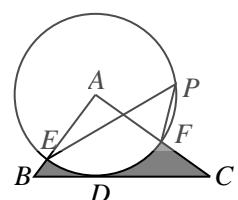
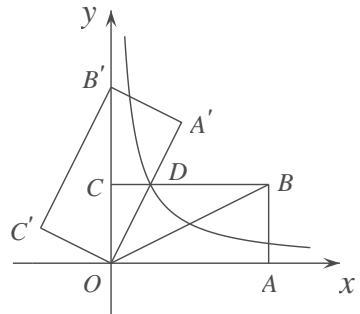
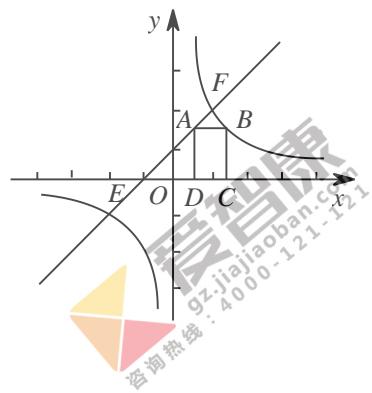
【例 5】【答案】 $4 - \frac{8}{9}\pi$

【解析】连接 AD , $\because BC$ 是切线, 点 D 是切点,

$\therefore AD \perp BC$,

又 $\because \angle EAF = 2\angle EPF = 80^\circ$,

$\therefore S_{\text{扇形}} = \frac{80\pi \times 2^2}{360} = \frac{8}{9}\pi$,



$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AD \cdot BC = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4,$$

$$\therefore S_{\text{阴影部分}} = S_{\triangle ABC} - S_{\text{扇形} AEF} = 4 - \frac{8}{9}\pi.$$

【5.1】 【2015 二中一模题 15】 【答案】 $\frac{\pi}{4}$

【解析】 $\because \triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $AB = 2$,

$$\therefore \angle BAC = 45^\circ, AC = \frac{\sqrt{2}}{2} AB = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 2 = \sqrt{2},$$

$\because \triangle ABC$ 绕点 A 按顺时针方向旋转 45° 后得到 $\triangle AB'C'$,

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle AB'C'$,

$$\therefore S_{\text{阴影面积}} = S_{\text{扇形} BAB'} + S_{\triangle AB'C'} - S_{\triangle ABC} - S_{\text{扇形} CAC'} = S_{\text{扇形} BAB'} - S_{\text{扇形} CAC'},$$

$$\therefore \text{阴影部分的面积为: } \frac{45 \cdot \pi \times 2^2}{360} - \frac{45 \cdot \pi \times (\sqrt{2})^2}{360} = \frac{\pi}{4}.$$

【例 6】 【答案】 ③⑤

【解析】 ①由图象可知, 图象开口向下, $a < 0$;

对称轴在 y 轴的右侧, a 、 b 异号, 则 $b > 0$;

抛物线与 y 轴的交点在 x 轴的上方, $c > 0$,

则 $abc < 0$, 所以①不正确;

②当 $x = -1$ 时图象在 x 轴下方,

则 $y = a - b + c < 0$, 即 $a + c < b$, 所以②不正确;

③对称轴为直线 $x = 1$,

则 $x = 2$ 时图象在 x 轴上方, 则 $y = 4a + 2b + c > 0$, 所以③正确;

④由图象可知, 当 $y < 0$,

需求出抛物线与 x 轴的具体坐标,

现在并不能求出具体数字, 所以④不正确;

⑤开口向下, 当 $x = 1$, y 有最大值 $a + b + c$;

当 $x = m (m \neq 1)$ 时, $y = am^2 + bm + c$,

则 $a + b + c > am^2 + bm + c$,

即 $a + b > m(am + b) (m \neq 1)$, 所以⑤正确.

故答案为③⑤.

【6.1】 【2017 第十三中学一模 16】 【答案】 ②④⑤

【解析】 由二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象可知, $a < 0$, $b > 0$, $c > 0$, $\therefore abc < 0$, ①是错误的;

\because 二次函数的图象与 x 的交点是 $x_1 = -1$, $x_2 = 3$,

$\therefore ax^2 + bx + c = 0$ 的两个根是 $x_1 = -1$, $x_2 = 3$, ②是正确的;

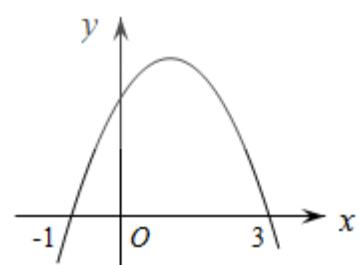
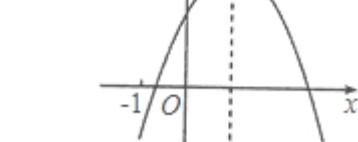
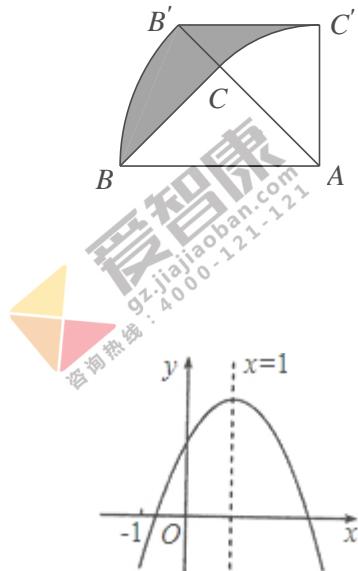
\because 当 $x = 1$, $y > 0$,

$\therefore a + b + c > 0$, ③是错误的;

\because 二次函数的对称轴是 $x = 1$,

$\therefore x > \frac{3}{2}$ 时, y 随 x 的增大而减小, ④是正确的;

\because 二次函数的对称轴是 $x = 1$,



$$\therefore -\frac{b}{2a} = 1, \text{ 即 } 2a + b = 0, \text{ ⑤是正确的;}$$

故答案选②④⑤.

【例 7】【答案】①②③⑤

【解析】 $\because AB = AC, \angle BAC = 90^\circ$, 点 P 是 BC 的中点,

$$\therefore AP \perp BC, AP = PC, \angle EAP = \angle C = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle APF + \angle CPF = 90^\circ,$$

$\because \angle FPE$ 是直角,

$$\therefore \angle APF + \angle APE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle APE = \angle CPF, \text{ 故②正确;}$$

在 $\triangle APE$ 和 $\triangle CPF$ 中,

$$\begin{cases} \angle APE = \angle CPF \\ AP = PC \\ \angle EAP = \angle C = 45^\circ \end{cases}$$

$$\therefore \triangle APE \cong \triangle CPF (\text{ASA}),$$

$$\therefore AE = CF, \text{ 故①正确;}$$

$$\therefore \triangle EFP \text{ 是等腰直角三角形, 故③正确;}$$

$$\text{根据等腰直角三角形的性质, } EF = \sqrt{2}PE,$$

$$\text{所以, } EF \text{ 随着点 } E \text{ 的变化而变化, 只有当点 } E \text{ 为 } AB \text{ 的中点时, } EF = \sqrt{2}PE = AP,$$

$$\text{, 在其它位置时 } EF \neq AP, \text{ 故④错误;}$$

$$\because \triangle APE \cong \triangle CPF (\text{ASA}),$$

$$\therefore S_{\triangle APE} = S_{\triangle CPF},$$

$$\therefore S_{\text{四边形} AEPF} = S_{\triangle APF} + S_{\triangle APE}$$

$$= S_{\triangle APF} + S_{\triangle CPF} = S_{\triangle APC} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC}, \text{ 故⑤正确,}$$

综上所述, 正确的结论有①②③⑤共4个.

故答案为: ①②③⑤.

【同类题型迁移】

【7.1】【2017 黄埔区一模 16】【答案】4

【解析】 连接 CD ,

在 $\triangle AED$ 与 $\triangle CFD$ 中,

$$\begin{cases} DA = CD \\ \angle A = \angle DCF \\ AE = CF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AED \cong \triangle CFD (\text{SAS})$$

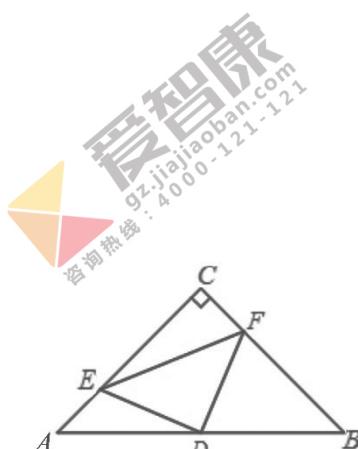
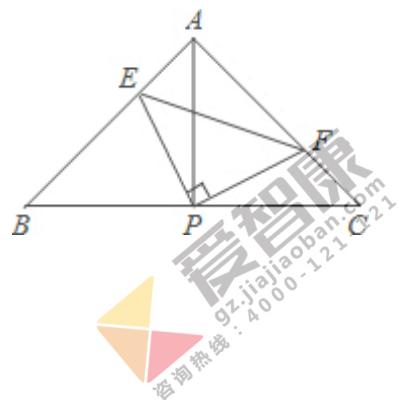
$$\therefore ED = DF \text{ 且 } \angle EDF = 90^\circ.$$

即 $\triangle EDF$ 为等腰直角三角形.

$$\therefore S_{\text{四边形} CEDF} = S_{\triangle CFD} + S_{\triangle CED}$$

$$\text{又} \because \triangle AED \cong \triangle CFD,$$

$$\therefore S_{\text{四边形} CEDF} = S_{\triangle AED} + S_{\triangle CED}$$



$$\therefore S_{\text{四边形}CEDF} = \frac{1}{2} \times ED \cdot FD + \frac{1}{2} \times CE \cdot CF = S_{\triangle ACD} = 2 \times 2 \times \frac{1}{2} = 2,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times ED \cdot FD + \frac{1}{2} \times CE \cdot CF = 2,$$

可得 $ED \cdot FD + CE \cdot CF = 4$.

故答案为 4.

【7.2】【2016 铁一一模 16】【答案】 $2\sqrt{2}$

【解析】过 B 作 $BF \parallel ED$, DC 的延长线交于 F 点.

$$\therefore \angle F = 90^\circ,$$

可得四边形 $BEDF$ 为矩形.

$$\therefore \angle ABE = \angle CBF$$

在 $\triangle ABE$ 与 $\triangle CBF$ 中,

$$\begin{cases} \angle ABE = \angle CBF \\ \angle BEA = \angle F \\ AB = BC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CBF \text{ (AAS)}$$

$$\therefore BE = BF,$$

在矩形 $BEDF$ 中, $BE = BF$

∴ 矩形 $BEDF$ 为正方形.

∴ 正方形 $BEDF$ 面积为 8,

$$\therefore BE^2 = 8,$$

$$\therefore BE = 2\sqrt{2}.$$

【例 8】【答案】 135°

【解析】 $\because \triangle PDB \sim \triangle ACP$,

$$\therefore \angle A = \angle BPD,$$

∴ $\triangle PCD$ 等腰直角三角形,

$$\therefore \angle PCD = \angle PDC = 45^\circ, \angle CPD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle PCD = \angle A + \angle APC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle APC + \angle BPD = 45^\circ,$$

$$\angle APB = \angle APC + \angle BPD + \angle CPD = 45^\circ + 90^\circ = 135^\circ$$

故答案为: 135° .

【同类题型迁移】

【8.1】【2017 广雅中学一模题 15】【答案】3

【解析】 \because 直线 $y = -2x + 4$ 与 x 轴, y 轴分别交于 A , B 两点,

$$\therefore OA = 2, OB = 4,$$

$$\text{又} \because \angle 1 = \angle 2 \therefore \angle BAO = \angle OCA,$$

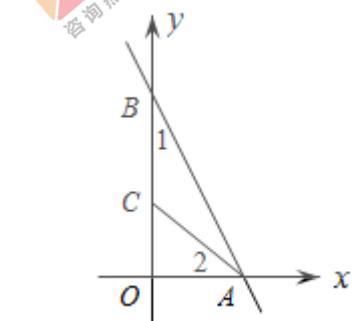
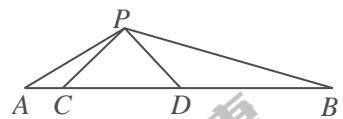
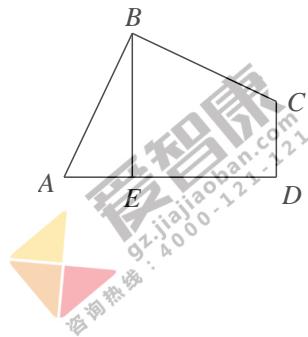
$$\therefore \triangle OAC \sim \triangle OAB,$$

$$\text{则 } OC : OA = OA : OB = 1 : 2,$$

$$\therefore OC = 1, BC = 3,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3,$$

故答案为 3.



【8.2】【2017 越秀广大附一模 16】【答案】 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

【解析】过点 F 作 $FG \perp AC$ 于 G ，如图所示。

易得 $\triangle BCE \cong \triangle GCF$ (AAS)

$$\therefore CG = BC = 2\sqrt{3} ,$$

$\therefore \triangle AGF \sim \triangle CBA$.

$$\therefore \frac{AG}{CB} = \frac{AF}{CA} = \frac{GF}{BA} ,$$

$$\therefore AF = \frac{4(4-2\sqrt{3})}{2\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}-12}{3} ,$$

$$FG = \frac{2(4-2\sqrt{3})}{2\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}-6}{3} ,$$

$$\therefore AE = 2 - \frac{4\sqrt{3}-6}{3} = \frac{12-4\sqrt{3}}{3} ,$$

$$\therefore AE + AF = \frac{12-4\sqrt{3}}{3} + \frac{8\sqrt{3}-12}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

【8.3】【2017 华师附中一模题 15】【答案】 $\frac{12\sqrt{2}}{5}$

【解析】在等腰 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， $AC = 6$ ，

$$\therefore \angle C = 45^\circ$$

$\therefore \triangle CDF$ 为等腰直角三角形。

在等腰 $\text{Rt}\triangle CDF$ 中，设 $CF = x$ ，则 $CD = \sqrt{2}x$ ，

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle BDA \text{ 中，} \tan \angle DBA = \frac{1}{5} \text{，即 } \frac{AD}{AB} = \frac{6-\sqrt{2}x}{6} = \frac{1}{5}$$

$$\text{解得 } x = \frac{12\sqrt{2}}{5} , \therefore CF = \frac{12\sqrt{2}}{5} .$$

【8.4】【2017 南沙区一模 16】【答案】 $2\sqrt{10}$

【解析】连接 AB ，交 DE 于点 F ，

$\therefore AD \perp DE$ ， $DE \perp EB$ ，

$\therefore \angle ADF = \angle BEF$ ， $\angle AFD = \angle BFE$ ，

$\therefore \triangle ADF \sim \triangle BEF$ ，

$$\frac{DF}{EF} = \frac{AD}{BE} = \frac{3}{5} ,$$

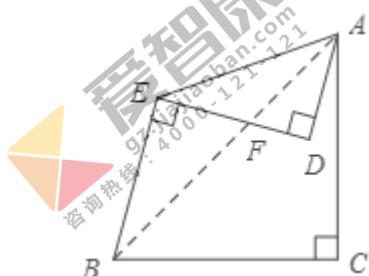
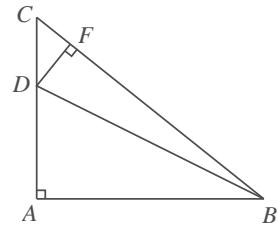
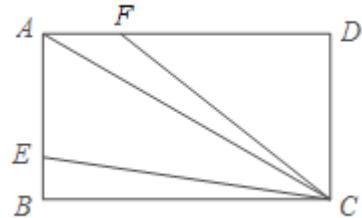
设 $DF = 3x$ ， $EF = 5x$ ，

$$\text{则 } 3x + 5x = 4 , \text{ 解得 } x = \frac{1}{2} ,$$

$$\therefore DF = \frac{3}{2} , EF = \frac{5}{2} ,$$

在 $\text{Rt}\triangle ADF$ 和 $\text{Rt}\triangle BEF$ 中，

$$AF = \sqrt{AD^2 + DF^2} = \frac{3\sqrt{5}}{2} ,$$



$$BF = \sqrt{BE^2 + EF^2} = \frac{5\sqrt{5}}{2},$$

$$\therefore AB = 4\sqrt{5},$$

在等腰直角 $\triangle ABC$ 中，

$$AC = \frac{AB}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{10},$$

故答案为 $2\sqrt{10}$.

【8.5】【2016 海珠区一模 16】【答案】 $\frac{3\sqrt{2}}{4}$

【解析】过点 M 作 $MH \perp AC$ 于 H ，如图，

\because 四边形 $ABCD$ 为正方形，

$$\therefore \angle MAH = 45^\circ,$$

$\therefore \triangle MAH$ 为等腰直角三角形，

$$\therefore AH = MH = \frac{\sqrt{2}}{2} AM = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 2 = \sqrt{2},$$

$$OC = \frac{1}{2} AC = \frac{3\sqrt{2}}{2}, \quad CH = AC - AH = 3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2}.$$

$$\therefore BD \perp AC,$$

$$\therefore ON \parallel MH,$$

$$\therefore \triangle CON \sim \triangle CHM.$$

$$\therefore \frac{ON}{MH} = \frac{OC}{CH}, \text{ 即 } \frac{ON}{\sqrt{2}} = \frac{\frac{3\sqrt{2}}{2}}{2\sqrt{2}},$$

$$\therefore ON = \frac{3\sqrt{2}}{4}.$$

【例 9】【答案】①②③

【解析】 $\triangle DCB$ 旋转 45° 得到 $\triangle DGH$ ，故 $\triangle DGH \cong \triangle DCB$ ， $\angle DHG = \angle DBC = 45^\circ$ ， $\angle DGH = \angle DCB = 90^\circ$
 $\therefore \angle DAC = 45^\circ$ ， $\therefore AF \parallel EG$

在 $\text{Rt}\triangle AED$ 和 $\text{Rt}\triangle GED$ 中， $AD = GD$ ， $ED = ED$ ， $\text{Rt}\triangle AED \cong \text{Rt}\triangle GED$ ，

$\therefore \angle ADE = \angle GDE$. 故②正确；

在 $\triangle ADF$ 与 $\triangle GDF$ 中， $AD = GD$ ， $\angle ADF = \angle GDF$ ， $FD = FD$ ， $\triangle ADF \cong \triangle GDF$ ，

$\therefore \angle DGF = \angle DAF = 45^\circ$ ，又 $\because \angle DBA = 45^\circ$ ， $\therefore FG \parallel AE$

\therefore 四边形 $AEGF$ 是平行四边形，

又 $AF = GF$ ， \therefore 四边形 $AEGF$ 是菱形，故①正确；

$$\angle GDF = \frac{1}{2} \angle ADB = 22.5^\circ, \quad \angle DGF = 45^\circ, \quad \therefore \angle DFG = 112.5^\circ, \text{ ③正确；}$$

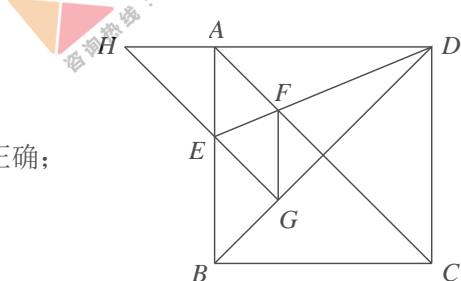
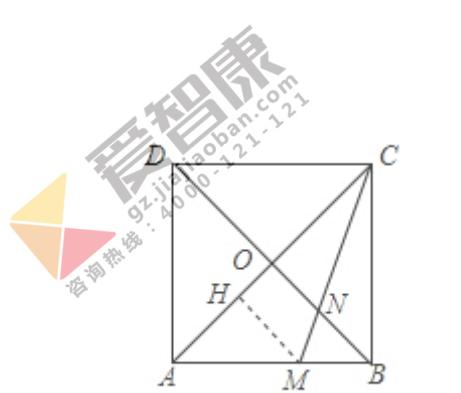
$$FG = AE = HA = HD - AD = BD - AD = \sqrt{2} - 1,$$

$$BC + FG = 1 + \sqrt{2} - 1 = \sqrt{2}, \text{ 故④不正确.}$$

【同类题型迁移】

【9.1】【2017 广州中考真题 16】【答案】①③

【解析】如图，分别过点 A 、 B 作 $AN \perp OB$ 于点 N ，



$BM \perp x$ 轴于点 M ，

在平行四边形 $OABC$ 中，

$\because A(8,0)$ ， $C(3,4)$ ，

$\therefore B$ 点坐标为 $(11,4)$ ，

$$OB = \sqrt{11^2 + 4^2} = \sqrt{137}，$$

\because 点 D 、 E 是线段 OB 的三等分点，

$$\therefore \frac{OD}{BD} = \frac{1}{2}，$$

$\because CB \parallel OF$ ，

$\therefore \triangle ODF \sim \triangle BDC$ ，

$$\therefore \frac{OF}{BC} = \frac{OD}{BD} = \frac{1}{2}，$$

$$\therefore OF = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}OA，$$

$\therefore F$ 是 OA 的中点，

故①正确；

$\because C(3,4)$ ，

$$\therefore OC = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \neq OA，$$

\therefore 平行四边形 $OABC$ 不是菱形，

$$\therefore \angle DOF \neq \angle COD = \angle EBG，$$

$$\angle ODF \neq \angle COD = \angle EBG，$$

$\therefore F(4,0)$ ，

$$\therefore CF = \sqrt{(3-4)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{17} < OC，$$

$$\therefore \angle CFO > \angle COF，$$

$$\therefore \angle DFO \neq \angle EBG，$$

故 $\triangle OFD$ 与 $\triangle BEG$ 不相似，

则②错误；

由①同理可得点 G 是 AB 的中点，

$\therefore FG$ 是 $\triangle OAB$ 的中位线，

$$\therefore FG \parallel OB，FG = \frac{1}{2}OB = \frac{1}{2}\sqrt{137}，$$

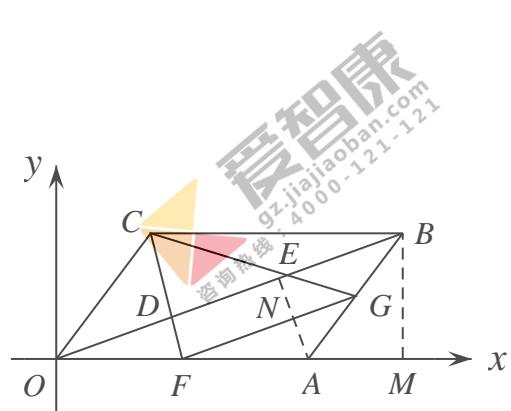
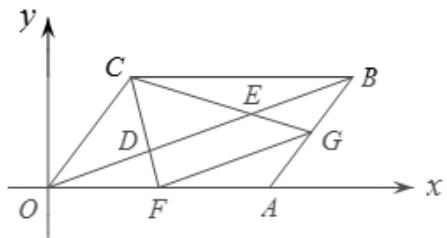
\therefore 点 D 、 E 是线段 OB 的三等分点，

$$\therefore DE = \frac{1}{3}OB = \frac{1}{3}\sqrt{137}，$$

$$\therefore S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2}OB \cdot AN$$

$$= \frac{1}{2}OA \cdot BM$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 4$$



=16 ,

解得: $\frac{1}{2}AN = \frac{16}{OB}$,

$\because DF \parallel FG$,

\therefore 四边形 $DEGF$ 是梯形,

$$\therefore S_{\text{梯形}DEGF} = \frac{(DE + FG)h}{2}$$

$$= \frac{5}{12}OB \cdot h$$

$$= \frac{5}{12}OB \cdot \frac{1}{2}AN$$

$$= \frac{5}{12}OB \cdot \frac{16}{OB}$$

$$= \frac{20}{3} ,$$

则③正确;

$$\because OD = \frac{1}{3}OB = \frac{\sqrt{137}}{3} ,$$

故④错误;

综上, ①③正确,

故答案填①③.

【9.2】【2015 十六中一模 16】【答案】 $5\sqrt{2}$

【解析】如图所示, 过 H 作 $MH \perp AB$, $HN \perp BC$, 连接 CG .

在 $\triangle CEB$ 和 $\triangle CGD$ 中,

$$\begin{cases} BE = DG \\ \angle CBE = \angle CDG \\ CB = CD \end{cases}$$

$\therefore \triangle CEB \cong \triangle CGD$ (SAS),

可得 $CE = CG$, $\angle ECB = \angle GCD$, 得 $\angle ECG = \angle BCD = 90^\circ$,

$\therefore \triangle CGE$ 为等腰直角三角形,

$\therefore EH = CH$,

$\because CH \perp EG$, $MH \perp NH$, 则 $\angle 1 + \angle EHN = \angle EHN + \angle 2$,

$\therefore \angle 1 = \angle 2$

在 $\triangle MHE$ 和 $\triangle NHC$ 中,

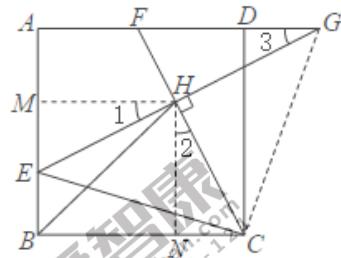
$$\begin{cases} \angle EMH = \angle CNH \\ \angle 1 = \angle 2 \\ EH = CH \end{cases}$$

$\therefore \triangle MHE \cong \triangle NHC$ (AAS),

得 $MH = NH$,

故四边形 $MHNB$ 为正方形,

又 $\because BH = 8$,



$$\therefore BN = NH = BH \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}, \quad CN = BC - BN = 6\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2},$$

根据勾股定理得,

$$CH = \sqrt{CN^2 + HN^2} = \sqrt{(4\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{10},$$

则在 $\triangle ECG$ 中, $HG = CH = 2\sqrt{10}$.

根据两直线平行, 同位角相等, 得 $\angle 3 = \angle 1$,
等角的余角相等, 可得 $\angle 1 = \angle 2$, 所以 $\angle 2 = \angle 3$,
所以 $\text{Rt}\triangle FHG \sim \text{Rt}\triangle CNH$,

$$\text{则 } \frac{FC}{HG} = \frac{CH}{NH} = \frac{2\sqrt{10}}{4\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}}{2},$$

$$\text{则 } GF = \frac{\sqrt{5}}{2} HG = \frac{\sqrt{5}}{2} \times 2\sqrt{10} = 5\sqrt{2}.$$

【例 10】【答案】①②③

【解析】首先连接 OE , CE , 由 $OE = OD$, $PE = PF$,
易得 $\angle OED + \angle PEF = \angle ODE + \angle PFE$, 又由 $OD \perp BC$,
可得 $OE \perp PE$, 继而证得 PE 为 $\odot O$ 的切线;

又 $\because BC$ 为直径, 可得 $OE \perp AB$, 由切线长定理可得 $GC = GE$. \therefore ①②正确.
继而证得 $AG = GE$, 可得 G 为 AC 的中点,

易证得 OG 是 $\triangle ABC$ 的中位线, 则可得 $OG \parallel BE$, \therefore ③正确.

由于在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A + \angle ABC = 90^\circ$, 在 $\text{Rt}\triangle POE$ 中, $\angle P + \angle POE = 90^\circ$,
而 $\angle POE$ 不一定等于 $\angle ABC$, 则可得 $\angle A$ 不一定等于 $\angle P$, \therefore ④错误.

【同类题型迁移】

【10.1】【2015 从化区一模 16】【答案】 $8 + 6\sqrt{2}$

【解析】连接 OD , OE ,

\because 半圆 O 与等腰直角三角形两腰 CA 、 CB 分别切于 D 、 E 两点,

$$\therefore \angle C = \angle OEB = \angle OEC = \angle ODC = 90^\circ,$$

\therefore 四边形 $ODCE$ 是矩形,

$$\therefore OD = OE,$$

\therefore 四边形 $ODCE$ 是正方形,

$$\therefore CD = CE = OE,$$

$$\therefore \angle A = \angle B = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle EOB = \angle EBO = 45^\circ,$$

$$\therefore OE = EB,$$

$\therefore \triangle OEB$ 是等腰直角三角形,

$$\text{设 } OE = r,$$

$$\therefore BE = OE = OG = r,$$

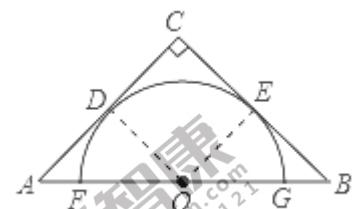
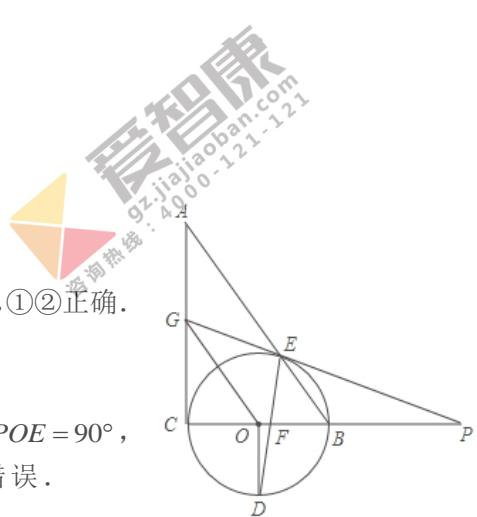
$$\therefore OB = OG + BG = 1 + r,$$

$$\therefore OB = \sqrt{2}OE = \sqrt{2}r,$$

$$\therefore 1 + r = \sqrt{2}r,$$

$$\therefore r = \sqrt{2} + 1,$$

$$\therefore AC = BC = 2\sqrt{2} + 2, \quad AB = 2\sqrt{2}(\sqrt{2} + 1) = 4 + 2\sqrt{2},$$



$\therefore \triangle ABC$ 的周长: $8 + 6\sqrt{2}$,

故答案为: $8 + 6\sqrt{2}$.

【10.2】【2016 中大附中一模 16】【答案】 $4\sqrt{5}$ cm

【解析】如图所示, 连接 OC 、 OD ,

过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E , 过点 O 作 $OF \perp AC$ 于点 F ,

由圆周角和圆心角的关系可得:

$$\angle BOD = 2\angle BAD,$$

又 $\because AD$ 平分 $\angle BAC$,

$$\therefore \angle BAC = 2\angle BAD,$$

故 $\angle BAC = \angle BOD$,

在 $\triangle AOF$ 和 $\triangle ODE$ 中,

$$\begin{cases} \angle OAF = \angle DOE \\ \angle AFO = \angle OED \\ OA = DO \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AOF \cong \triangle ODE \quad (\text{AAS}),$$

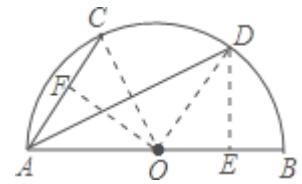
再由垂径定理得 $OE = AF = \frac{1}{2}AC = 3$ cm.

在 $\text{Rt}\triangle ODE$ 中,

$$\text{由勾股定理得 } DE = \sqrt{OD^2 - OE^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4\text{cm},$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle ADE \text{ 中, 由勾股定理得: } AD = \sqrt{AE^2 + DE^2} = \sqrt{(AO + OE)^2 + 4^2} = \sqrt{8^2 + 4^2} = 4\sqrt{5}\text{cm}.$$

故答案为 $4\sqrt{5}$ cm



第 22 题

【例 1】【2017 年黄埔区一模】

【解析】设小明步行的速度是每小时 x 千米，则小明骑车的速度是每小时 $4x$ 千米，

$$\text{依题意得, } \frac{2}{x} - \frac{2}{4x} = \frac{1}{3}$$

$$\text{解得, } x = \frac{9}{2}, \quad 4x = 18$$

经检验它是原方程的解，且符合题意。

答：小明步行的速度是每小时 $\frac{9}{2}$ 千米，骑车的速度是每小时 18 千米。

【1.1】【2017 年白云区一模】

【解析】设轮船平均日速为 x 千米，则列车平均日速为 $(2x - 49)$ 千米，

$$\text{由题意得: } \frac{11025 \times 1.6}{x} = 3 \times \frac{11025}{2x - 49},$$

$$\text{解得: } x = 392,$$

经检验得 $x = 392$ 是原方程的解，

$$\therefore 2x - 49 = 735,$$

答：轮船平均日速为 392 千米，则列车平均日速为 735 千米。

【1.2】【2017 年从化一模】

【解析】(1) 甲、乙两同学从家到学校的距离之比是 $10:7$ ，甲同学的家与学校的距离为 3000 米。

$$\therefore \text{乙同学的家与学校的距离} = 3000 \times \frac{7}{10} = 2100 \text{ (米)};$$

答：乙同学的家与学校的距离为 2100 米。

(2) 设乙骑自行车的速度为 x 米/分钟，则公交车的速度为 $2x$ 米/分钟。

$$\text{依题意得: } \frac{2100}{x} - \frac{3000}{2x} = 2$$

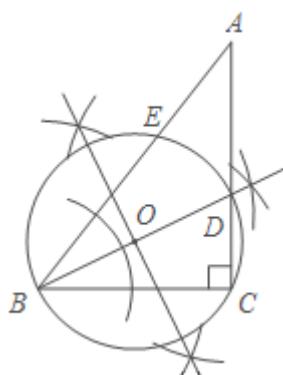
$$\text{解得: } x = 300$$

经检验， $x = 300$ 是方程的根。

答：乙同学的家与学校的距离为 2100 米；乙骑自行车的速度为 300 米/分钟。

【例 2】【2017 年海珠区一模】

【解析】(1) 作图如下图所示：



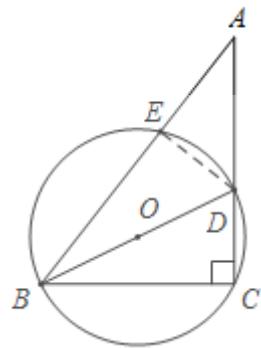
(2) $\because BD$ 为 $\odot O$ 的直径

$\therefore \angle BED = 90^\circ$ ，又 $\because \angle C = 90^\circ$

$\therefore DE \perp AB, DC \perp BC$

又 $\because BD$ 平分 $\angle ABC$

$\therefore DE = DC$



(3) 在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, $\sin A = \frac{DE}{AD}$,

$$\because \sin A = \frac{3}{5} \therefore \frac{DE}{AD} = \frac{3}{5}$$

设 $DC = DE = 3x$, $AD = 5x$

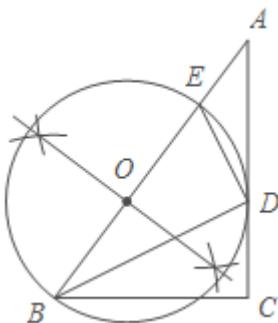
$\therefore AC = AD + DC$

$$\therefore 3x + 5x = 6,$$

$$x = \frac{3}{4}, \therefore AD = 5x = 5 \times \frac{3}{4} = \frac{15}{4}.$$

【2.1】【2017年广雅一模】

【解析】(1) 作图如下图所示:



(2) 连接 OD , $\therefore OB = OD$,

$\therefore \angle OBD = \angle ODB$

$\because BD$ 平分 $\angle ABC$, $\therefore \angle OBD = \angle DBC$,

$\therefore \angle ODB = \angle DBC$, $\therefore OD \parallel BC$,

又 $\because \angle ACB = 90^\circ$, $\therefore \angle ODA = 90^\circ$,

即 $OD \perp AC$,

$\because OD$ 是 $\odot O$ 半径,

$\therefore AC$ 是 $\odot O$ 的切线.

(3) 设 $\odot O$ 半径为 r ,

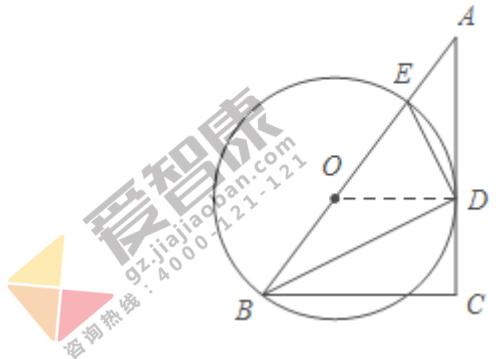
$$\because BC = 9, AC = 12, \therefore AB = 15, \tan A = \frac{3}{4}.$$

$\because OD \parallel BC$, $\therefore \triangle AOD \sim \triangle ABC$,

$$\therefore \frac{r}{9} = \frac{15-r}{15},$$

$$\text{解得 } r = \frac{45}{8}, BE = \frac{45}{4}.$$

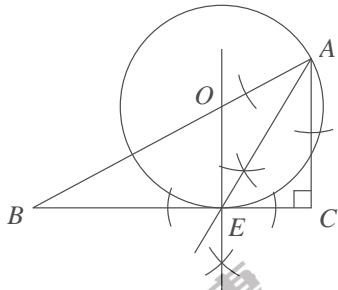
又 $\because EF \parallel AC$, $\therefore \triangle BEF \sim \triangle ABC$.



$$\therefore \frac{EF}{AC} = \frac{BE}{AB} = \frac{45}{15} = \frac{3}{4}.$$

【2.2】【2015 年育才实验中学一模】

【解析】 (1) 如下图所示:



(2) $\because OE \perp BC, \angle C = 90^\circ,$
 $\therefore OE \parallel AC,$
 $\therefore \angle OEA = \angle CAE,$
 $\therefore AE$ 平分 $\angle BAC,$
 $\therefore \angle OEA = \angle CAE = \angle OAE,$
 $\therefore OE = OA,$ 则 $\odot O$ 与 BC 相切

【例 3】(2017 年越秀区第三中学一模)

【解析】(1) 由题意得, 每件商品的销售利润为 $(x-30)$ 元,

那么 m 件的销售利润为 $y = m(x - 30) = (162 - 3x)(x - 30)$,

$$\text{即 } y = -3x^2 + 252x - 4860.$$

(2) 由 $y = -3x^2 + 252x - 4860$ 知, y 是关于 x 的二次函数,

对其配方得 $y = -3(x - 42)^2 + 432$,

当 $x=42$, y 有最大值, 最大值 $y=432$.

当每件商品销售定价为42元时,每天有最大利润为432元.

【同类题型迁移】

【3.1】【2017 年十七中一模】

【解析】(1) 设件数为 x , 依题意, 得 $3000 - 10(x - 10) = 2600$,

答：商家一次购买这种产品50件时，销售单价恰好为2600元。

(2) 当 $0 \leq x \leq 10$ 时, $y = (3000 - 2400)x = 600x$,

当 $10 \leq x \leq 50$ 时, $y = [3000 - 10(x - 10) - 2400]x, y = -10x^2 + 700x,$

当 $x > 50$ 时, $y = (2600 - 2400)x = 200x$,

$$\therefore y = \begin{cases} 600x & (0 \leq x \leq 10, \text{且 } x \text{ 为整数}) \\ -10x^2 + 700x & (10 < x \leq 50, \text{且 } x \text{ 为整数}) \\ 200x & (x > 50, \text{且 } x \text{ 为整数}) \end{cases}$$

(3) 由 $y = -10x^2 + 700x$ 可知抛物线开口向下,

当 $x = -\frac{700}{2 \times (-10)} = 35$ 时, 利润 y 有最大值,

此时, 销售单价为 $3000 - 10(x - 10) = 2750$ 元,

答: 公司应将最低销售单价调整为 2750 元.

【3.2】【2015 年从化一模】

【解析】(1) 童装店降价前每天销售该童装可盈利:

$$(100 - 60) \times 20 = 800 \text{ (元)}$$

(2) 设每件童装降价 x 元, 根据题意, 得

$$(100 - 60 - x)(20 + 2x) = 1200$$

解得: $x_1 = 10$, $x_2 = 20$;

\because 要使顾客得到较多的实惠

\therefore 取 $x = 20$

答: 童装店应该降价 20 元.

(3) 设每件童装降价 x 元, 可获利 y 元, 根据题意, 得

$$y = (100 - 60 - x)(20 + 2x)$$

化简得: $y = -2x^2 + 60x + 800$

$$\therefore y = -2(x - 15)^2 + 1250$$

答: 每件童装降价 15 元童装店可获得最大利润, 最大利润是 1250 元.

【例 4】【2017 年越秀区第二中学一模】

【解析】(1) 如图所示, 过点 C 作 $CE \perp AB$ 于点 E , 可得 $\angle CBD = 45^\circ$, $\angle CAD = 60^\circ$,

设 $AE = x$,

在 $\text{Rt}\triangle CAE$ 中, $CE = \sqrt{3}x$,

在 $\text{Rt}\triangle CBE$ 中, $BE = CE = \sqrt{3}x$,

$\therefore AB = 60(\sqrt{3} + 1)$ (海里),

$\therefore x + \sqrt{3}x = 60(\sqrt{3} + 1)$, 解得: $x = 60$,

则 $AC = 2x = 120$ (海里),

$BC = \sqrt{2} \times \sqrt{3}x = 60\sqrt{6}$ (海里).

(2) 如图所示, 过点 D 作 $DF \perp AC$ 于点 F ,

在 $\triangle ADF$ 中, $\because AD = 100$, $\angle CAD = 60^\circ$,

$$\therefore DF = AD \sin 60^\circ = 100 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3} \approx 86.6 > 80,$$

故海监船沿 AC 前往 C 处盘查, 无触礁的危险.

【同类题型迁移】

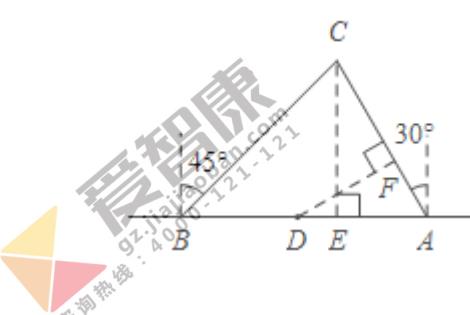
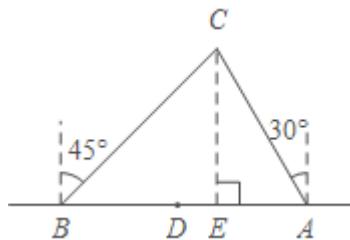
【4.1】(2017 年真光中学)

【解析】(1) 过点 B 作 $BF \parallel AD$ 交 CD 于点 F ,

可得四边形 $ABFD$ 为平行四边形,

$$\therefore DF = AB = 1\text{m},$$

$$\therefore EF = DE - DF = 4\text{m},$$



设 $BC = x$ ，

在 $\text{Rt}\triangle BCE$ 中， $\angle BEC = 60^\circ$ ，

$$\therefore \tan \angle BEC = \frac{BC}{EC} = \frac{x}{EC} = \sqrt{3}，$$

$$\therefore EC = \frac{\sqrt{3}}{3}x，$$

在 $\text{Rt}\triangle BFC$ 中， $\angle BFC = \angle D = 30^\circ$ ，

$$\therefore \tan \angle BFC = \frac{BC}{CF} = \frac{x}{4 + \frac{\sqrt{3}}{3}x} = \frac{\sqrt{3}}{3}，$$

解得： $x = 2\sqrt{3}$ ，

$$\therefore AD = BF = 2BC = 4\sqrt{3}\text{m}.$$

(2) 由题意可得 $\angle BGC = 45^\circ$ ，

即 $\triangle BCG$ 为等腰直角三角形。

由 (1) 可知 $BC = 2\sqrt{3}\text{m}$ ， $CE = 2\text{m}$ ，

$$\therefore GC = BC = 2\sqrt{3}\text{m}，$$

$$DG = DC - CG = DE + EC - CG$$

$$= 5 + 2 - 2\sqrt{3} = (7 - 2\sqrt{3})\text{m}.$$

故遮阳伞的直径为 $(7 - 2\sqrt{3})\text{m}$ 。

【4.2】【2016 年番禺区一模】

【解析】设小山岗的高 AB 为 x 米。

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle ABC \text{ 中, } \tan \alpha = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{4}， \therefore BC = \frac{4x}{3}$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle ABD \text{ 中, } \tan \angle ADB = \frac{AB}{BD} = \frac{x}{200 + \frac{4x}{3}} \approx 0.5$$

解得 $x = 300$ 米

答：小山岗的高 AB 为 300 米。

【例 5】【2017 年广大附一模】

【解析】(1) 设今年年初猪肉价格为 x 每千克元；

根据题意得： $2.5 \times (1 + 60\%)x \geq 100$ ，

解得： $x \geq 25$ 。

答：今年年初猪肉的最低价格为每千克 25 元；

(2) 设 3 月 20 日两种猪肉总销量为 1；

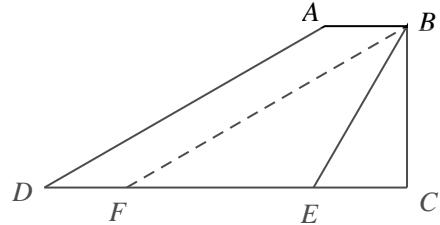
$$\text{根据题意得: } \frac{3}{4} \times 40(1 - a\%) \times (1 + a\%) + \frac{1}{4} \times 40 \times (1 + a\%) = 40(1 + \frac{1}{10}a\%)$$

$$\text{令 } a\% = y， \text{ 原方程化为: } \frac{3}{4} \times 40(1 - y) \times (1 + y) + \frac{1}{4} \times 40 \times (1 + y) = 40(1 + \frac{1}{10}y)，$$

整理得： $5y^2 - y = 0$ ，

解得： $y = 0.2$ ，或 $y = 0$ (舍去)，

则 $a\% = 0.2$ ，



$$\therefore a = 20;$$

答: a 的值为 20.

【同类题型迁移】

【5.1】【2015 年铁一中学一模】

【解析】(1) $\because 3x + 2y = 50$

$$\therefore y = \frac{50 - 3x}{2};$$

$$(2) \text{ 根据题意得: } \begin{cases} 150x + 140 \times \frac{50 - 3x}{2} < 3000 \\ x \leq \frac{50 - 3x}{2} \end{cases}, \text{ 解得: } \frac{25}{3} < x \leq 10$$

$\because x$ 为整数

$\therefore x$ 取 9 或 10

又 $\because x = 9$ 时 $y = \frac{50 - 3 \times 9}{2} = \frac{23}{2}$ 不为整数

\therefore 舍去

当 $x = 10$ 时, $y = \frac{50 - 3 \times 10}{2} = 10$

答: 该旅游团订这两种标准房各 10 套.

【5.2】【2016 年二中一模】

【解析】(1) 设该公司有甲卡车 x 台, 乙卡车 y 台,

$$\text{则 } \begin{cases} x + y = 100 \\ 100 \times (80x + 120y) = 1000000, \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} x = 50 \\ y = 50; \end{cases}$$

(2) 设至少增加 a 辆乙型卡车

$$\text{则 } (80 \times 50 + 120 \times 50) \times 40 + [80 \times 50 + 120 \times (50 + a)] \times 40 \geq 1000000,$$

$$\text{解得: } a \geq 16 \frac{2}{3},$$

又 a 为整数, 则 $a = 17$;

答: 至少增加 17 台乙型车.

【例 6】【2017 年番禺区一模】

【解析】(1) 证明: $\because tx^2 - (3t + 2)x + 2t + 2 = 0$ 是关于 x 的一元二次方程,

$$\therefore \Delta = [-(3t + 2)]^2 - 4t(2t + 2) = t^2 + 4t + 4 = (t + 2)^2.$$

\because 当 $t > 0$ 时, $(t + 2)^2 > 0$, 即 $\Delta > 0$.

\therefore 方程有两个不相等的实数根.

(2) 解: 由求根公式, 得 $x = \frac{(3t + 2) \pm (t + 2)}{2t}$,

$$\therefore x = \frac{2t + 2}{t} \text{ 或 } x = 1.$$

$$\therefore t > 0,$$

$$\therefore \frac{2t+2}{t} = \frac{2(t+1)}{t} > 1.$$

$\therefore x_1 < x_2$,

$$\therefore x_1 = 1, x_2 = \frac{2t+2}{t}.$$

$$\therefore y = x_2 - 2x_1 = \frac{2t+2}{t} - 2 \times 1 = \frac{2}{t}.$$

即 $y = \frac{2}{t} (t > 0)$ 为所求.

在同一平面直角坐标系中分别画出

$y = \frac{2}{t} (t > 0)$ 与 $y = 2t (t > 0)$ 的图象如图.

(3) 由图象可得, 当 $0 < t \leq 1$ 时, $y \geq 2t$.

【同类题型迁移】

【6.1】【2017 年广州中考真题】

【解析】解: (1) $y = 3x + 1$ 向下平移 1 个单位长度后为 $y = 3x$

$$\therefore 3x = 3x + m$$

$$\therefore m = 0$$

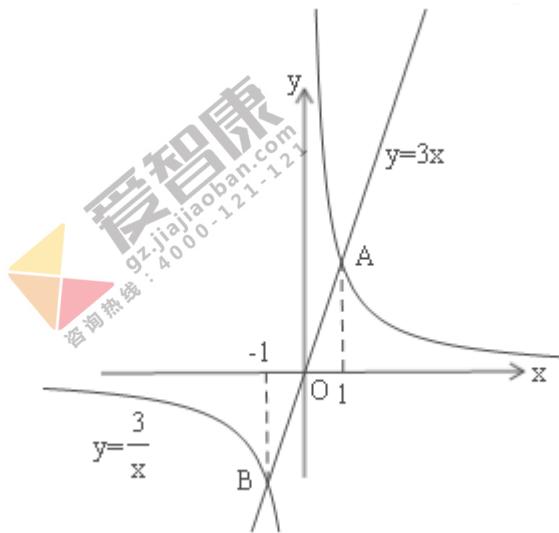
当 $y = 3$ 时, $3x = 3$ 解得 $x = 1$ 即 A 点为 $(1, 3)$

$$\therefore y = \frac{k}{x}$$
 与 $y = 3x$ 相交于点 A

$$\therefore 3 = \frac{k}{1}$$
 解得 $k = 3$

$\therefore m$ 的值为 0, k 的值为 3.

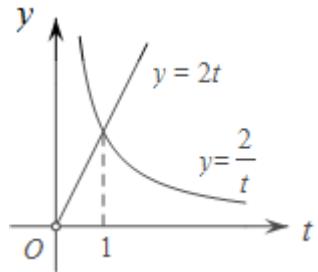
(2) 画出直线 $y = 3x$ 和反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图像如下所示:



由图像可知不等式 $3x + m > \frac{k}{x}$ 的解集为 $-1 < x < 0$ 或 $x > 1$.

【6.2】【2016 年七中一模】

【解析】(1) 过 C 作 $CD \perp x$ 轴于点 D .



令 $x=0$ ，得 $B(0, \frac{1}{2}) \therefore OB = \frac{1}{2}$

易证： $\triangle ABO \sim \triangle ACD$

$\therefore BC = 2AB$

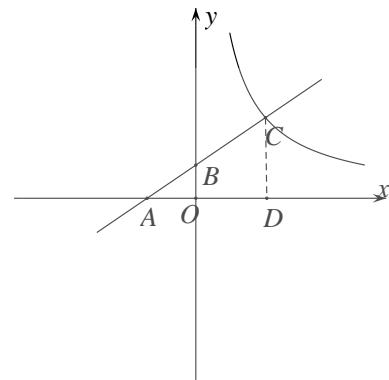
$\therefore AC = 3AB$

$\therefore CD = 3OB = \frac{3}{2}$

令反比例函数 $y = \frac{3}{2}$ ，得 $x = 2$

$\therefore C(2, \frac{3}{2})$ ，将 C 代入 $y = kx + \frac{1}{2}$ 得， $k = \frac{1}{2}$

(2) 由图象可得该不等式的解集为 $0 < x \leq 2$.



第 23 题

【例 1】(2017 年广东省实一模)

【解析】(1) 设 B 点的坐标是 $(x_1, -\frac{n}{2})$, 代入 $y = \frac{1}{4}x$ 得, $-\frac{n}{2} = \frac{1}{4}x_1$, $x_1 = -2n$;

$\therefore B$ 点的坐标是 $(-2n, -\frac{n}{2})$,

$\because BD \parallel y$ 轴, $\therefore C$ 点的坐标是 $C(-2n, -n)$,

\because 四边形 $ODCN$ 的面积是 $2n \times n = 2n^2$,

$\triangle ODB$ 和 $\triangle OEN$ 的面积都是 $\frac{k}{2}$, 四边形 $OBCE$ 的面积是 4,

则有 $2n^2 - k = 4$ ①,

又 $\because 2n \cdot \frac{n}{2} = k$, 即 $n^2 = k$ ②,

将 ② 代入 ① 得, $4 = 2k - k$, 解得 $k = 4$;

则解析式 $y = \frac{4}{x}$;

(2) $\because n^2 = 4$, 故 $n = 2$ 或 $n = -2$,

M 在第一象限, $n > 0$, 将 $M(m, 2)$ 代入解析式 $y = \frac{4}{x}$ 得 $m = 2$,

故点 M 点的坐标是 $(2, 2)$; $C(-4, -2)$;

设直线 CM 的解析式为 $y = kx + b$:

$$\text{则 } \begin{cases} 2k + b = 2 \\ -4k + 2b = 0 \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k = \frac{2}{3} \\ b = \frac{2}{3} \end{cases}$$

\therefore 一次函数的解析式为: $y = \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}$.

【同类题型迁移】【1.1】

【解析】(1) 在一次函数 $y = kx + 2$ 中, 当 $x = 0$ 时, $y = 2$, 则点 D 的坐标为 $(0, 2)$.

(2) $\because PA \perp x$ 轴于点 A , $PB \perp y$ 轴于点 B .

\therefore 四边形 $PBOA$ 为矩形, 则 $OA = PB$,

$\therefore \frac{OC}{OA} = \frac{1}{2}$,

$\therefore \frac{OC}{PB} = \frac{1}{2}$,

由 $\triangle COD \sim \triangle PBD$, 得:

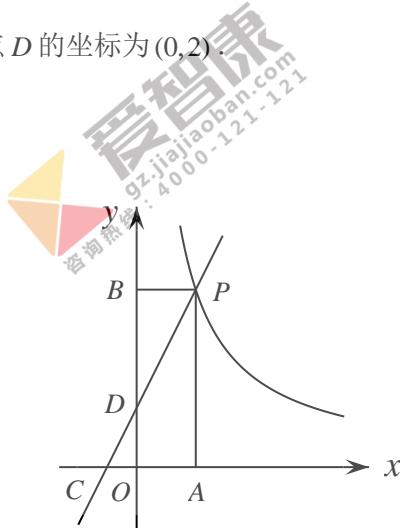
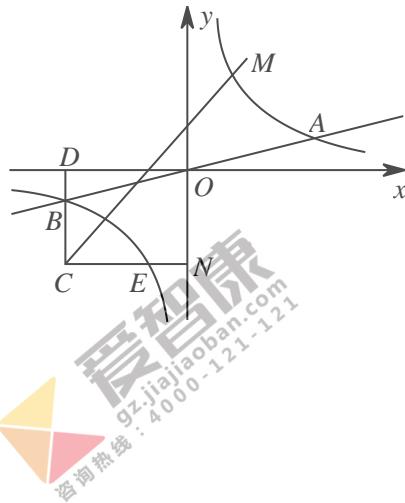
$$\frac{OD}{BD} = \frac{OC}{PB} = \frac{1}{2}, \text{ 且 } OD = 2,$$

$\therefore BD = 4$,

$$\therefore S_{\triangle PBD} = \frac{1}{2}PB \cdot BD = 2PB = 4,$$

$\therefore PB = 2$, 则 $OC = 1$,

\therefore 点 C 的坐标为 $(-1, 0)$, 点 P 的坐标为 $(2, 6)$,



把点 C 的坐标代入 $y = kx + 2$, 得 $k = 2$,

把点 P 的坐标代入 $y = \frac{m}{x}$, 得 $m = 12$,

\therefore 一次函数的解析式为 $y = 2x + 2$, 反比例函数的解析式为 $y = \frac{12}{x}$.

根据已知条件可求得 $CO = 1$, $OA = 2$, 根据 $PA \perp x$ 轴可证 $\triangle COD \sim \triangle CAP$, 再根据三角形相似, 对应边成比例可得 $PA = 6$, 由此可得点 P 坐标, 再利用待定系数法即可求得一次函数和反比例函数的解析式;

(3) 根据函数图像关系可知, 当 $x > 2$ 时, 一次函数的图象在反比例函数图象的上方, 即表示一次函数值大于反比例函数值, 故 x 的取值范围是 $x > 2$

【1.2】 【解析】 (1) $\begin{cases} y_1 = -\frac{3}{x}, \\ y_2 = -3x \end{cases}$

解得 $\begin{cases} x_1 = -1, \\ y_1 = 3 \end{cases}$, $\begin{cases} x_2 = 1, \\ y_2 = -3 \end{cases}$,

所以 $A(-1, 3)$, $B(1, -3)$,

当 $y_1 < y_2$ 时, $x < -1$ 或 $0 < x < 1$,

(2) 连接 OC , 过点 A 作 $AE \perp y$ 轴于点 E , 过点 C 作 $CF \perp x$ 轴于点 F , 如图所示:

由直线 AB 与反比例函数 $y_1 = -\frac{3}{x}$ 的对称性可知 A 、 B 点关于 O 点对称,

$\therefore AO = BO$,

又 $\because AC = BC$

$\therefore CO \perp AB$,

$\because \angle AOE + \angle EOC = 90^\circ$, $\angle COF + \angle EOC = 90^\circ$,

$\therefore \angle AOE = \angle COF$,

又 $\because \angle AEO = 90^\circ$, $\angle CFO = 90^\circ$,

$\therefore \triangle AOE \sim \triangle COF$,

$$\therefore \frac{AE}{CF} = \frac{OE}{OF} = \frac{AO}{CO},$$

$$\therefore \tan \angle CAB = \frac{CO}{AO} = 2,$$

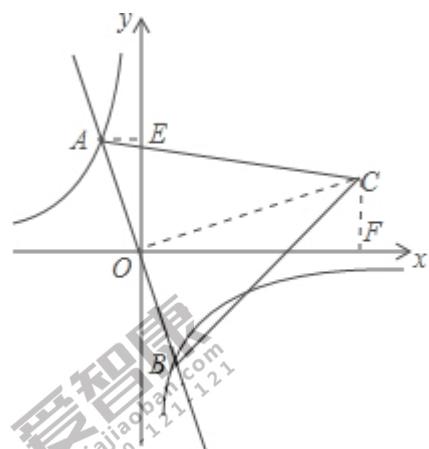
$$\therefore CF = 2AE, OF = 2OE,$$

$$\text{又 } AE \cdot OE = |-3| = 3, CF \cdot OF = |k|,$$

$$\therefore k = \pm 12,$$

\because 点 C 在第一象限,

$$\therefore k = 12.$$



【例 2】(2017 年越秀区育才实验一模)

【解析】(1) 连接 OA , OB ,

$\because PA$, PB 切 $\odot O$ 于点 A , B

$\therefore \angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$

又 $\because \angle ACB = 55^\circ$

$$\therefore \angle AOB = 2\angle ACB = 110^\circ$$

$$\therefore \angle APB = 360^\circ - \angle PAO - \angle PBO - \angle AOB = 70^\circ.$$

(2) 连接 OP ，

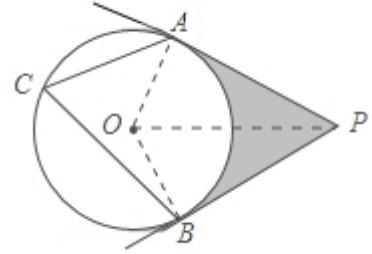
$\because PA, PB$ 切 $\odot O$ 于点 A, B

$$\therefore \angle APO = \frac{1}{2} \angle APB = 35^\circ$$

在 $\text{Rt}\triangle APO$ 中， $\tan \angle APO = \frac{OA}{OP}$

$$\therefore AP = \frac{OA}{\tan 35^\circ} = \frac{3}{\tan 35^\circ} \approx 6.3$$

$$\therefore \text{阴影部分的面积: } 2S_{\triangle AOP} - S_{\text{扇形}AOB} = 2 \times \frac{1}{2} \times 3 \times 6.3 - \frac{110}{360} \times \pi \times 3^2 \approx 10.3$$



【同类题型迁移】

【2.1】【2016 番禺区一模】

【解析】(1) 如图: 连接 OD ，

$\because OA = OD$ ，

$$\therefore \angle OAD = \angle ADO，$$

$\because \angle BAC$ 的角平分线 AD 交 BC 边于 D ，

$$\therefore \angle CAD = \angle OAD，$$

$$\therefore \angle CAD = \angle ADO，$$

$\therefore AC \parallel OD$ ，

$\because \angle C = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle ODB = 90^\circ，$$

$$\therefore OD \perp BC，$$

即直线 BC 与 $\odot O$ 的切线，

\therefore 直线 BC 与 $\odot O$ 的位置关系为相切；

(2) 设 $\odot O$ 的半径为 r ，则 $OB = 6 - r$ ，

$$\text{又} \because BD = 2\sqrt{3}，$$

在 $\text{Rt}\triangle OBD$ 中，

$$OD^2 + BD^2 = OB^2，$$

$$\text{即 } r^2 + (2\sqrt{3})^2 = (6 - r)^2，$$

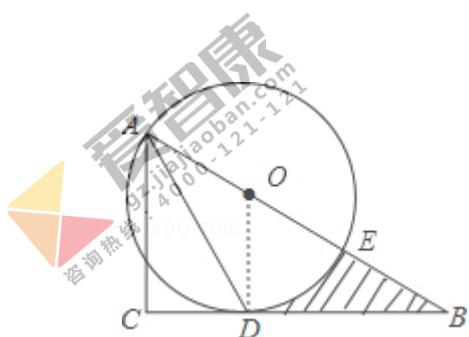
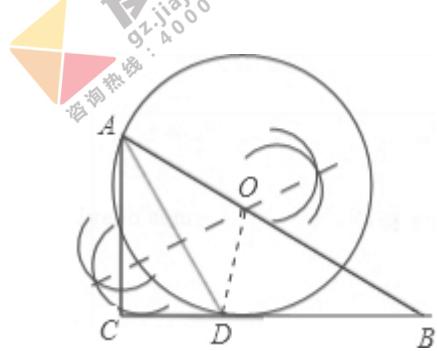
$$\text{解得 } r = 2， OB = 6 - r = 4，$$

$$\therefore \angle DOB = 60^\circ，$$

$$\therefore S_{\text{扇形}ODE} = \frac{60\pi \times \frac{2}{3}}{360} = \frac{2}{3}\pi，$$

$$S_{\triangle ODB} = \frac{1}{2}OD \cdot BD = \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}，$$

$$\therefore \text{线段 } BD、BE \text{ 与劣弧 } DE \text{ 所围成的图形面积为: } S_{\triangle ODB} - S_{\text{扇形}ODE} = 2\sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi.$$



【2.2】

【答案】(1) 作图如图所示

(2) 过点 O 作 $OC \perp AB$ 于 D ，交弧 AB 于 C ，则

$$CD = 6\text{cm}.$$

$\because OC \perp AB$ ，

$$\therefore BD = AD = \frac{1}{2}AB$$

$$\therefore AB = 12\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\therefore BD = AD = 6\sqrt{3} \text{ cm}$$

\because 半径为 $r\text{cm}$ ，则 $OD = (r - 6)\text{cm}$ ，

在 $\text{Rt}\triangle BOD$ 中，由勾股定理得：

$$BD^2 + OD^2 = BO^2,$$

$$\therefore (6\sqrt{3})^2 + (r - 6)^2 = r^2,$$

解得 $r = 12$ ，

\therefore 这个圆形截面的半径为 12cm 。

又 \because 设弧长 AB 所对圆心角为 θ ，则 $\angle DOB = \frac{1}{2}\theta$

在 $\text{Rt}\triangle BOD$ 中， $BD = 6\sqrt{3}$ ， $OB = 12$

$$\therefore \sin \angle DOB = \frac{BD}{OB} = \frac{\sqrt{3}}{2}，\text{ 且 } \angle DOB \text{ 为 } \text{Rt}\triangle BOD \text{ 的一个内角}$$

$$\text{求得 } \angle DOB = \frac{1}{2}\theta = 60^\circ$$

$$\therefore \theta = 120^\circ$$

$$\therefore S = S_{\text{扇形}OACB} - S_{\triangle ABO}$$

$$\therefore S = \frac{120}{360} \cdot \pi \cdot 12^2 - \frac{1}{2} \times 12\sqrt{3} \times 6 = (48\pi - 36\sqrt{3})\text{cm}^2$$

【例 3】(白云区 2017 年一模)

【解析】(1) $\because AD = 2CD$ ，

$$\therefore \angle AOD = 2\angle DOC，$$

$$\therefore \angle AOD + \angle DOC = 90^\circ，$$

$$\therefore \angle AOD = 60^\circ, \angle DOC = 30^\circ，$$

(2) $\because OA = OD, \angle AOD = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle AOD$ 为等边三角形，

$$\therefore AD = OA = 4，$$

(3) 作 A 关于 OC 的对称点 A' ，连接 $A'D$ ， $A'D$ 即为 $AP + PD$ 的最小值，

$\therefore AA'$ 为圆 O 的直径，

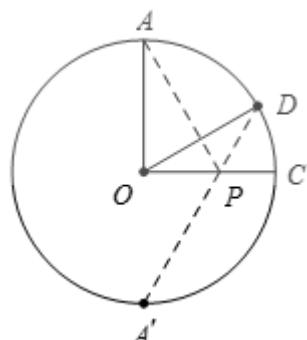
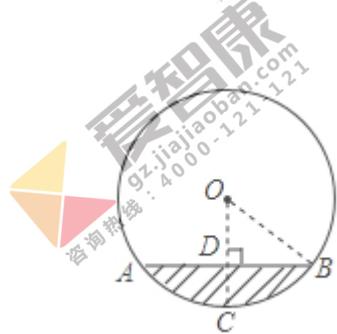
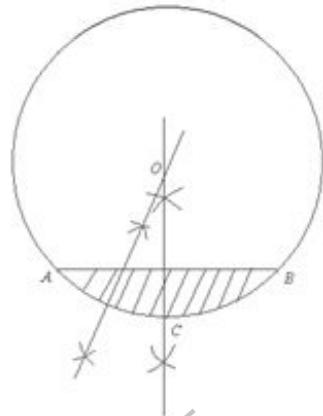
$$\therefore \angle A'DA = 90^\circ，$$

在 $\text{Rt}\triangle A'DA$ 中， $AA' = 8, AD = 4$ ，

$$\therefore A'D = \sqrt{AA'^2 - AD^2} = \sqrt{64 - 16} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}，$$

$\therefore AP + PD$ 的最小值为 $4\sqrt{3}$ 。

【同类题型迁移】



【3.1】【解析】

(1) 由 $y = 2x + 2$ 可知 $A(0, 2)$, 即 $OA = 2$.

$\therefore \tan \angle AHO = 2$, $\therefore OH = 1$.

$\because MH \perp x$ 轴, \therefore 点 M 的横坐标为 1.

\because 点 M 在直线 $y = 2x + 2$ 上,

\therefore 点 M 的纵坐标为 4. 即 $M(1, 4)$.

\because 点 M 在 $y = \frac{k}{x}$ 上,

$\therefore k = 1 \times 4 = 4$.

(2) 过点 N 作 N 关于 x 轴的对称点 N_1 , 连接 MN_1 , 交 x 轴于 P (如右图所示). 此时 $PM + PN$ 最小.

\because 点 $N(a, 1)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 上,

$\therefore a = 4$. 即点 N 的坐标为 $(4, 1)$.

$\because N$ 与 N_1 关于 x 轴的对称, N 点坐标为 $(4, 1)$,

$\therefore N_1$ 的坐标为 $(4, -1)$.

设直线 MN_1 的解析式为 $y = kx + b$. 由

$$\begin{cases} 4 = k + b \\ -1 = 4k + b \end{cases}$$

解得: $k = -\frac{5}{3}$, $b = \frac{17}{3}$

\therefore 直线 MN_1 的解析式为 $y = -\frac{5}{3}x + \frac{17}{3}$.

令 $y = 0$, 得 $x = \frac{17}{5}$.

$\therefore P$ 点坐标为 $(\frac{17}{5}, 0)$.

【3.2】【解析】(1) $\because M(x, y)$ 在一次函数 $y = -x + 4$ 上,

$\therefore y = -x + 4$, $S = xy = x(-x + 4) = -x^2 + 4x = -(x - 2)^2 + 4$,

\therefore 当 $x = 2$ 时, S 最大, S 的最大值为: 4.

(2) 一次函数 $y = -x + 4$ 与 x 轴交于点 $P(4, 0)$, 此时 $PA - PB$ 最大,

$$\begin{cases} y = -x + 4 \\ y = \frac{3}{x} \end{cases}$$

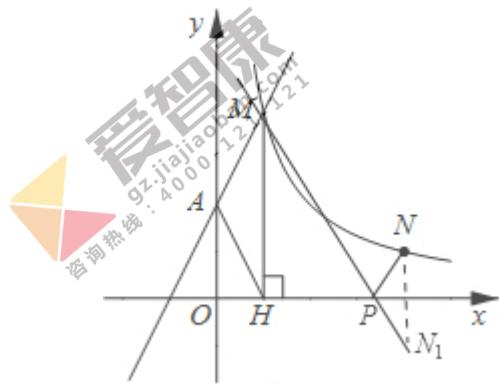
解得 $x_1 = 1$, $x_2 = 3$

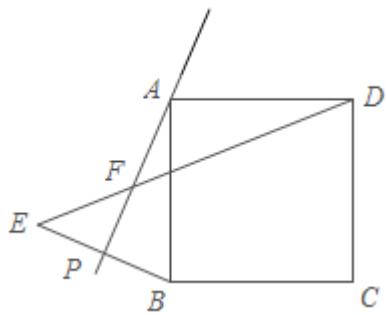
$\therefore A(1, 3)$, $B(3, 1)$

$\therefore PA - PB = AB = 2\sqrt{2}$.

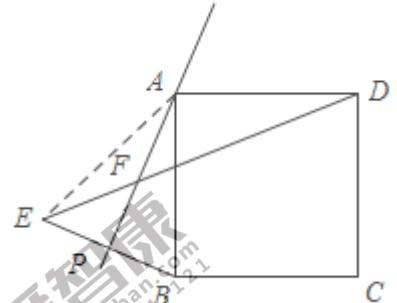
【例 4】(2017 十六中一模考试)

【解析】(1) 补全图像如下图所示:

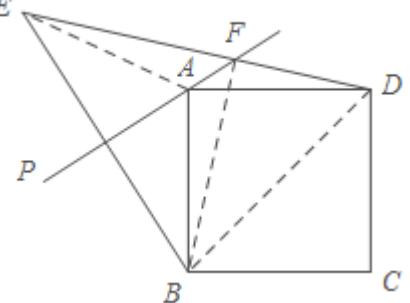




(2) 连接 AE 则 $\angle PAB = \angle PAE = 20^\circ$ ， $AE = AB = AD$ ，
 \because 四边形 $ABCD$ 是正方形，
 $\therefore \angle BAD = 90^\circ$ ，
 $\therefore \angle EAD = 130^\circ$ ，
 $\therefore \angle ADF = 25^\circ$ 。



(3) 连接 AE 、 BF 、 BD ，由轴对称的性质可得： $EF = BF$ ， $AE = AB = AD$ ， $\angle ABF = \angle AEF = \angle ADF$ ，
 $\therefore \angle BFD = \angle BAD = 90^\circ$ ，
 $\therefore BF^2 + FD^2 = BD^2$ ，
 $\therefore EF^2 + FD^2 = 2AB^2$ 。



【同类题型迁移】

【4.1】【解析】(1) 当点 F 是线段 CE 的中点时，由 $AF \perp CE$ ，则 AF 为 CE 的垂直平分线，则 $\triangle ACE$ 为等腰三角形

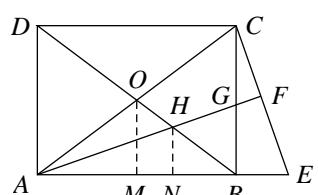
$\therefore AC = AE$ ，
 $\because AB = 8$ ， $BC = 6$ ，
 $\therefore AC = AE = 10$ ，
 $\therefore BE = AE - AB = 10 - 8 = 2$
 $\therefore CE = 2\sqrt{10}$ ， $CF = \sqrt{10}$
 $\because \angle CFG = \angle CBE = 90^\circ$ ， $\angle FCG = \angle BCE$ ，
 $\therefore \triangle CFG \sim \triangle CBE$
 $\therefore \frac{CF}{CB} = \frac{GF}{EB}$ ， $\frac{\sqrt{10}}{6} = \frac{GF}{2}$ ， $\therefore GF = \frac{\sqrt{10}}{3}$ ；

(2) 作 $OM \perp AB$ ， $HN \perp AB$ ，垂足分别为 M 、 N ，可得 $\triangle BHN \sim \triangle BOM$ ，

$\therefore \frac{BH}{BO} = \frac{HN}{OM} = \frac{BN}{BM}$ ，
 $\because OH = y$ ， $\therefore BH = 5 - y$ ，所以： $\frac{5-y}{5} = \frac{HN}{3} = \frac{BN}{4}$ ，

则： $HN = \frac{3}{5}(5-y)$ ， $BN = \frac{4}{5}(5-y)$

$\therefore AN = AB - BN = 8 - \frac{4}{5}(5-y)$



$\because \angle CFG = \angle CBA = 90^\circ$, $\therefore \angle BCE = \angle BAG$

$$\therefore \triangle BCE \sim \triangle NAG, \therefore \frac{BC}{BE} = \frac{NA}{NH}, \frac{6}{x} = \frac{8 - \frac{4}{5}(5-y)}{\frac{3}{5}(5-y)}$$

$$\text{整理得: } y = 5 - \frac{20x}{9+2x}$$

\because 点 F 不与点 C 、 E 重合, $\therefore x$ 的取值范围为: $0 < x < \frac{9}{2}$

$$(3) \because \triangle BCE \sim \triangle BAG, \therefore \frac{BC}{BE} = \frac{BA}{BG}, \frac{6}{x} = \frac{8}{BG}, \therefore BG = \frac{4}{3}x$$

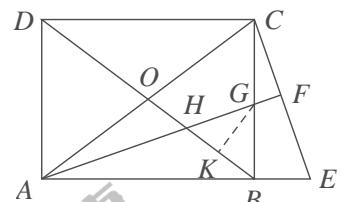
$$\text{①当 } BG = BH \text{ 时, } \frac{4}{3}x = 5 - y = \frac{20x}{9+2x}, \text{ 解得: } x = 3$$

$$\text{②当 } GH = GB \text{ 时, 作 } GK \perp DB \text{ 交 } DB \text{ 于点 } K, \because GH = GB, \therefore K \text{ 为 } HB \text{ 的中点, 则 } BK = \frac{5-y}{2}$$

$$\text{由 } \triangle BGK \sim \triangle BDC, \text{ 得 } \frac{BK}{BG} = \frac{BC}{BD}, \therefore \frac{\frac{5-y}{2}}{\frac{4}{3}x} = \frac{6}{10}, \text{ 解得: } x = \frac{7}{4}$$

③当 $BH = GH$ 时, 则 $\angle HBG = \angle HGB$, $\because \angle HBG = \angle OCB$,

$\therefore \angle HGB = \angle OCB$, 则 $HG \parallel OC$, 不符合条件, 则不存在 $BH = GH$.



【4.2】

【解析】(1) $\angle OFE_1 = 120^\circ$;

$$(2) \because \angle CAB = \angle CBA = \angle ACO = \angle BCO = 45^\circ, \therefore AO = CO = BO = \frac{1}{2}AB = 3$$

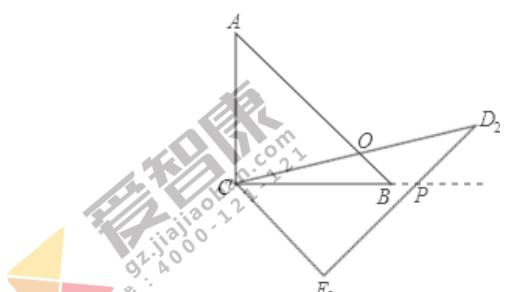
$$\therefore D_1O = CD_1 - CO = 7 - 3 = 4, \therefore AD_1 = \sqrt{AO^2 + D_1O^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

(3) 设 D_2E_2 与 CB 所在的直线交于点 P

$\because \angle PCE_2 = 45^\circ, \angle E_2 = 90^\circ, \therefore \triangle CE_2P$ 为等腰直角三角形,

$$\therefore PC = \sqrt{2}CE_2 = \frac{7\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore BC = 3\sqrt{2} < \frac{7\sqrt{2}}{2}, \therefore B \text{ 在 } \triangle D_2CE_2 \text{ 的内部}$$



【例 5】【2017 番禺区一模】

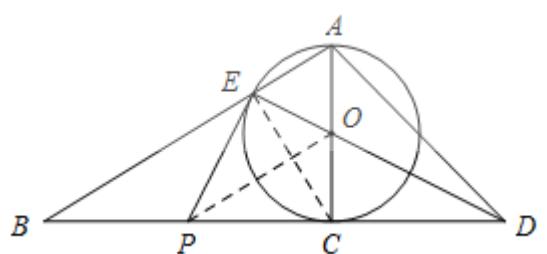
【解析】(1) 证明: 如图, 连接 EC 、 AP 、 PO ,

$\because \odot O$ 的直径, $\therefore CE \perp AB$;

又 $\because P$ 为 $\text{Rt}\triangle BEC$ 的斜边 BC 的中点,

$\therefore PE = BP = PC$,

$$\text{在 } \triangle OPE \text{ 和 } \triangle OPC \text{ 中, } \begin{cases} PE = PC \\ OE = OC, \\ OP = OP \end{cases} \therefore \triangle OPE \cong \triangle OPC$$



(SSS),

$\therefore \angle PEO = \angle PCO = 90^\circ$, 即 $PE \perp OE$,

$\therefore PF$ 是 $\odot O$ 的切线

(2) 设 P 点到直线 AD 的距离为 d , 记 $\triangle PAD$ 的面积为 $S_{\triangle PAD}$

(下同),

则有: $S_{\triangle PAD} = \frac{1}{2} AD \cdot d = \frac{1}{2} PD \cdot AC$,

$$\therefore d = \frac{PD \cdot AC}{AD} \quad ①$$

$\therefore \odot O$ 的半径为 3 , $\angle B = 30^\circ$, $\therefore \angle BAC = 60^\circ$, $AC = 6$, $AB = 12$,

由勾股定理得 $BC = 6\sqrt{3}$, $\therefore PC = 3\sqrt{3}$,

$\because O$ 、 P 分别为 AC , BC 的中点,

$\therefore OP \parallel AB$, $\therefore \angle OPC = \angle B = 30^\circ$;

$\because OE = OA$, $\angle OAE = 60^\circ$,

$\therefore \triangle OEA$ 为正三角形, $\therefore \angle EOA = 60^\circ$;

$\therefore \angle ODC = 90^\circ - \angle COD = 90^\circ - \angle EOA = 30^\circ$,

$\therefore \angle ODC = \angle ODC = 30^\circ$, $\therefore OP = OD$,

又 $OC \perp PD$, $\therefore CD = PC = 3\sqrt{3}$,

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, 由勾股定理得: $AD = \sqrt{AC^2 + CD^2} = 3\sqrt{7}$;

将以上数据代入①式得:

$$\therefore d = \frac{PD \cdot AC}{AD} = \frac{6\sqrt{3} \times 6}{3\sqrt{7}} = \frac{12\sqrt{21}}{7}$$

【同类题型迁移】

【5.1】

【解析】 (1) $\because y = -x - \sqrt{2}$,

$\therefore A(-\sqrt{2}, 0)$, $C(0, -\sqrt{2})$,

$\therefore M\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$,

$\therefore AM = 1$,

当 $BM \perp AO$ 时, n 最大, 此时 $n = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\therefore 0 < n < 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$.

(2) $\frac{BC - BA}{BO}$ 的值不改变, $\frac{BC - BA}{BO} = \sqrt{2}$, 理由如下:

在 BC 上截取 $CK = AB$, 连接 OK

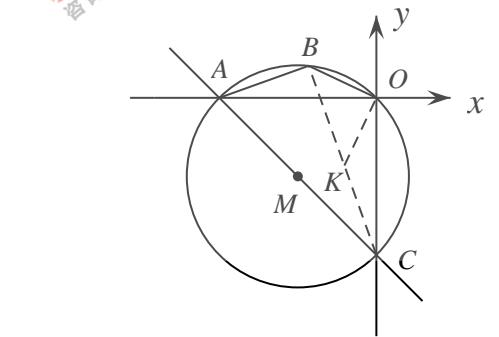
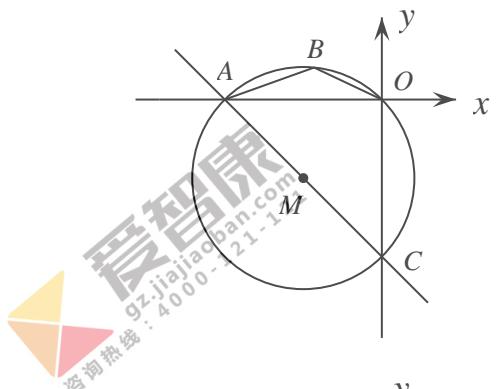
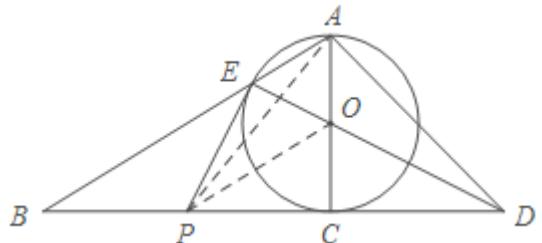
在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle COK$ 中,

$$\begin{cases} \angle OAB = \angle OCK \\ OA = OC \\ AB = CK \end{cases} ;$$

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle COK$ (SAS) ,

$\therefore OB = OK$, $\angle AOB = \angle COK$,

$\therefore \angle KOC + \angle AOK = 90^\circ$,



$$\therefore \angle BOA + \angle AOK = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BOK = 90^\circ, \therefore BK = \sqrt{2}BO,$$

$$\because BC - BA = BC - CK = BK, \therefore \frac{BC - BA}{BO} = \sqrt{2}.$$

【5.2】

(1) 连接 OC , 则 $\angle G \angle C \angle P = \angle C \angle P$, $\angle B = \angle OCB$ 因为 $\angle FGB + \angle B = 90^\circ$, 所以 $\angle GCP + \angle OCB = 90^\circ$, 所以 $OC \perp PC$, 则 PC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 证明: 连 OG , 如图,

$$\because BG^2 = BF \cdot BO, \text{ 即 } BG : BO = BF : BG,$$

而 $\angle FBG = \angle GBO$,

$$\therefore \triangle BGO \sim \triangle BFG,$$

$$\therefore \angle OGB = \angle BFG = 90^\circ,$$

即 $OG \perp BG$,

$\therefore BG = CG$, 即点 G 是 BC 的中点;

(3) 解: 连接 OE , 如图,

$$\because ED \perp AB,$$

$$\therefore FE = FD,$$

而 $AB = 10$, $ED = 4\sqrt{6}$,

$$\therefore EF = 2\sqrt{6}, \quad OE = 5,$$

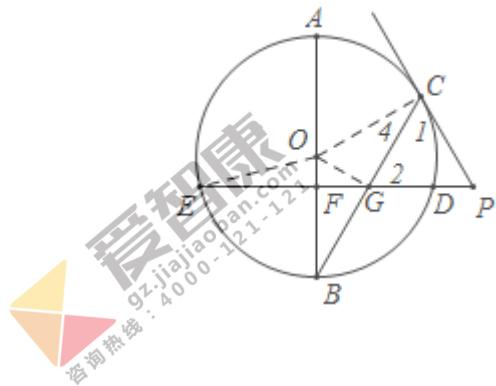
$$\text{在 } \text{Rt} \triangle OEF \text{ 中}, \quad OF = \sqrt{OE^2 - EF^2} = \sqrt{5^2 - (2\sqrt{6})^2} = 1,$$

$$\therefore BF = 5 - 1 = 4,$$

$$\therefore BG^2 = BF \cdot BO$$

$$\therefore BG^2 = BF \cdot BO = 4 \times 5,$$

$$\therefore BG = 2\sqrt{5}$$



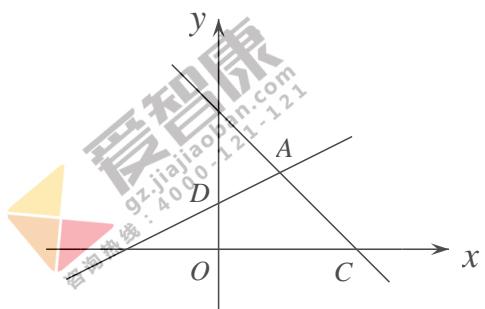
【例 6】

【解析】(1) 依题意设直线 AD 的解析式为 $y = kx + b$,

$$\text{又点 } A\left(\frac{4}{3}, \frac{5}{3}\right), \quad D(0, 1)$$

$$\begin{array}{l} \text{代入可得: } \begin{cases} \frac{4}{3}k + b = \frac{5}{3} \\ b = 1 \end{cases} \quad \text{解得: } \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases} \end{array}$$

$$\text{即直线 } AD \text{ 的解析式为 } y = \frac{1}{2}x + 1.$$



$$(2) \text{ 有 (1) 可知直线 } AD \text{ 为 } y = \frac{1}{2}x + 1,$$

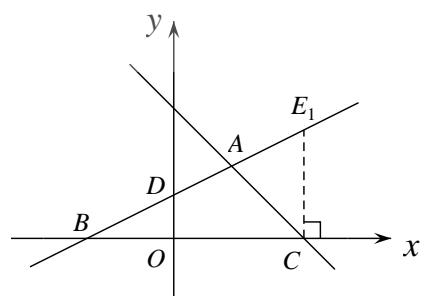
令 $y = 0$, 解得 $x = -2$, 即交点 $B(-2, 0)$

同理, 亦可求点 $C(3, 0)$

又 $\angle CBE$ 不是直角,

①当 $\triangle BOD \sim \triangle BCE$ 时,

如图, 过点 C 作 $E_1C \perp x$ 于交直线 AD 于 E_1 ,



有 $\frac{BO}{BC} = \frac{OD}{CE_1}$ ，则 $CE_1 = \frac{BC \cdot OD}{BO} = \frac{5 \times 1}{2} = \frac{5}{2}$

$$\therefore E_1(3, \frac{5}{2})$$

②当 $\triangle BOD \sim \triangle BEC$ 时

如图，过点 C 作 $CE_2 \perp AD$ 于点 E_2 ，并过点 E_2 作 $E_2H \perp x$ 轴于点 H ，

有 $\frac{BO}{BE_2} = \frac{OD}{E_2C} = \frac{BD}{BC}$ ，

$$\text{则 } BE_2 = \frac{BC \cdot BO}{BD} = \frac{5 \times 2}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}，$$

$$E_2C = \frac{OD \cdot BC}{BD} = \frac{1 \times 5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}，$$

在 $\text{Rt}\triangle BE_2C$ 中，

$$S_{\triangle BE_2C} = \frac{1}{2} BC \cdot E_2H = \frac{1}{2} BE_2 \cdot CE_2$$

$$\text{则 } E_2H = \frac{BE_2 \cdot CE_2}{BC} = 2，$$

令 $y = 2$ ，代入直线 AD ： $y = \frac{1}{2}x + 1$ 可得 $x = 2$

即点 $E_2(2, 2)$

综上，当 $\triangle BOD$ 与 $\triangle BCE$ 相似时，点 $E(3, \frac{5}{2})$ 或 $E(2, 2)$

【6.1】

【解析】(1) 将 C 点代入 $y = x + b$ 中

$$\text{得到 } b = -4，\therefore y = x - 4$$

再将 A 点代入 $y = x - 4$ 得到 $n = -5$ ，

$$\therefore A(-1, 5)$$

$$\text{代入 } y = \frac{m}{x} \text{ 中得到 } m = 5，\therefore y = \frac{5}{x}；$$

(2) 过点 O 作 $OM \perp AC$ 于点 M

$\because B$ 点经过 y 轴，

$$\therefore x = 0, 0 - 4 = y$$

$$\therefore y = -4$$

$$\therefore B(0, -4), AO = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{26}$$

$$\because OC = OB = 4$$

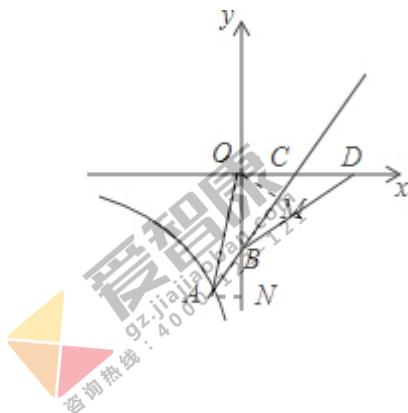
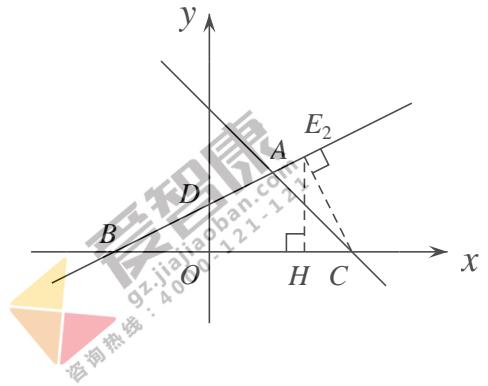
$\therefore \triangle OCB$ 是等腰三角形

$$\therefore \angle OBC = \angle OCB = 45^\circ$$

$$\therefore \text{在 } \text{Rt}\triangle OMB \text{ 中，} \sin 45^\circ = \frac{OM}{OB} = \frac{OM}{4}$$

$$\therefore OM = 2\sqrt{2}，$$

$$\therefore \text{在 } \triangle AOM \text{ 中，} \sin \angle OAB = \frac{OM}{OA} = \frac{\sqrt{52}}{13}$$



(3) 存在；过点A作 $AN \perp y$ 轴，垂足为点M

$$\text{则 } AN = 1, BN = 1, AB = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

$$\therefore OB = OC = 4$$

$$\therefore BC = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$$

$$\angle OBC = \angle OCB = 45^\circ$$

$$\therefore \angle OBA = \angle BCD = 135^\circ$$

$\triangle OBA \sim \triangle BCD$ 或 $\triangle OBA \sim \triangle DCB$

$$\frac{OB}{BC} = \frac{BA}{CD} \text{ 或 } \frac{OB}{DC} = \frac{BA}{BC}$$

$$\therefore CD = 2 \text{ 或 } CD = 16$$

\therefore 点D为(6,0)或(20,0)



爱智康
gz.jiajiaoban.com
咨询热线：4000-121-121



爱智康
gz.jiajiaoban.com
咨询热线：4000-121-121



爱智康
gz.jiajiaoban.com
咨询热线：4000-121-121



爱智康
gz.jiajiaoban.com
咨询热线：4000-121-121

自我检测

【题 1】【答案】D

【解析】 $\because x < 1$,

$\therefore x - 1 < 0$,

$$\therefore \sqrt{x^2 - 2x + 1} = \sqrt{(x-1)^2} = 1-x,$$

故选 D.

【题 2】【答案】B

【解析】将函数整理可得:

$$y = -2(x^2 - 4x + 3),$$

$$= -2(x-3)(x-1),$$

\therefore 抛物线的对称轴为 $x=2$ ，且开口向下，

当 $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$ 时，在对称轴的同侧，离对称轴越近，对应的函数值越大，

\therefore 当 $x=\frac{1}{2}$ 时，函数值最大，最大值为 -2.5，

故选 B.

【题 3】【答案】C

【解析】由题意可知:

$\because \triangle ABC$ 是等腰三角形，且 $BC=10$ 米，

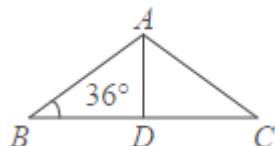
$\therefore BD=CD=5$ 米，

又 $\because \angle B=36^\circ$ ，

$$\text{在 } \triangle ABD \text{ 中, } \tan 36^\circ = \frac{AD}{BD} = \frac{AD}{5},$$

$$\therefore AD = 5 \tan 36^\circ,$$

故选 C.



【题 4】【答案】A

【解析】本题考查二次根式与完全平方的非负性;

$$\therefore \sqrt{x+2} + (y-3)^2 = 0,$$

$$\therefore x = -2, y = 3,$$

$$\therefore x^y = (-2)^3 = -8,$$

故选 B.

【题 5】【答案】 $\frac{n^2 + 2n}{n+1}$

$$\text{【解析】} S_n = 1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2} = \frac{n^2(n+1)^2 + (n+1)^2 + n^2}{n^2(n+1)^2} = \frac{[n(n+1)+1]^2}{[n(n+1)]^2},$$

$$\text{所以: } \sqrt{S_n} = \frac{n(n+1)+1}{n(n+1)} = 1 + \frac{1}{n(n+1)} = 1 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1},$$

$$\text{所以: } S = 1 + 1 - \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + 1 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = n + 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n^2 + 2n}{n+1}.$$

【题 6】【答案】8

【解析】设点 B 为 $(b, 0)$, A 的纵坐标为 h ,

$$\text{根据题意得: } \frac{1}{2} \cdot b \cdot h = 12,$$

$$h = \frac{24}{b},$$

$$\therefore \text{点 } A \text{ 的坐标为: } \left(\frac{kb}{24}, \frac{24}{b} \right)$$

$$\text{则点 } E \text{ 的坐标为: } \left(\frac{b + \frac{kb}{24}}{2}, \frac{12}{b} \right),$$

代入双曲线可得: $k = 8$.

【题 7】【答案】 $(7, 3)$

【解析】由一次函数 $y = \frac{4}{3}x - 4$ 可得:

与 x 轴交点的坐标为 $A(3, 0)$,

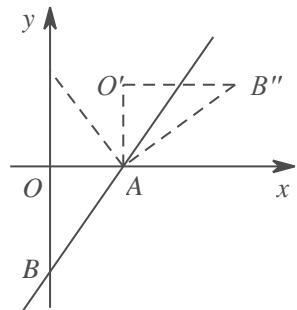
与 y 轴的交点的坐标为 $(0, -4)$,

$$\therefore OA = 3, OB = 4,$$

由题意可得:

$$AO' = 3, O'B'' = 4,$$

\therefore 点 B'' 的坐标是 $(7, 3)$.



【题 8】【答案】 120°

【解析】作 A 关于 BC 和 CD 的对称点 A' , A'' 连接 $A'A''$, 交 BC 于点 M , 交 CD 于点 N , 则 $A'A''$ 即为 $\triangle AMN$ 周长的最小值, 作 DA 延长线 AH ,

$$\because \angle DAB = 120^\circ,$$

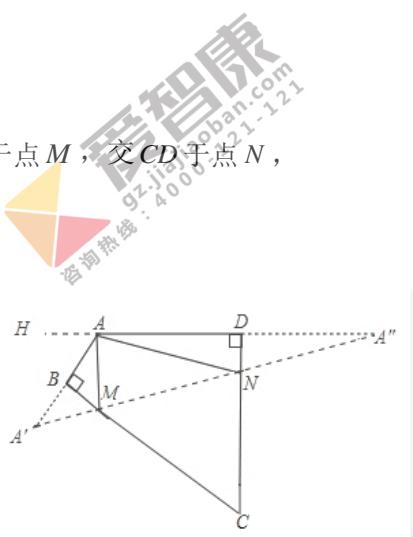
$$\therefore \angle HAA' = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle AA'M + \angle A'' = \angle HAA' = 60^\circ,$$

$$\because \angle AA'M = \angle MAA', \angle A'' = \angle NAD,$$

$$\therefore \angle MAN = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle AMN + \angle ANM = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ.$$



【题 9】【答案】 $2\sqrt{7}$

【解析】本题主要考察菱形以及图形的对称性;

连接 BD , DE , 设 DE 与 AC 交于点 M , 作 DH 垂直于 BA 的延长线于点 H ,

根据菱形的性质可知: B , D 两点关于直线 AC 对称,

所以 ED 的长即为 $EF+BF$ 的最小值,

$$\because \angle BAD = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle DAB = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ,$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle DAH \text{ 中, } AH = AD \cdot \cos 60^\circ = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2,$$

$$HD = AD \cdot \sin 60^\circ = 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3},$$

因为: E 为 AB 的中点,

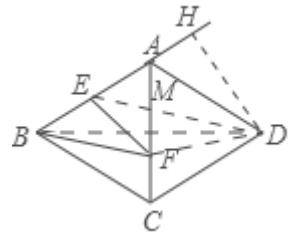
$$\text{所以: } AE = BE = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2,$$

$$EH = AE = AH = 2,$$

在 $\text{Rt}\triangle EHD$ 中, 根据勾股定理可知:

$$DE = \sqrt{EH^2 + HD^2} = \sqrt{2^2 + (2\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{7},$$

即 $EF+BF$ 的最小值是 $2\sqrt{7}$.



【题 10】【答案】 $2\sqrt{3}-3$

【解析】作 $DE \perp AC$, 交 AC 的延长线于点 E ,

根据题意可得:

$$\angle DCE = \angle BCD = 45^\circ,$$

设 $DE = 1$, 则 $CD = \sqrt{2}$,

$$\therefore BC = 2, \quad AC = \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \tan \angle DAC = \frac{DE}{AE} = \frac{1}{1 + \frac{2\sqrt{3}}{3}} = \frac{3}{2\sqrt{3} + 3} = 2\sqrt{3} - 3.$$

【题 11】【解答】3.

【解析】考点:勾股定理, 中位线.

连接 DN , 由中位线性质可得 $EF = \frac{1}{2}DN$,

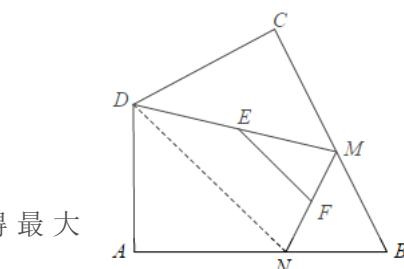
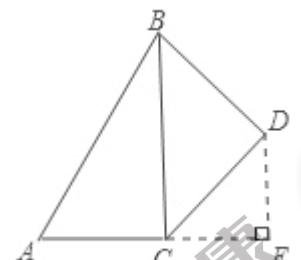
所以当 DN 最大值时, EF 取得最大值.

连接 DN , 由点 E 、 F 为 DM 、 MN 的中点,

$\therefore EF = \frac{1}{2}DN$. 当点 N 移动到 B 点上时, DN 长度取得最大值.

值.

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, 因为 $AB = 3\sqrt{3}$, $AD = 3$,



所以 $DN = 6$, $EF = \frac{1}{2}DN = \frac{1}{2} \times 6 = 3$.

所以答案填: 3.

【题 12】【答案】 $\sqrt{7} \leq a \leq 4\sqrt{2}$

【解析】因为二次函数解析式为 $y = -x^2 + 16$,

故当 $x < 0$ 时, y 随着 x 的增大而增大;

当 $x > 0$ 时, y 随着 x 的增大而减小;

设二次函数上点的坐标为 (x, y) , “可控变点”的坐标为 (x, y') ,

若 $a < 0$, 则 $y < 16$, y' 将无法取得 16, 故 $a \geq 0$,

所以当 $-5 \leq x < 0$ 时, $-9 \leq y < 16$, 其“可控变点”的坐标为 $(x, -y)$, $-16 < -y \leq 9$;

当 $0 \leq x \leq a$ 时, $16 - a^2 \leq y \leq 16$, “可控变点”的坐标为 (x, y') , $16 - a^2 \leq y' \leq 16$,

因为 $-16 \leq y' \leq 16$, 所以 $-16 \leq 16 - a^2 \leq 9$, 解不等式组可得: $-4\sqrt{2} \leq a \leq -\sqrt{7}$ 或 $\sqrt{7} \leq a \leq 4\sqrt{2}$,

又因为 $0 \leq a$, 所以 $\sqrt{7} \leq a \leq 4\sqrt{2}$.

【题 13】【答案】 $\frac{(n+1)}{2}a$

【解析】

第一个: 正多边形的面积等于 a ;

第二个: 如图作于 E ;

设正六边形的边长为 2,

\because 正六边形的一个内角为 120° ,

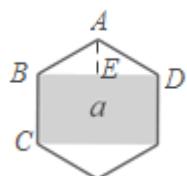
$\therefore \angle ABE = 30^\circ$,

则 $AE = 1$, $BE = \sqrt{3}$,

$\triangle ABD$ 的面积为: $\frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3} \cdot 1 = \sqrt{3}$

$a = 2 \cdot 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$,

\therefore 正六边形的面积为: $\frac{3}{2}a$;



第三个: 如图,

\because 正八边形的一个内角为 135° ,

$\therefore \angle ABD = 45^\circ$,

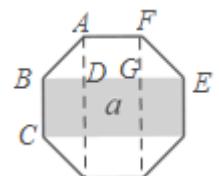
设正八边形的边长为 2,

则正八边形的面积为 1,

四边形 $ABEF$ 的面积为 $1 + 2\sqrt{2} + 1 = 2 + 2\sqrt{2}$,

$a = 2(2 + 2\sqrt{2}) = 4 + 4\sqrt{2}$,

正八边形的面积为 $2a$,



通过计算可以看出:第 n 个正多边形的面积为 $\frac{(n+1)}{2}a$.

【题 14】【答案】 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

【解析】 $\because \odot O$ 的面积为 2π ,

根据圆的面积计算公式可得: $S=\pi r^2=2\pi$,

\therefore 圆的半径: $r=\sqrt{2}$,

\therefore 圆的内接正三角形的边长为: $a=\sqrt{6}$,

根据正三角形的面积计算公式可知: $S=\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2=\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (\sqrt{6})^2=\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

【题 15】【答案】C

【解析】设 $A(a, a)$, $B(b, b)$,

则 $C(a, \frac{2}{a})$, $D(b, \frac{2}{b})$,

$\therefore AC=\frac{2}{a}-a$, $BD=b-\frac{2}{b}$,

$\because BD=3AC$,

$\therefore b-\frac{2}{b}=3(\frac{2}{a}-a)$,

$(b-\frac{2}{b})^2=\left[3(\frac{2}{a}-a)\right]^2$,

$b^2+\frac{4}{b^2}=9(\frac{4}{a^2}+a^2)-32$,

$\therefore OC^2=\frac{4}{a^2}+a^2$, $OD^2=b^2+\frac{4}{b^2}$,

$\therefore 9 \cdot OC^2-OD^2=9(\frac{4}{a^2}+a^2)-(b^2+\frac{4}{b^2})=32$.

故选 C.

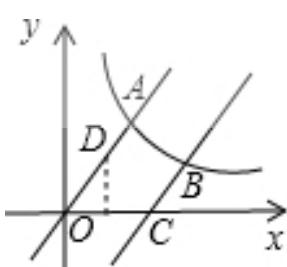
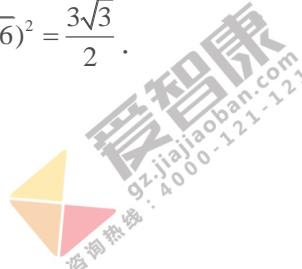
【题 16】【答案】2

【解析】设点 A 的坐标为 $(a, 2a)$,

$\therefore \frac{AO}{BC}=2$,

取 OA 的中点 D ,

\therefore 点 B 相当于点 D 向右平移了 $\frac{3}{2}$ 个单位,



∴ 点 D 的坐标为 $(\frac{1}{2}a, a)$,

∴ 点 B 的坐标为 $(\frac{1}{2}a + \frac{3}{2}, a)$,

∴ 点 A , B 都在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象上,

∴ $a \cdot 2a = (\frac{3}{2} + \frac{1}{2}a) \cdot a$,

计算得出 $a = 1$,

∴ 点 A 的坐标为 $(1, 2)$,

∴ $k = 2$,

因此, 本题正确答案是: 2.

【题 17】【答案】 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

【解析】

∴ 点 A 坐标为 $(-1, 1)$,

∴ $k = -1 \cdot 1 = -1$,

∴ 反比例函数解析式为 $y = -\frac{1}{x}$,

∴ $OB = AB = 1$,

∴ $\triangle OAB$ 为等腰直角三角形,

∴ $\angle AOB = 45^\circ$,

∴ $PQ \perp OA$,

∴ $\angle OPQ = 45^\circ$,

∴ 点 B 和点 B' 关于直线 L 对称,

∴ $PB = PB'$, $BB' \perp PQ$,

∴ $\angle B'PQ = \angle OPQ = 45^\circ$, $\angle B'PB = 90^\circ$,

∴ $B'P \perp y$ 轴,

∴ 点 B' 的坐标为 $(-\frac{1}{t}, t)$,

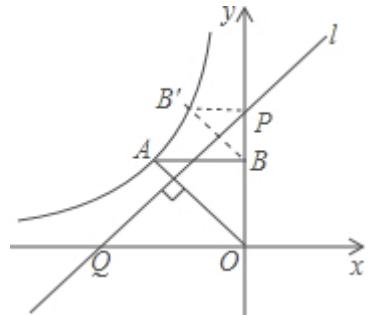
∴ $PB = PB'$,

∴ $t - 1 = \left| -\frac{1}{t} \right| = \frac{1}{t}$,

整理得 $t^2 - t - 1 = 0$, 计算得出 $t_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, $t_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ (不符合题意, 舍去),

∴ t 的值为 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

因此, 本题正确答案是: $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.



【题 18】【答案】(2,4)、(3,4) 或(8,4)

【解析】分 $PD=OD$ (P 在右边) , $PD=OD$ (P 在左边) , $OP=OD$ 三种情况, 根据题意画出图形, 作 $PQ \perp x$ 轴, 找出直角三角形, 根据勾股定理求出 OQ , 然后

根据图形写出 P 的坐标即可.

解: ①当 $PD=OD$ (P 在右边) 时, 根据题意画出图形 1, 过 P 作 $PQ \perp x$ 轴交 x 轴于 Q , 在 $\text{Rt}\triangle DPQ$ 中, $PQ=4$, $PD=OD=OA=5$,

根据勾股定理得: $DQ=3$, 故 $OQ=OD-DQ=5-3=2$, 则 $P(2,4)$

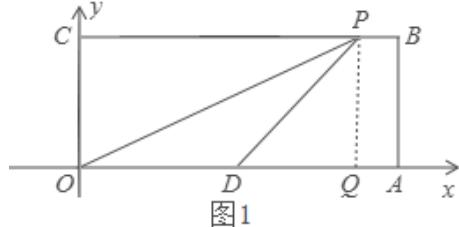


图1

②当 $PD=OD$ (P 在左边) 时, 根据题意画出图形 2,

过 P 作 $PQ \perp x$ 轴交 x 轴于 Q , 在 $\text{Rt}\triangle DPQ$ 中, $PQ=4$, $PD=OD=5$,

根据勾股定理得: $DQ=3$, 故 $OQ=OD-DQ=5-3=2$, 则 $P(-2,4)$

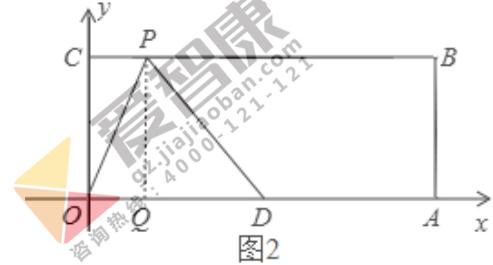


图2

③当 $OP=OD$ 时, 根据题意画出图形 3,

过 P 作 $PQ \perp x$ 轴交 x 轴于 Q , 在 $\text{Rt}\triangle DPQ$ 中, $OP=OD=5$, $PQ=4$,

根据勾股定理得: $OQ=3$, 则 $P(3,4)$,

综上, 满足题意的 P 坐标为(2,4)或(3,4)或(8,4).

故答案为: (2,4)或(3,4)或(8,4).

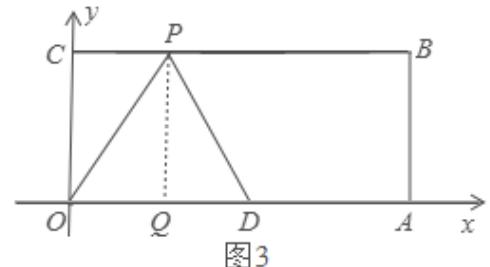


图3

【题 19】【答案】15.4 m

【解析】

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $CD=21$ m, $\angle DAC=30^\circ$,

则 $AC=\sqrt{3}CD \approx 36.3$ m;

在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中, $\angle DBC=45^\circ$,

则 $BC=CD=21$ m,

故 $AB=AC-BC=15.4$ m.

故答案为: 15.4 m.

【题 20】【答案】58.57cm

【解析】在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,

$$\frac{41}{AC}=\tan 35^\circ,$$

计算得出: $AC=\frac{41}{\tan 35^\circ}=\frac{41}{0.7}=58.57$ 米.

因此, 本题正确答案是 58.57 米.

【题 21】【答案】 $20\sqrt{2}$

【解析】过点 B 作 $BD \perp AC$ 于点 D ，

根据题意可知：

$$\angle BAC = 45^\circ, \angle ABC = 90^\circ + 15^\circ = 105^\circ,$$

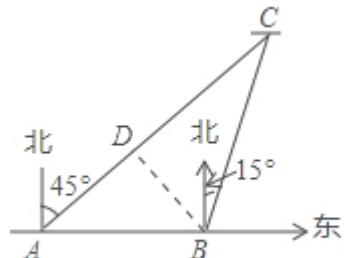
$$\text{则 } \angle ACB = 180^\circ - \angle BAC - \angle ABC = 30^\circ,$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle ABD \text{ 中, } BD = AB \cdot \sin \angle BAD = 20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2},$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle BCD \text{ 中, } BC = \frac{BD}{\sin \angle BCD} = 20\sqrt{2},$$

答：此时船 C 与船 B 的距离是 $20\sqrt{2}$ 海里.

因此，本题正确答案是 $20\sqrt{2}$.



【题 22】【答案】3

【解析】对于解析式与函数图象的考察，先根据两点坐标求出直线的解析式，再将 C 点坐标代入即可求出 m 的值.

设过 AB 两点的函数解析式为： $y = kx + b (k \neq 0)$ ，

$$\text{则 } 0 = 2k + b \text{ ①, } 2 = b \text{ ②,}$$

$$\text{所以解得: } k = -1, b = 2,$$

$$\text{所以此函数的解析式为: } y = -x + 2,$$

$$\text{把 } C(-1, m) \text{ 代入解析式可得: } m = 3,$$

故答案为 3.

【题 23】【答案】 $y = \frac{1}{x}$

【解析】 \because 一次函数 $y = 2x - 1$ 的图象经过 (a, b) , $(a+1, b+k)$ 两点,

$$\therefore b = 2a - 1 \text{ ①, } b+k = 2a+2-1 \text{ ②,}$$

联立计算得出 $k = 2$,

则 $y = \frac{k}{2x} = \frac{2}{2x} = \frac{1}{x}$, 即反比例函数的解析式为 $y = \frac{1}{x}$,

故答案是: $y = \frac{1}{x}$.

【题 24】【答案】 $m > -2$

【解析】

\because 一次函数 $y = (m+2)x+1$, 若 y 随 x 的增大而增大,

$$\therefore m+2 > 0,$$

解得: $m > -2$.

故答案是: $m > -2$.

【题 25】【答案】 $y = -\sqrt{3}x + 6$

【解析】

设直线 a 的函数关系式为 $y = kx + b$ ，

由题意 l_b ： $y = kx + b - 3$ ，

\because 直线 b 经过点 $A(0, 3)$ ，

$\therefore b - 3 = 3$ ，解得 $b = 6$ ，

$\therefore l_a$ ： $y = kx + 6$ ， l_b ： $y = kx + 3$ 。

直线 b 绕点 A 顺时针旋转 60° 后所得的直线 AB 与直线 b 相交，

设直线 b 与 x 轴交于点 C ，

$\because B(-\sqrt{3}, 0)$ ， $A(0, 3)$ ，

$\therefore OB = \sqrt{3}$ ， $OA = 3$ ，

在 $Rt\triangle AOB$ 中，易得 $\angle BAO = 30^\circ$ ，

$\because \angle CAB = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle OAC = 30^\circ$ ，

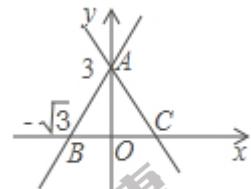
易得 $Rt\triangle BOA \cong Rt\triangle COA$ ，

$\therefore OC = OB = \sqrt{3}$ ，

$\therefore C(\sqrt{3}, 0)$ 。

将 C 点坐标代入直线 b 中，得 $\sqrt{3}k + 3 = 0$ ，解得 $k = -\sqrt{3}$ ，

$\therefore l_a$ ： $y = -\sqrt{3}x + 6$ 。



【题 26】【答案】B

【解析】作 $AD \perp x$ 轴于 D ， $CE \perp x$ 轴于 E ，

则 $\angle OEC = \angle ADO = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ ，

$\because A$ 的坐标为 $(1, \sqrt{3})$ ，

$\therefore AD = \sqrt{3}$ ， $OD = 1$ ，

\because 四边形 $OABC$ 是正方形，

$\therefore OA = OC$ ， $\angle AOC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$ ，

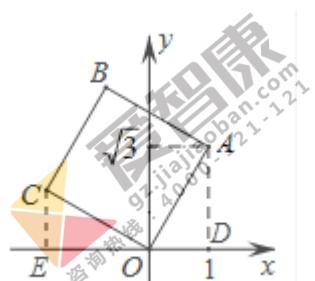
$\therefore \angle 2 = \angle 3$ ，

$\therefore \triangle OCE \cong \triangle AOD$ (AAS)，

$\therefore OE = AD = \sqrt{3}$ ， $CE = OD = 1$ ，

$\therefore C(-\sqrt{3}, 1)$ ，

所以 B 选项是正确的。



【题 27】【答案】C

【解析】设有两个变量 x 、 y ，如果对于在某一范围内的每一个确定的值， y 都有唯一确定的值与它对应，那么就称 y 是 x 的函数， x 叫做自变量。因此自变量 x 的取值范围是使函数式有意义的 x 取值范围。

若 $\frac{\sqrt{x+1}}{x-3}$ 有意义，则应保证根号下的式子 $x+1$ ，且分母 $x-3 \neq 0$ ，解得 $x \geq -1$ 且 $x \neq 3$ ，即为函数自变量的取值范围。

故本题正确答案为 C。

【题 28】【答案】A

【解析】本题主要考查一次函数的图象与性质。

因为直线 $y = ax + b$ ($a \neq 0$) 不经过第一象限，

所以 $a < 0$ ， $b \leq 0$ ，

已知直线过点 $(2, 3)$ ，代入直线解析式得 $2a + b = -3$ ，

则 $a = \frac{-b-3}{2}$, $b = -2a-3$ ，

所以 $s = a + 2b = \frac{-b-3}{2} + 2b = \frac{3}{2}b - \frac{3}{2} \leq -\frac{3}{2}$ ，且 $s = a + 2b = a + 2(-2a-3) = -3a-6 > -6$ ，

故的取值范围是 $-6 < s \leq -\frac{3}{2}$ ，

故本题正确答案为 A。

【题 29】【答案】 $\frac{16}{9}$

【解析】设 $BF = x$ ，则 $CF = 3 - x$ ， $B'F = x$ ，

\because 点 B' 为 CD 的中点，

$\therefore B'C = 1$ ，

在中 $\text{Rt}\triangle B'CF$ ， $B'F^2 = B'C^2 + CF^2$ ，即 $x^2 = 1 + (3-x)^2$ ，

计算得出: $x = \frac{5}{3}$ ，即可得 $CF = 3 - \frac{5}{3} = \frac{4}{3}$ ，

$\therefore \angle DB'G + \angle DGB' = 90^\circ$ ，

$\angle DB'G + \angle CB'F = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle DGB' = \angle CB'F$ ，

$\therefore \text{Rt}\triangle DB'G \sim \text{Rt}\triangle CFB'$ ，

根据面积比等于相似比的平方可得: $\frac{S_{\triangle CFB'}}{S_{\triangle DB'G}} = \left(\frac{FC}{BD}\right)^2 = \left(\frac{\frac{4}{3}}{1}\right)^2 = \frac{16}{9}$ ，

因此，本题正确答案是: $\frac{16}{9}$ 。

【题 30】【答案】8

【解析】由题意可知：

\because 四边形 $AECF$ 菱形，

$\therefore \angle EAO = \angle FAO$ ，

$\because \angle DAF = \angle FAO$ ，

$\therefore \angle EAO = 30^\circ$ ，

又 $\because BE = OE$ ， $AB = BE + AE = 3$ 且 $AE = 2OE$ ，

$\therefore AE = 2$ ， $OE = 1$ ，

\therefore 菱形 $AECF$ 的周长为：8.

【题 31】【答案】 45°

【解析】由题意可知：

$\because AE$ 平分 $\angle BAD$ ，

$\therefore \angle BAE = \angle DAE = 45^\circ$ ，

$\therefore \triangle ABE$ 是等腰直角三角形， $AB = BE$ ，

$\therefore \angle CAE = 15^\circ$ ，

$\therefore \angle BCA = \angle DAC = 30^\circ$ ， $\angle OAB = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle ABO$ 是等边三角形， $AB = BO$ ，

$\therefore BE = BO$ ， $\angle BEO = \angle BOE = 75^\circ$ ，

$\therefore \angle BEO = \angle BCO + \angle COE = 30^\circ + \angle COE = 75^\circ$ ，

$\therefore \angle COE = 45^\circ$.

【题 32】【答案】36

【解析】连接 AN 、 BM ，根据圆周角定理，由 AB 是直径，可证 $\angle AMB = 90^\circ$ ，由勾股定理知， $BP^2 = MP^2 + BM^2$ ，

由相交弦定理知 $AP \cdot PM = BP \cdot PN$ ，

原式 $= AP(AP + PM) + BP(BP + PN)$

$$= AP^2 + AP \cdot PM + BP^2 + BP \cdot PN$$

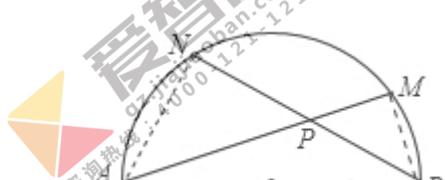
$$= AP^2 + BP^2 + 2AP \cdot PM$$

$$= AP^2 + MP^2 + BP^2 + AP^2$$

$$= AP^2 + AM^2$$

$$= AB^2$$

$$= 36.$$



【题 33】【答案】C

【解析】如图所示：

$$\because OD = OA = OB = 5, \quad OE \perp AB, \quad OE = 3,$$

$$\therefore DE = OD - OE = 5 - 3 = 2\text{cm},$$

∴点 D 是圆上到 AB 距离为 2 的点，

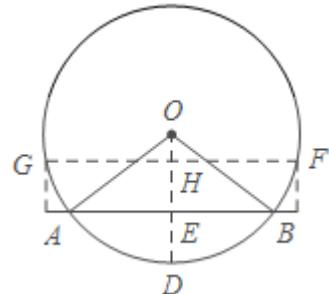
$$\because OE = 3\text{cm} > 2\text{cm},$$

∴在 OD 上截取 OH = 1cm, 过点 H 作 GF//AB, 交圆与点 G,

有 $HE \perp AB, \quad HE = OE - OH = 2\text{cm}$, 即点 G, F 到 AB 的距离为 2cm,

∴点 G, F 也是圆上到 AB 的距离为 2cm 的点.

故 C 正确.



F 两点，则

【题 34】【答案】7

【解析】

设 AB 的中点为 D,

∴DG 为 AB 的垂直平分线，

∴GA = GB (垂直平分线上一点到线段两端点距离相等)，

$$\therefore C_{\triangle GBC} = GB + BC + GC = GA + GC + BC = AC + BC = 17,$$

又 $\triangle ABC$ 是等腰三角形，且 $AB = AC$ ，

$$\therefore AB + BC = 17,$$

$$\therefore BC = 17 - AB = 17 - 10 = 7.$$

【题 35】【答案】 $\frac{2}{3}$

【解析】考点: 垂直平分线, 锐角三角函数.

通过垂直平分线求出相应线段, 利用 $\cos C = \frac{CD}{CE}$ 即可求得.

由 DE 垂直平分 BC , 知道 $BE = CE = 9, \quad BD = CD = 6, \quad \cos C = \frac{CD}{CE} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.

所以答案填: $\frac{2}{3}$.

【题 36】【答案】A

【解析】

∴在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ, \quad \angle A = 30^\circ, \quad AB = 6\sqrt{3},$

$$\therefore CB = \frac{1}{2}AB = 3\sqrt{3}, \quad \angle ABC = 90^\circ - \angle A = 60^\circ,$$

∴DE 垂直平分 AB,

$$\therefore BE = AE,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle A = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle CBE = \angle ABC - \angle ABE = 30^\circ,$$

$$\therefore CE = BC \cdot \tan 30^\circ = 3\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = 3.$$

所以 A 选项是正确的.

【题 37】【答案】7cm 或 1cm

【解析】

(1)当弦 AB 和 CD 在圆心同侧时,

过点 O 作 $OF \perp CD$, 垂足为 F , 交 AB 于点 E , 连接 OA , OC ,

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore AB \perp OE,$$

$$\because AB = 8 \text{ cm}, CD = 6 \text{ cm},$$

$$\therefore AE = 4 \text{ cm}, CF = 3 \text{ cm},$$

$$\because OA = OC = 5 \text{ cm},$$

$$\therefore EO = 3 \text{ cm}, OF = 4 \text{ cm},$$

$$\therefore EF = OF - EO = 1 \text{ cm};$$

(2)当弦 AB 和 CD 在圆心异侧时,

过点 O 作 $OE \perp AB$ 于点 E , 反向延长 OE 交 AD 于点 F , 连接 OA , OC ,

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore OF \perp CD,$$

$$\because AB = 8 \text{ cm}, CD = 6 \text{ cm},$$

$$\therefore AE = 4 \text{ cm}, CF = 3 \text{ cm},$$

$$\because OA = OC = 5 \text{ cm},$$

$$\therefore EO = 3 \text{ cm}, OF = 4 \text{ cm},$$

$$EF = OF + EO = 7 \text{ cm}.$$

【题 38】【答案】 $\frac{6\sqrt{13}}{65}$

【解析】

过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E ,

易知 $BD = 6$,

$$\because \tan B = \frac{2}{3},$$

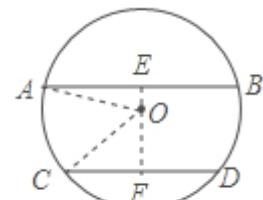
$$\therefore \frac{DE}{BE} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore BE = \frac{3}{2}DE,$$

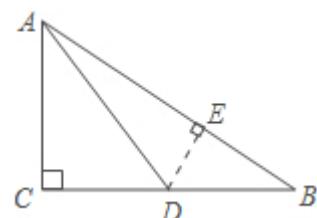
$$\text{则由勾股定理得到: } 6^2 = DE^2 + \frac{9}{4}DE^2,$$



图①



图②



计算得出 $DE = \frac{12\sqrt{13}}{13}$,

$$\therefore \sin \angle BAD = \frac{DE}{AD} = \frac{\frac{12\sqrt{13}}{13}}{10} = \frac{6\sqrt{13}}{65}.$$

【题 39】【答案】3

【解析】本题主要考查图形的旋转.

根据图形的旋转的性质可知, 旋转前后的两个图形全等,

则 $AB = A'B' = 16$,

在 $\text{Rt}\triangle A'B'C'$ 中, $C'D$ 是斜边 $A'B'$ 的中线,

$$\text{则 } C'D = \frac{A'B'}{2} = \frac{6}{2} = 3.$$

故本题正确答案为 3.



【题 40】【答案】A

【解析】

$\because PR \perp AB$ 于 R , 于 S ,

$\therefore \angle ARP = \angle ASP = 90^\circ$,

$\because RP = SP$,

$\therefore \text{Rt}\triangle APR \cong \text{Rt}\triangle ASP$,

$\therefore AR = AS$, 故②正确, $\angle BAP = \angle CAP$,

$\therefore AP$ 是等边三角形的顶角的平分线, 故①正确,

$\therefore AP$ 是 BC 边上的高和中线, 即点 P 是 BC 的中点,

$\therefore AQ = PQ$,

\therefore 点 Q 是 AC 的中点,

$\therefore PQ$ 是边 AB 对的中位线,

$\therefore PQ \parallel AB$, 故③正确,

$\because \angle B = \angle C = 60^\circ$,

$\angle BRP = \angle CSP = 90^\circ$, $BP = CP$,

$\therefore \triangle BRP \cong \triangle QSP$, 故④正确,

全部正确.

所以 A 选项是正确的.

【题 41】【答案】B

【解析】

过 A 点作垂直于直线 $y = -x$ 的垂线 AB ，

\therefore 点 B 在直线 $y = -x$ 上运动，

$\therefore \angle AOB = 45^\circ$ ，

$\therefore \triangle AOB$ 为等腰直角三角形，

过 B 作 BC 垂直 x 轴垂足为 C ，

则点 C 为 OA 的中点，

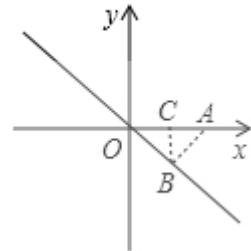
则 $OC = BC = \frac{1}{2}$ ，

作图可以知道 B 在 x 轴下方， y 轴的右方，

\therefore 横坐标为正，纵坐标为负，

所以当线段 AB 最短时，点 B 的坐标为 $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$ ，

所以 B 选项是正确的。



【题 42】【答案】B

【解析】考点：二次函数的顶点坐标、性质和图像：

A：由题可知，该二次函数开口向下，对称轴为 $x = 2$ ；因此当 $x < 2$ 时， y 随 x 的增大而增大，当 $x > 2$ 时， y 随 x 的增大而减小。所以 A 错；

B：因为二次函数开口向下，因此有最大值；将 $x = 2$ 代入解析式可算得 $y = -3$ 。所以 B 对；

C：计算可得顶点坐标为 $(2, -3)$ 。所以 C 错；

D：计算可得 $\Delta = -3 < 0$ ，因此该二次函数与 x 轴没有交点。所以 D 错。

【题 43】【答案】C

【解析】

$\because a$ 、 b 、 c 分别为 $\text{Rt}\triangle ABC$ ($\angle C = 90^\circ$) 的三边的长，

$\therefore a^2 + b^2 = c^2$ ，

$\therefore \Delta = 4b^2 - 4(c+a)(c-a) = 4(b^2 - c^2 + a^2) = 0$ ，

\therefore 方程有两个相等的两个实数根。

所以 C 选项是正确的。

【题 44】【答案】B

【解析】分析：根据每一项中所给的条件，能判定出三角形全等的则能画出唯一的三角形，不能判定三角形全等的则不能画出唯一的三角形。

①已知三角，不能判定三角形全等，故不能画出唯一的三角形；

②不满足两边之和大于第三边，所以不能做出三角形；

③根据 SSA 不能判定三角形全等，故不能画出唯一的三角形；

④根据 HL 可以判定三角形全等，故能画出唯一的三角形；

⑤根据 SAS 可以判定三角形全等，故能画出唯一的三角形；

⑥根据SSA不能判定三角形全等，故不能画出唯一的三角形；

综上可知：选B.

【题45】【答案】B

【解析】考点：一元二次方程，三角形三边关系。

先带入2到一元二次方程组中，可以就出 $m=4$ ，带入就出一元二次方程组的两个解为2、6。所以有2、2、6；2、6、6两种情况。由于三角形三边关系两边之和大于第三边，所以2、2、6不符合题意所以舍掉。所以最终只有2、6、6，周长为14。

所以答案选B.

【题46】【答案】B

【解析】

\because 四边形ABCD是平行四边形，

$\therefore BC = AD = 8\text{cm}$, $CD = AB = 6\text{cm}$, $BC \parallel AD$,

$\therefore \angle ADE = \angle CED$,

$\because ED$ 平分 $\angle ADC$,

$\therefore \angle ADE = \angle CDE$,

$\therefore \angle CDE = \angle CED$,

$\therefore CD = CE = 6\text{cm}$,

$\therefore BE = BC - CE = 2\text{cm}$,

所以B选项是正确的。

【题47】

【解析】

(1) 设A、B两种型号的篮球的销售单价分别为x元和y元，

依题意得 $\begin{cases} 3x + 8y = 622 \\ 5x + 4y = 402 \end{cases}$ 解之得 $\begin{cases} x = 26 \\ y = 68 \end{cases}$

(2) 设A种型号的篮球能采购b个，则B种型号的篮球能采购 $(20-b)$ 个，

则 $26b + 68(20-b) \leq 1000$,

$$\therefore b \geq \frac{60}{7}$$

b 为正整数，

\therefore

b 的最小值为9，

\therefore

即A种型号的篮球最少能买9个。

【题48】

【解析】

(1) 设绿地面积的年平均增长率为 x ，根据题意，得

$$57.5 \times (1+x)^2 = 82.8$$

解得: $x_1 = 0.2$; $x_2 = -2.2$ (不合题意, 舍去)

答: 增长率为 20%;

(2) 由题意, 得

$$82.8(1+0.2) = 99.36 \text{ 公顷,}$$

答: 2015 年该镇绿地面积不能达到 99.36 公顷.

【题 49】

【解析】

(1) 设当 $20 \leq x \leq 220$ 时, 车流速度 v 是车流密度 x 的一次函数的解析式为 $v = kx + b$

由题意可得, 把点 $(20, 80)$ 、 $(220, 0)$, 代入 $v = kx + b$, 得:

$$\begin{cases} 80 = 20k + b \\ 0 = 220k + b \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} k = -\frac{2}{5} \\ b = 88 \end{cases}, \text{则一次函数的解析式为 } v = -\frac{2}{5}x + 88$$

$$\text{当各项 } x = 100 \text{ 时, } v = -\frac{2}{5} \times 100 + 88 = 48$$

所以桥上车流密度为 100 辆/千米时的车流速度为 48 千米/小时.

$$(2) \text{由题意可得: } y = vx = -\frac{2}{5}x^2 + 88x = -\frac{2}{5}(x-110)^2 + 4840$$

则, 当车流密度 $x = 110$ 时, 大桥上车流量 y 的最大值为 4840 辆/小时.

【题 50】

【解析】

(1) 因为从无人机 A 上看目标 B 的俯角分别为 30° , 且 $AA' \parallel BC$, 可得 $\angle B = 30^\circ$.

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AC = 60 \text{ m}$, 可得 $AB = 2AC = 2 \times 60 = 120 \text{ m}$.

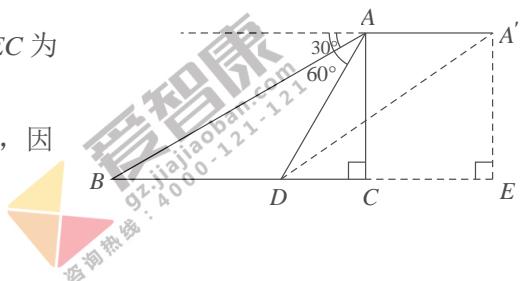
(2) 过 A' 作 $A'E \perp AA'$ 交 BC 的延长线于点 E , 可得四边形 $AA'EC$ 为矩形,

$\therefore A'E = AC = 60 \text{ m}$, $CE = AA' = 30\sqrt{3} \text{ m}$. 由题可得 $\angle ADC = 60^\circ$, 因为 $AC = 60 \text{ m}$,

$$\text{可求得 } DC = \frac{AC}{\tan \angle ADC} = \frac{60}{\tan 60^\circ} = 20\sqrt{3} \text{ m}.$$

从无人机 A' 上看目标 D 的俯角 $\angle AA'D = \angle A'DE$, 在 $\text{Rt}\triangle A'DE$ 中,

$$\tan \angle A'DE = \frac{A'E}{DE} = \frac{60}{20\sqrt{3} + 30\sqrt{3}} = \frac{2}{5}\sqrt{3}, \text{ 则从无人机 } A' \text{ 上看目标 } D \text{ 的俯角的正切值为 } \frac{2}{5}\sqrt{3}.$$



【题 51】

【解析】

(1) 甲: $y = 20x$ ($0 \leq x \leq 8$)

$$\text{乙: } y = \begin{cases} 25x - 75 & (3 \leq x < 5) \\ 50 & (5 \leq x \leq 6.5) \\ 25x - 112.5 & (6.5 < x \leq 10.9) \end{cases}$$

(2) 把 $y=160$ 代入 $y=20x$, 得: $x=8$,

把 $x=8$ 代入 $y=25x-112.5$ 得: $y=25 \times 8 - 112.5 = 87.5$

(3) $x=6.5$ 时最远, 最远距离为 80 米.

【题 52】

【解析】

(1) 反比例函数 $y=\frac{4-2m}{x}$ 图象经过第四象限, 则 $4-2m < 0$, 得: $m > 2$.

(2) 分别过点 A 、 B 作 $AD \perp x$ 轴, $BE \perp x$ 轴, 垂足为 D 、 E , 则 $\triangle CBE \sim \triangle CA$.

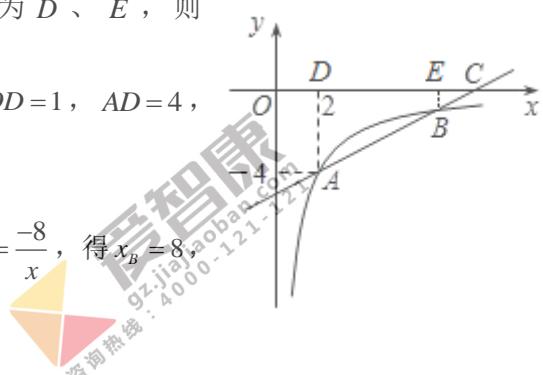
因为 A 的坐标是 $(2, -4)$, 所以 $4-2m=2 \times (-4)=-8$, 解得: $m=6$. $OD=1$, $AD=4$,

因为 $\frac{BC}{AB}=\frac{1}{3}$,

所以 $\frac{CB}{CA}=\frac{BE}{AD}=\frac{1}{4}$, 所以 $BE=1$, 则 B 点的纵坐标为 -1 , 代入 $y=\frac{-8}{x}$, 得 $x_B=8$,

所以 $B(8, -1)$

把点 A 、 B 的坐标代入解析式 $y=kx+b$, 解得: $y=\frac{1}{2}x-5$.



【题 53】

【解析】(1) 作 $DE \perp x$ 轴于 E . 根据题意, 得 $AD=2$,

$\therefore AE=1$, $DE=\sqrt{3}$,

$\therefore OE=3$, 即 $D(3, \sqrt{3})$

设双曲线的解析式是 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$), 把 $D(3, \sqrt{3})$ 代入, 得 $k=3\sqrt{3}$,

(2) 设 OB 的中点是 M ,

根据等边三角形的性质和直角三角形的性质得 $M(1, \sqrt{3})$,

设点 M 向右平移了 a 个单位长度,

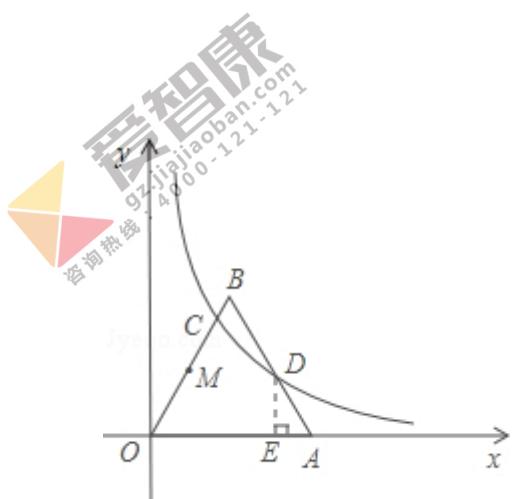
则有 $M(1+a, \sqrt{3})$,

代入(1)中的解析式,

$\therefore \sqrt{3}=\frac{3\sqrt{3}}{1+a}$,

$\therefore a=2$,

\therefore 平移距离为 2.



【题 54】

【解析】(1) 在平行四边形 $ABCD$ 中, $A(-4, 0)$, $B(-1, 3)$,

$\therefore BC = OA = 4$,

$\therefore C(-5, 3)$,

\because 直线 $y = k_1 x + b$ 的经过点 $A(-4, 0)$, $C(-5, 3)$,

$\therefore \begin{cases} -4k_1 + b = 0 \\ -5k_1 + b = 3 \end{cases}$, 得 $\begin{cases} k_1 = -3 \\ b = -12 \end{cases}$,

$\therefore y = -3x - 12$,

(2) 当 $x < -5$ 时, $k_1 x + b > \frac{k_2}{x}$

(3) \because 反比例函数的图象经过点 $C(-5, 3)$

$\therefore 3 = \frac{k_2}{-5}$, 得 $k_2 = -15$,

$\therefore y = -\frac{15}{x}$

当 $x = -4$ 时, $y = -\frac{15}{-4} = \frac{15}{4}$,

\therefore 当平行四边形 $ABCD$ 向上平移 $\frac{15}{4}$ 个单位后 A 落在反比例函数的图象上

【题 55】

【解析】

(1) 在 $\text{Rt}\triangle OAH$ 中, $\angle AHO = 90^\circ$, $\tan \angle AHO = \frac{AH}{OH} = \frac{4}{3}$,

$OH = 3$, 得 $AH = 4$

由勾股定理可得 $AO = \sqrt{OA^2 + AH^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$,

则 $\triangle OAH$ 的周长为: $AO + AH + OH = 3 + 4 + 5 = 12$

(2) 由 (1) 得 $A(-4, 3)$, 反比例函数为: $y = \frac{k}{x}$

将点 A 代入, 可得, $k = -12$ 则 $y = -\frac{12}{x}$,

将点 B 代入 $k = -12$ 得 $m = 6$.

将 A 、 B 代入一次函数 $y = ax + b (a \neq 0)$, 得 $\begin{cases} 3 = -4a + b \\ -2 = 6a + b \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases}$

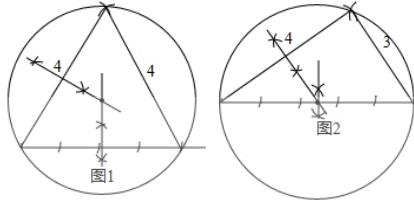
因此一次函数为 $y = -\frac{1}{2}x + 1$,

(3) 由图像可知: 当 $-4 < x < 0$, $x > 6$ 时一次函数的值小于反比例函数的值.

【题 56】

【解析】

(1) 由题意得: 三角形的三边长分别为 $4, 4, 4$; $3, 4, 5$; 即不同分段得到三条线段能组成 2 个不全等的三角形, 如图所示.



(2) 如图所示: 当三边的单位长度分别为3, 4, 5, 可知三角形为直角三角形, 此时外接圆的半径为斜边长的一半为2.5, 则周长为: $2\pi \times 2.5 = 5\pi$;

当三边的单位长度分别为4, 4, 4时, 外接圆的半径为 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$, 则周长为 $2\pi \times \frac{4\sqrt{3}}{3} = \frac{8\sqrt{3}}{3}\pi$.

【题 57】

【解答】(1) 依题意设直线AD的解析式为 $y = kx + b$,

又点 $A(\frac{4}{3}, \frac{5}{3})$, $D(0, 1)$

代入可得 $\begin{cases} \frac{4}{3}k + b = \frac{5}{3} \\ b = 1 \end{cases}$ 解得: $\begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases}$

即直线AD的解析式为 $y = \frac{1}{2}x + 1$

(2) 有(1)可知直线AD为 $y = \frac{1}{2}x + 1$,

令 $y = 0$, 解得 $x = -2$, 即交点 $B(-2, 0)$

同理, 亦可求点 $C(3, 0)$

又 $\angle CBE$ 不是直角,

①当 $\triangle BOD \sim \triangle BCE$ 时,

如图, 过点C作 $E_1C \perp x$ 于交直线AD于 E_1 ,

有 $\frac{BO}{BC} = \frac{OD}{CE_1}$, 则 $CE_1 = \frac{BC \cdot OD}{BO} = \frac{5 \times 1}{2} = \frac{5}{2}$

$\therefore E_1(3, \frac{5}{2})$

②当 $\triangle BOD \sim \triangle BEC$ 时

如图, 过点C作 $CE_2 \perp AD$ 于点 E_2 , 并过点 E_2 作

点 H

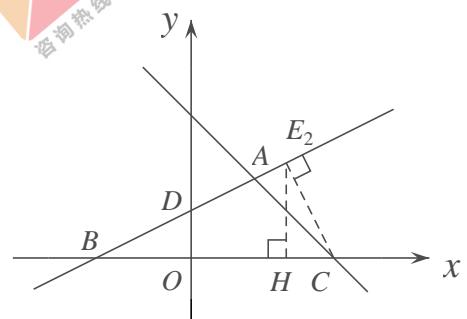
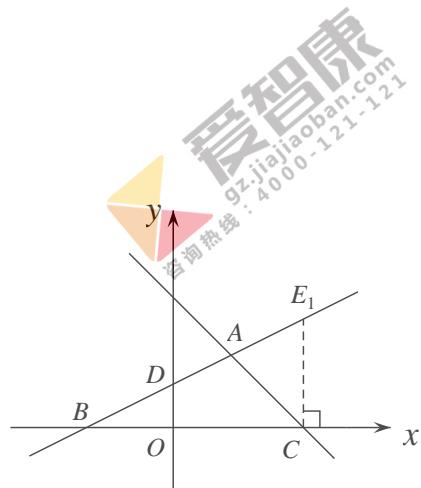
有 $\frac{BO}{BE_2} = \frac{OD}{E_2C} = \frac{BD}{BC}$,

则 $BE_2 = \frac{BC \cdot BO}{BD} = \frac{5 \times 2}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$, $E_2C = \frac{OD \cdot BC}{BD} = \frac{1 \times 5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$,

在 $\text{Rt}\triangle BE_2C$ 中,

$S_{\triangle BE_2C} = \frac{1}{2}BC \cdot E_2H = \frac{1}{2}BE_2 \cdot CE_2$

则 $E_2H = \frac{BE_2 \cdot CE_2}{BC} = 2$,



令 $y=2$ ，代入直线 AD ： $y=\frac{1}{2}x+1$ 可得 $x=2$

即点 $E_2(2,2)$

综上，当 $\triangle BOD$ 与 $\triangle BCE$ 相似时，点 $E_1(3,\frac{5}{2})$ 或 $E_2(2,2)$

【题 58】

【解析】

$$(1) \because 4-8+a=0, a=4,$$

$$\therefore x^2-4x+4=(x-2)^2=0,$$

$$\therefore x_1=x_2=2,$$

即 $OA=AB=2$ ，

$$(2) \because OA=AB=OB,$$

$\therefore \triangle AOB$ 为等边三角形，

$$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2 = \sqrt{3},$$

(3) 易知当 $\angle AOP=60^\circ$ 时，有 $S_{\triangle POA}=S_{\triangle AOB}$ ，

$$\text{此时 } P \text{ 所经过的弧长为 } \frac{60^\circ \pi \cdot 2}{180^\circ} = \frac{2\pi}{3},$$

当 $\angle AOP=120^\circ$ 时，有 $S_{\triangle POA}=S_{\triangle AOB}$ ，

$$\text{此时 } P \text{ 所经过的弧长为 } \frac{120^\circ \pi \cdot 2}{180^\circ} = \frac{4\pi}{3},$$

当 $\angle AOP=240^\circ$ 时，有 $S_{\triangle POA}=S_{\triangle AOB}$ ，

$$\text{此时 } P \text{ 所经过的弧长为 } \frac{240^\circ \pi \cdot 2}{180^\circ} = \frac{8\pi}{3}.$$

【题 59】

【解析】

(1) 连接 OM ，因为 $AB=AC$ ，所以 $\triangle ABC$ 是等腰三角形，
因为 AE 平分 $\angle BAC$ ，

所以 $AE \perp BC$

因为 BM 平分 $\angle ABC$ ，

所以 $\angle ABM=\angle CBM$ ，

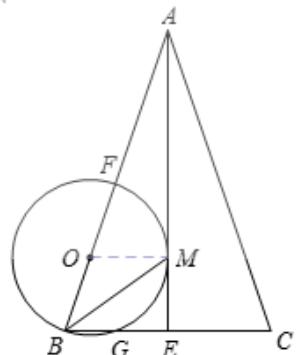
因为 $OB=OM$ ，

所以 $\angle ABM=\angle OMB$ ，

所以 $\angle OMB=\angle CBM$ ，

所以 $OM \parallel BC$ ，

所以 $OM \perp AE$ ，



则 AE 与 $\odot O$ 相切.

(2) 设圆的半径是 r ,

$\because AB = AC$, AE 是角平分线,

$\therefore BE = CE = 3$, $\angle ABC = \angle C$,

$$\text{又 } \cos C = \frac{1}{4},$$

$$\therefore AB = \frac{BE}{\cos B} = 12 \quad \text{则 } OA = 12 - r,$$

$\because OM \parallel BE$,

$$\therefore \frac{OM}{BE} = \frac{OA}{AB},$$

$$\text{即 } \frac{r}{3} = \frac{12-r}{12},$$

计算得出 $r = 2.4$,

则圆的直径是 4.8.

【题 60】

【解析】

(1) 作 $BC \perp x$ 轴于点 C , $AD \perp x$ 轴于点 D

\because 点 A 、 B 的横坐标分别为 a 、 b 且点 A 、 B 分别在 $y_1 = \frac{2}{x}$ ($x > 0$) 和 $y_2 = -\frac{2}{x}$ ($x < 0$) 上

$$\therefore A(a, \frac{2}{a}), B(b, -\frac{2}{b})$$

$$\therefore OC = -b, OD = a,$$

$$\therefore S_{\Delta BOC} = \frac{1}{2} BC \cdot OC = 1, S_{\Delta AOD} = \frac{1}{2} AD \cdot OD = 1$$

$$\therefore S_{\Delta AOB} = S_{\text{梯形 } ABCD} - S_{\Delta BOC} - S_{\Delta AOD} = S_{\text{梯形 } ABCD} - 2$$

$$CD = a - b$$

$$S_{\text{梯形 } ABCD} = \frac{1}{2} (a - b) (\frac{-2}{b} + \frac{2}{a})$$

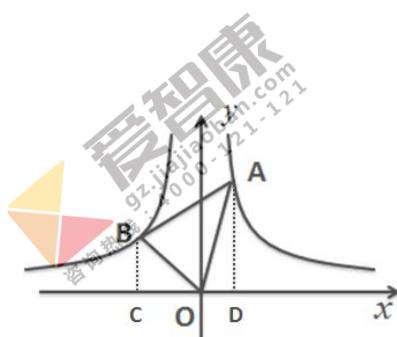
$$S_{\Delta AOB} = \frac{1}{2} (a - b) (\frac{-2}{b} + \frac{2}{a}) - 2 = \frac{a^2 + b^2}{-ab}$$

$$\therefore \Delta AOB \text{ 的面积为 } \frac{a^2 + b^2}{-ab}$$

$$(2) A(a, \frac{2}{a}), B(b, -\frac{2}{b})$$

$$\therefore OA^2 = a^2 + (\frac{2}{a})^2, OB^2 = b^2 + (\frac{-2}{b})^2$$

$\because \Delta AOB$ 是以 AB 为底边的等腰三角形



$$\therefore OA = OB, OA^2 = OB^2$$

$$\therefore a^2 + \left(\frac{2}{a}\right)^2 = b^2 + \left(\frac{-2}{b}\right)^2, \text{ 解得: } ab = \pm 2,$$

$$\because a > 0, b < 0,$$

$$\therefore ab < 0,$$

$$\therefore ab = -2.$$

【题 61】

【解析】

(1) 把 $B(3,2)$ 代入 $y_2 = \frac{k}{x}$ 得:

$$k = 6,$$

∴ 反比例函数解析式为: $y_2 = \frac{6}{x}$,

把 $C(-1,n)$ 代入 $y_2 = \frac{6}{x}$, 得:

$$n = -6,$$

$$\therefore C(-1,-6),$$

把 $B(3,2)$ 、 $C(-1,-6)$ 分别代入 $y_1 = ax+b$, 得:

$$\begin{cases} 3a + b = 2 \\ -a + b = -6 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \end{cases}$$

所以一次函数解析式为 $y_1 = 2x - 4$.

(2)

由图可知, 当写出 $y_1 > y_2$ 时 x 的取值范围是 $-1 < 0$ 或者 $x > 3$,

(3) y 轴上存在点 P , 使 $\triangle PAB$ 为直角三角形,

过 B 作 $BP_1 \perp y$ 轴于 P_1 ,

$\angle BP_1 A = 90^\circ$, $\triangle P_1 AB$ 为直角三角形,

此时, $P_1(0,2)$,

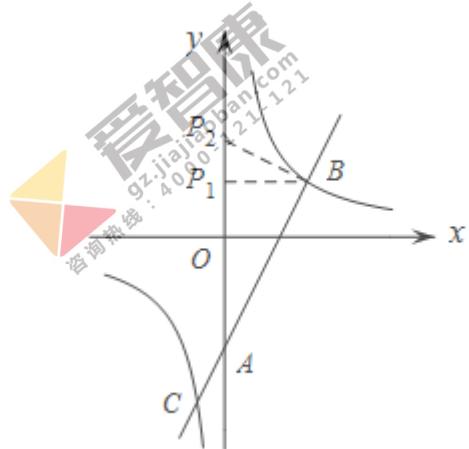
过 B 作 $BP_2 \perp AB$ 交 y 轴于 P_2 ,

$\angle P_2 BA = 90^\circ$, $\triangle P_2 AB$ 为直角三角形,

在 $\text{Rt}\triangle P_1 AB$ 中,

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{P_1 B^2 + P_1 A^2} \\ &= \sqrt{3^2 + (2+4)^2} \\ &= 3\sqrt{5} \end{aligned}$$

在 $\text{Rt}\triangle P_1 AB$ 和 $\text{Rt}\triangle P_2 AB$ 中:



$$\cos \angle P_2 AB = \cos \angle P_1 AB$$

$$\frac{AB}{P_2 A} = \frac{P_1 A}{AB}$$

$$P_2 A = \frac{AB^2}{P_1 A} = \frac{(3\sqrt{5})^2}{6} = \frac{15}{2}$$

$$\therefore P_2 O = P_2 A - OA = \frac{15}{2} - 4 = \frac{7}{2},$$

$$\therefore P_2 \left(0, \frac{7}{2}\right),$$

$$\text{综上所述: } P_1(0, 2), \quad P_2\left(0, \frac{7}{2}\right)$$

【题 62】

【解析】

(1) $\because BC$ 是 $\odot O$ 的直径, BE 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore EB \perp BC$.

又 $\because AD \perp BC$,

$\therefore AD \parallel BE$,

$\therefore \triangle BFC \sim \triangle DGC$,

$\triangle FEC \sim \triangle GAC$,

$$\therefore \frac{BF}{DG} = \frac{CF}{CG},$$

$$\frac{EF}{AG} = \frac{CF}{CG},$$

$$\therefore \frac{BE}{DG} = \frac{EF}{AG},$$

$\because G$ 是 AD 的中点,

$\therefore DG = AG$,

$\therefore BF = EF$.

(2) 连接 AO , AB ,

$\because BC$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle BAC = 90^\circ$,

在 $\text{Rt}\triangle BAE$ 中, 由(1), 知 F 是斜边 BE 的中点,

$\therefore AF = FB = EF$,

$\therefore \angle FBA = \angle FAB$,

又 $\because OA = OB$,

$\therefore \angle ABO = \angle BAO$,

$\because BE$ 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore \angle EBO = 90^\circ$,

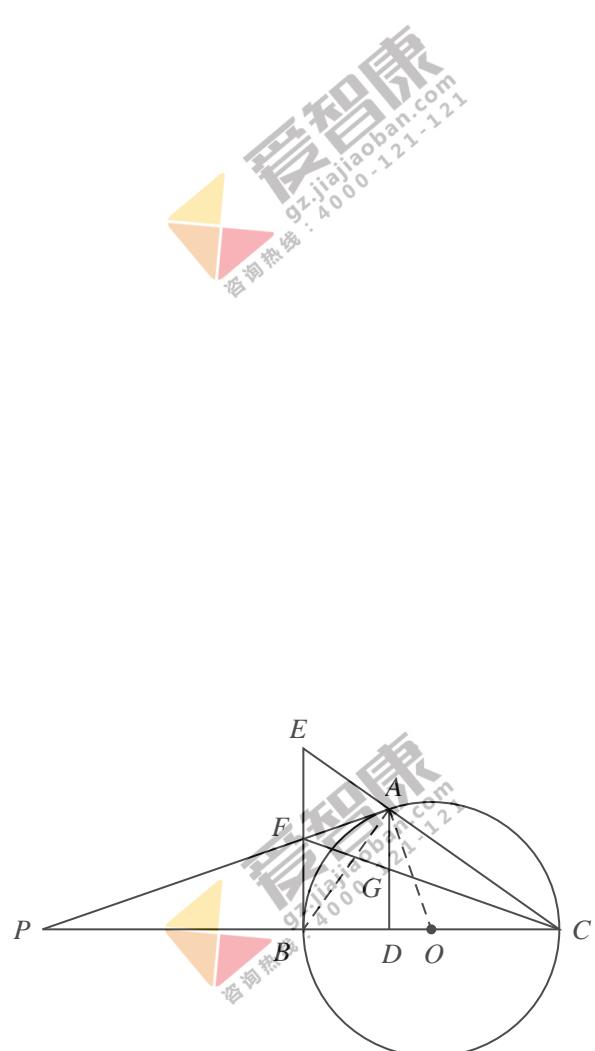
$\therefore EBO = \angle FBA + \angle ABO$

$$= \angle FAB + \angle BAO = \angle FAO = 90^\circ,$$

$\therefore PA$ 是 $\odot O$ 的切线.

(3) 过点 F 作 $FH \perp AD$ 于点 H ,

$\therefore BD \perp AD$, $FH \perp AD$,



$$\therefore FH \parallel BC,$$

由(2), 知 $\angle FBA = \angle BAF$,

$$\therefore BF = AF,$$

由已知, 有 $BF = FG$,

$\therefore AF = FG$ ，即 $\triangle AFG$ 是等腰三角形.

$\therefore FH \perp AD$,

$$\therefore AH = GH ,$$

$$\therefore DG = AG ,$$

$$\therefore DG = 2HG, \quad \frac{HG}{DG} = \frac{1}{2},$$

$\because FH \parallel BD, \quad BF \parallel AD, \quad \angle FBD = 90^\circ,$

∴四边形 $BDHF$ 是矩形, $BD=FH$,

$\therefore FH \parallel BC$,

$$\therefore \triangle HFG \sim \triangle DCG,$$

$$\therefore \frac{FH}{CD} = \frac{FG}{CG} = \frac{HG}{DG},$$

$$\text{即 } \frac{BD}{CD} = \frac{FG}{CG} = \frac{HG}{DG} = \frac{1}{2},$$

$\because \odot O$ 的半径长为 $3\sqrt{2}$ ， $BC = 6\sqrt{2}$ ，

$$\frac{BD}{CD} = \frac{BD}{BC - BD} = \frac{BD}{6\sqrt{2} - BD} = \frac{1}{2}, \text{ 解得 } BD = 2\sqrt{2} = FH,$$

$$\therefore \frac{FG}{CG} = \frac{HG}{DG} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore CF = 3FG,$$

在 $Rt\triangle FEC$ 中，

$$\therefore CF = 3FG, \quad BF = FG,$$

$\therefore CE^2 = BE^2 + BC^2$ ，即：

解得 $EG = 3$ ，负值舍去。

• FG 3

.. TO - 5 ..

