



## 第9题答案

【例1】（2017年海珠区一模）

【答案】C

【解析】抛物线与 $x$ 轴有两个交点，则 $b^2 - 4ac > 0$ ， $b^2 > 4ac$ ，故不可选A；

抛物线顶点坐标为 $(4, 6)$ ，开口向下，则 $ax^2 + bx + c \leq 6$ ，故不可选B；

抛物线的对称轴为 $x = 4$ ， $2 - 4 = -2$ ， $5 - 4 = 1$ ，则点 $(2, m)$ 到对称轴的距离比 $(5, n)$ 到对称轴的距离大，所以 $m < n$ ，故C选项结论错误，答案为C；

抛物线的对称轴为 $x = -\frac{b}{2a} = 4$ ， $\therefore b = -8a$ ，即 $8a + b = 0$ ，故不可选D。

故答案为C。

【同类题型迁移】

【1.1】（2017年育才中学一模）

【答案】C

【解析】将 $(2, 4)$ 代入 $y = ax^2 + bx - 3$ 得到 $4 = 4a + 2b - 3$ ， $\therefore 4a + 2b = 7$ ，

$\therefore 8a + 4b + 1 = 2(4a + 2b) + 1 = 15$ 。故答案为C。

【例2】（2015年铁一一模）

【答案】A

【解析】因为线段、等边三角形、平行四边形、圆中是中心对称图形的有线段、平行四边形、圆，所以

现从中随机抽取一张，卡片上画的恰好是中心对称图形的概率是 $\frac{3}{4}$ ，故答案为A。

【同类题型迁移】

【2.1】（2015年番禺区一模）

【答案】A

【解析】列表或画树状图可得该事件共有6中等可能，取出两个都是红球的概率有1种可能，所以取出的

两个球都是红球的概率为 $\frac{1}{6}$ ，故答案为A。

【2.2】（2015年省实一模）

【答案】B

【解析】①项错误，两直线平行，同位角相等；②项正确，根据倒数的性质可得；③项错误，对角线相等且互相垂直的四边形还可能是等腰梯形；④项错误，抛物线 $y = x^2 - 2x$ 与坐标轴有2个不同交点；⑤项正确，由题可知圆锥底面圆的半径为 $\sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ ，所以圆锥的侧面积为 $\pi rl = \pi \times 3 \times 5 = 15\pi$ 。综上所述，共有5个命题，其中是真命题的个数为2，从中任选一个命题是真命题的概率为 $\frac{2}{5}$ ，故答案为B。

【例3】（2017年白云区一模）

【答案】D

【解析】 $\because x_1 < 0 < x_2$ ， $\therefore A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ 位于不同象限， $\therefore y_1 < y_2$

$\therefore$ 点 $A(x_1, y_1)$ 在第三象限，点 $B(x_2, y_2)$ 在第一象限，

$\therefore 1 - 3m > 0$ ，解得 $m < \frac{1}{3}$ ，故答案为D。

【同类题型迁移】

【3.1】（2017年育才实验）

【答案】C

【解析】 $\because$ 一次函数  $y = mx + |m-1|$  中  $y$  随  $x$  的增大而增大，

$\therefore m > 0$ . 一次函数  $y = mx + |m-1|$  的图象过点  $(0, 2)$ ,

$\therefore$  当  $x = 0$  时,  $|m-1| = 2$ , 计算得出  $m_1 = 3$ ,  $m_2 = -1 < 0$  (舍去), 故答案为 C.

【例 4】（2015 年省实一模）

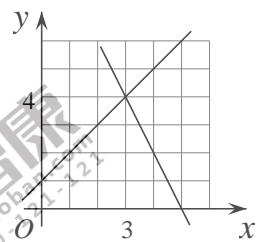
【答案】D

【解析】如图所示, 函数  $y = kx + b$  与  $y = mx + n$  的图象交点为  $(3, 4)$ ,

则方程组  $\begin{cases} y = kx + b \\ y = mx + n \end{cases}$  的解所在坐标为  $(3, 4)$ ,

因此方程组  $\begin{cases} y = kx + b \\ y = mx + n \end{cases}$  的解关于原点对称的点的坐标是  $(-3, -4)$ ,

故答案为 D.



【同类题型迁移】

【4.1】（2015 年天河区一模）

【答案】B

【解析】两函数解析式所组方程组的解为  $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ , 从而判定它在第二象限, 故答案为 B.

【4.2】（2017 年真光一模）

【答案】D

【解析】由图象可知, 当  $x > 2$  或  $x < -1$  时, 函数  $y_1$  在函数  $y_2$  的图象上方, 此时  $y_1 > y_2$ , 故答案为 D.

【例 5】（2016 年二中一模）

【答案】C

【解析】作  $B'D \perp y$  轴于  $D$ ,  $B'F \perp x$  轴于  $F$ , 根据正方形的性质,

$\therefore OC = BC = 4$ ,  $\angle C = 90^\circ$ , 由  $\angle BPC = 60^\circ$  得  $\angle BCP = 30^\circ$ ,

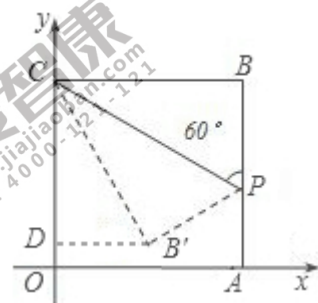
再根据折叠的性质得到  $\angle BCP = \angle B'CP = 30^\circ$ ,  $C'B = BC = 4$ ,

$\therefore \angle CB'E = 30^\circ$ ,

在  $Rt\triangle CB'D$  中, 根据含  $30^\circ$  的直角三角形三边关系得到

$B'D = \frac{1}{2}CB' = 2$ ,  $CD = \sqrt{3}B'D = 2\sqrt{3}$ , 则  $OD = 4 - 2\sqrt{3}$

$\therefore B'F = 4 - 2\sqrt{3}$ , 则  $B'$  点坐标为  $(2, 4 - 2\sqrt{3})$ , 故答案为 C.



【同类题型迁移】

【5.1】（2017年三中一模）

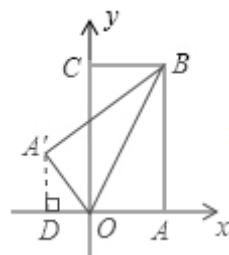
【答案】B

【解析】过  $A'$  作  $A'D \perp x$  轴与点  $D$ ，在直角  $\triangle OAB$ ，

$$\because \cos \angle BOA = \frac{OA}{OB} = \frac{1}{2}, \therefore \angle BOA = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle A'OB = \angle BOA = 60^\circ, \therefore \angle A'OD = 60^\circ,$$

在直角  $\triangle A'OD$  中， $OD = OA' \cdot \cos 60^\circ = 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ ， $A'D = A'O \cdot \sin 60^\circ = 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，点  $A'$  的坐标为  $(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ 。故答案为 B。



【5.2】（2017年番禺区一模）

【答案】B

【解析】根据三角形的内角和等于  $180^\circ$  求出  $\angle AED + \angle ADE$ ，再根据翻折变换的性质可得  $\angle A'DE = \angle ADE$ ， $\angle A'ED = \angle AED$ ，然后利用平角等于  $180^\circ$  列式计算即可得解  $\angle 1 + \angle 2 = 2\alpha$ ，故答案为 B。

【5.3】（2015年南沙区一模）

【答案】D

【解析】设  $BE = x$ ，则  $CE = 8 - x$ ，

$\because$  矩形  $ABCD$  沿  $EF$  折叠后点  $C$  与  $A$  重合，

$$\therefore AE = CE = 8 - x,$$

在  $Rt\triangle ABE$  中， $AB^2 + BE^2 = AE^2$ ，

$$\text{即 } 4^2 + x^2 = (8 - x)^2$$

解得  $x = 3$ ，

$$\therefore AE = 8 - 3 = 5,$$

由翻折的性质得， $\angle AFE = \angle CEF$ ，

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle AFE = \angle CEF,$$

$$\therefore \angle AEF = \angle AFE,$$

$$\therefore AE = AF = 5,$$

过点  $E$  作  $EH \perp AD$  于点  $H$ ，可得四边形  $ABEH$  是矩形，

$$\therefore EH = AB = 4, AH = BE = 3$$

$$\therefore FH = 2,$$

在  $Rt\triangle EFH$  中，由勾股定理求得  $EF = 2\sqrt{5}$ ，故答案为 D。

【例 6】（2017年华附一模）

【答案】A

【解析】 $\because$  一次函数是  $y = mx + n$ ，正比例函数  $y = mnx$ ，且  $mn \neq 0$ ，

$\therefore$  分情况讨论，

当  $m > 0$ ， $n > 0$  时，一次函数与  $y$  轴交点在正半轴，两个函数图像从左向右是上升的；

当  $m > 0$ ， $n < 0$  时，一次函数与  $y$  轴交点在负半轴，图像从左向右是上升的；正比例函数图像从左往右下降；

当  $m < 0$ ,  $n > 0$  时, 一次函数与  $y$  轴交点在正半轴, 两个函数图像从左向右是下降的;

当  $m < 0$ ,  $n < 0$  时, 一次函数与  $y$  轴交点在负半轴, 图像从左向右是下降的; 正比例函数图像从左往右上升;

符合情况的只有 A 图, 故答案为 A.

【同类题型迁移】

【6.1】(2016 年省实一模)

【答案】B

【解析】 $\because$  二次函数图像开口向下,  $\therefore a < 0$ ,

$$\therefore \text{对称轴 } x = -\frac{b}{2a} < 0, \therefore b < 0,$$

$\therefore$  正比例函数  $y = bx$  经过第二、四象限, 反比例函数  $y = \frac{a}{x}$  位于第二、四象限,

纵观各选项, 只有 B 选项符合, 故选 B.

【6.2】(2015 年育才实验一模)

【答案】D

【解析】当  $k > 0$  时, 反比例函数的系数  $-k < 0$ , 反比例函数过第二、四象限, 一次函数经过第一、三、四象限, D 选项符合; 当  $k < 0$  时, 反比例函数的系数  $-k > 0$ , 所以反比例函数过第一、三象限, 一次函数过二、三、四象限, 原题没有满足的图形, 故答案为 D.

【6.3】(2017 年广州中考真题)

【答案】D

【解析】当  $a > 0$  时, 则  $-a < 0$ , 反比例图像经过第一、三象限, 二次函数图像开口向下, 并与  $y$  轴交于正半轴, 故此种情况, 没有答案可选, 当  $a < 0$  时, 则  $-a > 0$ , 反比例图像经过第二、四象限, 二次函数图像开口向上, 并与  $y$  轴交于负半轴, 故答案为 D.

【例 7】(2017 年二中一模)

【答案】B

【解析】 $\because$  圆心角为  $120^\circ$ , 半径为 3cm 的扇形的弧长  $= \frac{120\pi \times 3}{180} = 2\pi$ ,  $\therefore$  圆锥的底面圆的周长为  $2\pi$ ,

$\therefore$  圆锥的底面圆的半径为 1,  $\therefore$  这个纸帽的高  $= \sqrt{3^2 - 1^2} = 2\sqrt{2}$ . 故答案为 B.

【同类题型迁移】

【7.1】(2016 年海珠区一模)

【答案】C

【解析】要使恰好围成圆锥模型, 需要扇形弧长等于圆形周长. 故  $\frac{90^\circ}{120^\circ} \times 2\pi R = 2\pi r$ , 化简得:  $\frac{1}{4}R = r$ ,

故  $R = 4r$ , 故本题正确答案为 C.

【7.2】(2015 年海珠实验中学一模)

【答案】D

【解析】连接  $OB$ ,  $AC$ , 相交于点,

$\because$  在菱形  $OABC$  中,  $AC \perp BO$ ,  $CF = AF$ ,  $FO = BF$ ,  $\angle COB = \angle BOA$ ,

又∵扇形  $DOE$  的半径为 3,

$$\therefore FO = BF = 1.5,$$

$$\because \text{菱形 } OABC \text{ 边长为 } \sqrt{3}, \text{ 则 } \cos \angle FOC = \frac{FO}{CO} = \frac{1.5}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \angle FOC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle EOD = 2 \times 30^\circ = 60^\circ,$$

$$\therefore DE = \frac{60\pi \times 3}{180} = \pi,$$

底面圆的周长为:  $2\pi r = \pi$ ,

解得:  $r = \frac{1}{2}$ , 圆锥母线为: 3,

$$\text{则此圆锥的高为: } \sqrt{3^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{35}}{2}$$

故答案为 D.

【例 8】(2015 年中考真题)

【答案】C

【解答】先把正六边形分成六个等边三角形, 边长就是半径, 即等边三角形的边长为  $2\sqrt{3}$ , 则等边三角形的面积为  $3\sqrt{3}$ . 所以正六边形的面积是  $18\sqrt{3}$ . 所以答案选 C.

【同类题型迁移】

【8.1】(2017 年四中聚贤一模)

【答案】A

【解析】连接  $OA$ ,  $OD$ ,  $OE$ ,  $OF$ ,  $AD$ , 则  $AD$  过  $O$ ,

依题意可得: 三角形内接圆的圆心为角平分线的交点,

$$\therefore \angle OBD = 30^\circ, \quad BD = CD = 3,$$

$$\therefore OD = \sqrt{3}, \quad \angle BOC = 120^\circ, \quad S_{\text{阴影}} = \frac{120^\circ}{360^\circ} \times \pi \times (\sqrt{3})^2 = \pi.$$

故答案为 A.

【8.2】(2016 年中大附中一模)

【答案】C

【解析】设  $B'C'$  与  $CD$  的交点为  $E$ , 连接  $AE$ ,

$$\because AD = AB', \quad AE = AE,$$

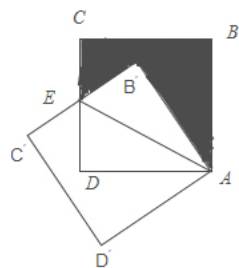
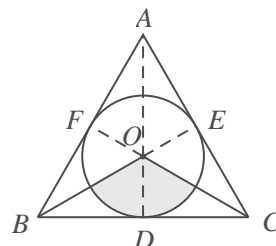
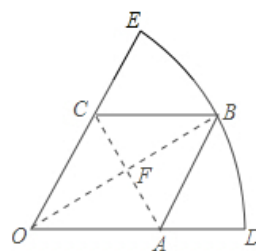
$$\therefore \text{Rt} \triangle ADE \cong \text{Rt} \triangle AB'E$$

$$\therefore \angle B'AE = \angle DAE = \angle DAD' = 30^\circ$$

$$\therefore DE = 1 \times \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \therefore S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3} \times 1 = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = 1 - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{6} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}, \text{ 故答案为 C.}$$

【8.3】(2016 年广大附一模)



【答案】D

【解析】如图，过点  $B$  作  $BH \perp GF$  于点  $H$ ，

$$\text{则 } S_{\text{乙}} = \frac{1}{2} AB \cdot AC$$

$$\because AC \parallel DE$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DBE \therefore \frac{AC}{DE} = \frac{AB}{DB} = \frac{BC}{BE}$$

$$\because BC = 7, CE = 3$$

$$\therefore DE = \frac{10}{7} AC, DB = \frac{10}{7} AB$$

$$\therefore AD = BD - BA = \frac{3}{7} AB$$

$$\therefore S_{\text{丙}} = \frac{1}{2} (AC + DE) \cdot AD = \frac{51}{98} AB \cdot AC$$

$$\because AD \parallel GF, BH \perp GF, AC \perp AB,$$

$$\therefore BH \parallel AC,$$

$$\therefore \text{四边形 } BDFH \text{ 是矩形,}$$

$$\therefore BH = DF, FH = BD = \frac{10}{7} AB,$$

$$\therefore \triangle GBH \sim \triangle BCA,$$

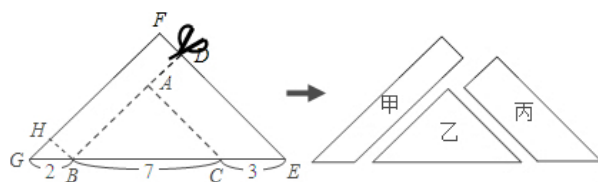
$$\therefore \frac{GH}{AB} = \frac{BH}{AC} = \frac{GB}{BC},$$

$$\because GB = 2, BC = 7,$$

$$\therefore DF = \frac{2}{7} AB, GF = \frac{12}{7} AB,$$

$$\therefore S_{\text{甲}} = \frac{1}{2} (BD + GF) \cdot DF = \frac{22}{49} AB \cdot AC$$

$$\therefore \text{甲} < \text{乙}, \text{乙} < \text{丙}. \text{ 故答案为 D.}$$



【例 9】（2015 年二中一模）

【答案】A

【解析】因为  $AB = BC$ ，所以  $\angle BAD = \angle C$ 。因为  $\angle ABC = 120^\circ$ ，所以  $\angle BAD = \angle C = 30^\circ$ 。

因为  $AD$  为  $\odot O$  的直径， $AD = 6$ ，所以  $\angle ABD = 90^\circ$ 。

由圆弧所对的圆周角相等，则  $\angle D = \angle C = 30^\circ$ ，所以  $AB = \frac{1}{2} AD = 3$ 。故本题正确答案为 A。

【同类题型迁移】

【9.1】（2017 年十三中一模）

【答案】B

【解析】 $\because \odot O$  是  $\triangle ABC$  的外接圆， $\angle A = 50^\circ$ ，

$\therefore$  根据圆周角定理可知， $\angle OBC = 2\angle A = 100^\circ$ ，故答案 B。

【9.2】（2017 年从化区一模）

【答案】D

【解析】连接  $OD$

$$\because \angle DCB = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BOD = 60^\circ.$$

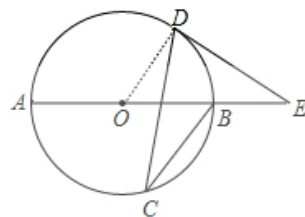
$\because DE$  是  $\odot O$  的切线,

$$\therefore \angle ODE = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle EDO = 30^\circ.$$

$$\therefore OE = 2OD = AB = 4,$$

在  $\text{Rt}\triangle ODE$  中,  $DE = \sqrt{OE^2 - OD^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$ . 故答案为 D.



【9.3】(2017 年广州中考真题)

【答案】D

【解析】连接  $OD$

$\because AD$  是非直径的弦,  $OB$  是半径,  $\therefore AD \neq 2OB$ , 则 A 错误,

$\because \angle BAD = 20^\circ$ ,  $AB \perp CD$ ,

由垂径定理性质, 可得:  $\angle COB = \angle DOB = 2\angle BAD = 40^\circ$ , 则 D 正确,

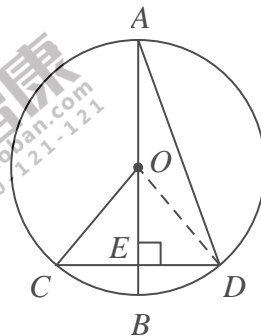
$\therefore \triangle COB$  不是等腰直角三角形,

$\therefore CE \neq EO$ , 则 B 错误,

$\because \angle COB = 40^\circ$ ,

$\therefore \angle OCE = 90^\circ - \angle COB = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$ , 则 C 错误.

故答案选 D.



【例 10】(2017 年广大附一模)

【答案】D

【解析】过点  $C$  作  $CE \perp x$  轴于点  $E$ ,

$\because$  顶点  $C$  的坐标为  $(m, 3\sqrt{3})$ ,  $\therefore OE = -m$ ,  $CE = 3\sqrt{3}$ ,

$\because$  菱形  $ABOC$  中,  $\angle BOC = 60^\circ$ ,  $\therefore OB = OC = \frac{CE}{\sin 60^\circ} = 6$ ,

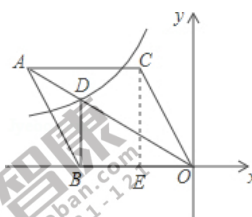
$\angle BOD = \frac{1}{2} \angle BOC = 30^\circ$ ,

$\because BD \perp x$  轴,  $\therefore DB = OB \cdot \tan 30^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$ ,

$\therefore$  点  $D$  的坐标为:  $(-6, 2\sqrt{3})$ ,

$\because$  反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象与菱形对角线  $AO$  交于  $D$  点,

$\therefore k = xy = -12\sqrt{3}$ . 故答案为 D.



【同类题型迁移】

【10.1】(2015 年 16 中一模)

【答案】A

【解析】 $\because$  菱形  $OABC$  的顶点  $A$  在  $x$  轴的正半轴上, 顶点  $C$  的坐标为  $(3, 4)$

$$\therefore CO = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$\therefore AO = BC = 5 \therefore B(8, 4) \therefore k = xy = 4 \times 8 = 32$$

故答案为 A.

【10.2】(2017 年十三中一模)



【答案】C

【解析】 $\because \tan \angle BAO = 2$ ，即  $\frac{BO}{AO} = 2$ ，

$\therefore$  设  $BO = 2x$ ， $AO = x$ ，

$$\therefore S_{\triangle ABO} = \frac{1}{2} \times BO \times AO = \frac{1}{2} \times 2x \times x = 4,$$

$\therefore x = 2$ ， $\therefore B(0, 4)$ ， $A'(4, 2)$

$\because C$  是  $AB$  的中点， $\therefore C(2, 3)$ ，

$\therefore$  将  $C(2, 3)$  代入  $y = \frac{k}{x}$  中， $\therefore k = 6$ ，故答案为 C.

【例 11】(2017 年 16 中一模)

【答案】D

【解析】 $\because a$ 、 $b$  是一元二次方程  $x^2 - x - 2016 = 0$  的两个实数根， $\therefore a^2 - a - 2016 = 0$ ，

$\therefore a^2 = a + 2016$ ，又根据根与系数的关系可得： $a + b = 1$ ，

$$\therefore a^3 + 2017b - 2015$$

$$= a^2 \cdot a + 2017b - 2015$$

$$= (a + 2016) \cdot a + 2017b - 2015$$

$$= a^2 + 2016a + 2017b - 2015$$

$$= a + 2016 + 2016a + 2017b - 2015$$

$$= 2017(a + b) + 1$$

$$= 2018$$

【同类题型迁移】

【11.1】(2016 年七中一模)

【答案】D

【解析】由直线  $y = kx$  ( $k > 0$ ) 得  $y_1 = kx_1$ ， $y_2 = kx_2$ ，则  $x_1y_2 - 7x_2y_1 = kx_1x_2 - 7kx_1x_2 = -6kx_1x_2$

$$\text{由 } \begin{cases} y = kx \\ y = \frac{3}{x} \end{cases} \text{ 得到 } kx^2 - 3 = 0, \text{ 则 } x_1x_2 = -\frac{3}{k}$$

$$\therefore x_1y_2 - 7x_2y_1 = -6kx_1x_2 = -6k \times \frac{-3}{k} = 18, \text{ 故答案为 D.}$$

【例 12】(2017 年省实一模)

【答案】D

【解析】有公共顶点的两个角不一定是对顶角，故 A 选项错误；

多项式  $x^2 - 4x$  因式分解的结果是  $x(x + 2)(x - 2)$ ，故 B 选项错误；

$a + a = 2a$ ，故 C 选项错误；

一元二次方程  $x^2 - x - 2 = 0$ ， $\Delta = b^2 - 4ac = -7 < 0$ ，故此方程无实数根，正确，

故答案为 D.

【同类题型迁移】

【12.1】(2016 年广雅一模)

【答案】C

【解析】C 选项中矩形的对角线相互平分是对的，但不垂直，对角线相互垂直的四边形是菱形和正方

形，故答案为C.

【12.2】(2015年海珠实验中学一模)

【答案】A

【解析】先计算出判别式得到 $\Delta = b^2 - 16$ ，要举一个反例，则 $b$ 满足 $b < 0$ 且方程没有实数根解即 $\Delta = b^2 - 16 < 0$ ，分别代入可知当 $b = -1$ 时， $\Delta = b^2 - 16 = -15 < 0$ ，故答案为A.

## 第10题

【例1】(2017年二中一模)

【答案】C

【解析】 $\because$ 一段抛物线 $C_1: y = -x(x-2) (0 \leq x \leq 2)$ ,

$\therefore$ 图象 $C_1$ 与 $x$ 轴交点坐标为:  $(0,0), (2,0)$ ,

$\therefore$ 将 $C_1$ 绕 $A_1$ 旋转 $180^\circ$ 得到 $C_2$ , 交 $x$ 轴于 $A_2$ ,

$\therefore$ 抛物线 $C_2: y = (x-2)(x-4) (2 \leq x \leq 4)$ , 将 $C_2$ 绕点 $A_2$ 旋转 $180^\circ$ 得到 $C_3$ , 交 $x$ 轴于 $A_3$ , .....

$\therefore P(2017, m)$ 在抛物线 $C_{1009}$ 上,

$\therefore n = 1009$ 是奇数,

$\therefore P(2017, m)$ 在 $x$ 轴的上方,  $m = 1$ , 故答案为C

【1.1】(2017年中大附一模)

【答案】D

【解析】 $\because$ 点 $A$ 的坐标为 $(1,0)$ , 点 $D$ 的坐标为 $(0,2)$

$\therefore OA = 1, OD = 2$ , 设正方形的面积分别为 $S_1, S_2, \dots, S_{2012}$ , 易证 $\triangle BAA_1 \sim \triangle B_1A_1A_2$ ,

在直角 $\triangle ADO$ 中, 由勾股定理得,  $AD$ 的长为 $AD = \sqrt{OA^2 + OD^2} = \sqrt{5}$ ,

$\therefore AB = AD = BC = \sqrt{5}, S_1 = 5$ ,

$\therefore \angle DAO + \angle ADO = 90^\circ, \angle DAO + \angle BAA_1 = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle ADO = \angle BAA_1, \therefore \tan \angle BAA_1 = \frac{1}{2}$ ,

$\therefore A_1B = \frac{\sqrt{5}}{2}, A_1C = BC + A_1B = \frac{3\sqrt{5}}{2}$ ,

$\therefore S_2 = \frac{9}{4} \times 5 = 5 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2, \therefore$ 同理可得 $S_3 = \frac{81}{16} \times 5 = 5 \times \left(\frac{3}{2}\right)^4$ ,

由此可得 $S_n = 5 \times \left(\frac{3}{2}\right)^{2n-2}, \therefore S_{2012} = 5 \times \left(\frac{3}{2}\right)^{2 \times 2012 - 2} = 5 \times \left(\frac{3}{2}\right)^{4022}$ , 故选D.

【1.2】(2016年省实一模)

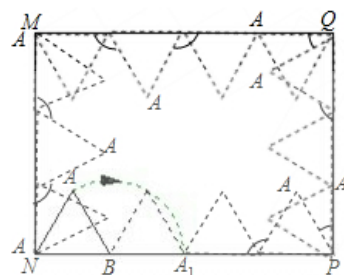
【答案】D

【解析】根据题意, 第一个图形中有 $1 \times 2 - 1 = 1$ 个平行四边形, 第二个图形中有 $2 \times 3 - 1 = 5$ 个平行四边形, 第三个图形中有 $3 \times 4 - 1 = 11$ 个平行四边形, ..., 以此类推, 第十个图形中有 $10 \times 11 - 1 = 109$ 个平行四边形. 故本题正确答案为D.

【1.3】(2016年七中一模)

【答案】A

【解析】先根据旋转的性质，正三角形  $ANB$  旋转 5 圈，圆心角为 7 个  $120^\circ$  和 2 个  $30^\circ$ ，半径为 1 的弧，则  $l = \frac{120 \times 7 + 2 \times 30}{180} \cdot \pi \times 1 = 5\pi$ ，故答案为 A.



【例 2】（2017 年海珠区一模）

【答案】B

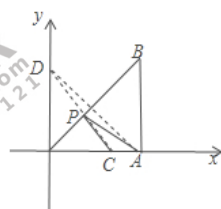
【解析】作  $A$  关于  $OB$  的对称点  $D$ ，连接  $CD$  交  $OB$  于  $P$ ，连接  $AP$ ，则此时  $PA + PC = PD + PC = CD$ ， $PA + PC$  的值最小，

$\because$  顶点  $B$  的坐标为  $(\sqrt{2}, \sqrt{2}) \therefore AB = \sqrt{2}$ ， $OA = \sqrt{2}$

$\because \angle OAB = 90^\circ \therefore \angle B = \angle AOB = 45^\circ$

由勾股定理得  $OB = AD = 2$

$\because C(1, 0) \therefore CD = \sqrt{3}$ ，即  $PA + PC$  的最小值是  $\sqrt{3}$ ，故答案为 B.



【2.1】（2017 年广雅一模）

【答案】D

【解析】作  $M$  点关于  $AC$  的对称点  $M'$ ，连接  $M'N$ ，则与  $AC$  的交点即是  $P$  点的位置，

$\because M, N$  分别是  $AB, BC$  的中点，

$\therefore MN$  是  $\triangle ABC$  的中位线，

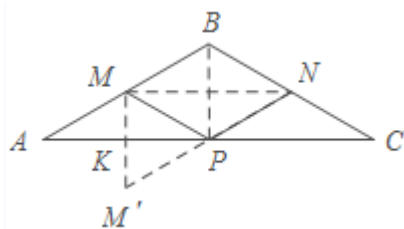
$\therefore MN \parallel AC$ ， $\therefore \frac{PM'}{PN} = \frac{KM'}{KM}$ ，

$\therefore PM' = PN$ ，即：当  $PM + PN$  最小时， $P$  在  $AC$  的中点，

$\therefore MN = \frac{1}{2}AC$ ， $\therefore PM = PN = 1$ ， $MN = \sqrt{3}$ ，

$\therefore AC = 2\sqrt{3}$ ， $AB = BC = 2PM = 2PN = 2$ ，

$\therefore \triangle ABC$  的周长为： $2 + 2 + 2\sqrt{3} = 4 + 2\sqrt{3}$ 。故答案为 D.



【2.2】（2017 年华附一模）

【答案】B

【解析】如图，连接  $CD$ 。在  $Rt\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 6$ ， $BC = 8$ ，

$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 10$ 。

$\because DE \perp AC$ ， $DF \perp BC$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ，

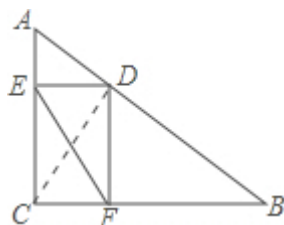
$\therefore$  四边形  $CFDE$  是矩形，

$\therefore EF = CD$ 。

由垂线段最短可得：当  $CD \perp AB$  时，线段  $EF$  的值最小，

此时  $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AC = \frac{1}{2}AB \cdot CD$ ，

即  $\frac{1}{2} \times 8 \times 6 = \frac{1}{2} \times 10 \times CD$ ，解得  $CD = 4.8$ ，故答案为 B.



【例 3】（2017 年从化区一模）

【答案】A

【解析】 $\because \alpha, \beta$  是关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - (2m+3)x + m^2 = 0$  的两个不相等的实数根

$$\therefore \alpha + \beta = 2m + 3, \quad \alpha\beta = m^2$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{2m+3}{m^2} = 1 \text{ 解得 } m = -1, \quad m = 3$$

$$\text{由 } \Delta = [-(2m+3)]^2 - 4m^2 = 12m + 9 > 0 \text{ 得 } m > -\frac{3}{4}, \text{ 故答案为 A.}$$

【3.1】（2016 年中考真题）

【答案】A

【解析】若  $a, b$  是方程  $x^2 - x + \frac{1}{4}m = 0$  ( $m < 1$ ) 的两根, 则  $a + b = 1$ , 由定义新运算可得

$$\text{原式} = b(1-b) - a(1-a)$$

$$= b - b^2 - a + a^2$$

$$= a^2 - b^2 - (a - b)$$

$$= (a - b)(a + b - 1)$$

$$= (a - b)(1 - 1)$$

$$= 0, \text{ 故答案为 A.}$$

【3.2】（2016 年 16 中一模）

【答案】B

【解析】 $\because$  关于  $x$  的方程  $ax^2 - (3a+1)x + 2(a+1) = 0$  有两个不相等的实数根  $x_1, x_2$

$$\therefore \Delta = (3a+1)^2 - 4 \times a \times 2(a+1) = (a-1)^2 > 0 \text{ 解得 } a \neq 1$$

$$\therefore x_1 - x_1x_2 + x_2 = x_1 + x_2 - x_1x_2 = 1 - a, \quad x_1 + x_2 = \frac{3a+1}{a}, \quad x_1x_2 = \frac{2(a+1)}{a}$$

$$\therefore \frac{3a+1}{a} - \frac{2a+2}{a} = 1 - a \text{ 解得 } a_1 = 1, \quad a_2 = -1$$

$$\therefore a \neq 1 \therefore a = -1, \text{ 故答案为 B}$$

\*\*\*\*\*  
【例 4】（2017 年广大附一模）

【答案】B

【解析】① $\because$  抛物线开口向上,  $\therefore a > 0$ ,  $\because$  对称轴在  $y$  轴右侧,  $\therefore a, b$  异号即  $b < 0$ ,

$\because$  抛物线与  $y$  轴的交点在负半轴,  $\therefore c < 0$ ,  $\therefore bc > 0$ , 故①正确.

② $\because a > 0, c < 0$ ,  $\therefore 2a - 3c > 0$ , 故②错误.

③ $\because$  对称轴  $x = -\frac{b}{2a} < 1, a > 0$ ,  $\therefore -b < 2a$ ,  $\therefore 2a + b > 0$ , 故③正确.

④由图形可知二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  与  $x$  轴的两个交点分别在原点的左右两侧, 即方程  $ax^2 + bx + c = 0$  有两个解  $x_1, x_2$ , 当  $x_1 > x_2$  时,  $x_1 > 0, x_2 < 0$ , 故④正确.

⑤由图形可知  $x = 1$  时,  $a + b + c < 0$ , 故⑤错误.

⑥ $\because a > 0$ , 对称轴  $x = 1$ ,  $\therefore$  当  $x > 1$  时,  $y$  随  $x$  增大而增大, 故⑥错误.

综上所述，正确的结论是①③④，共3个，故选：B.

【4.1】（2015年16中一模）

【答案】B

【解析】由图象可得  $a < 0$ ， $b < 0$ ， $c > 0$ ，因为图象与  $x$  轴有两个交点，所以①  $4ac - b^2 < 0$  正确；  
当  $x = -2$  时，其在抛物线上所对应的  $y$  值大于 0，所以②  $4a + c < 2b$  错误；  
根据对称轴用  $b$  来代替  $a$ ，再乘以 2，可得③  $3b + 2c < 0$  正确；  
因为对称轴为  $x = -1$ ，把式子展开添加  $c$ ，④  $m(am + b) + b < a$  ( $m \neq -1$ ) 正确。  
综上所述，正确结论个数共有 3 个，故答案为 B.

【4.2】（2017年省实一模）

【答案】B

【解析】由抛物线开口方向得到  $a < 0$ ，由抛物线的对称轴位置得到  $b > 0$ ，由抛物线与  $y$  轴的交点位置得到  $c > 0$ ，则①  $abc < 0$  结论正确；  
由抛物线与  $x$  轴有 2 个交点，可知  $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ ，故②  $\frac{b^2 - 4ac}{4a} > 0$  结论错误；  
由  $OA = OC$ ， $C(0, c)$  得到  $A(-c, 0)$  把  $A$  点坐标代入解析式可得  $ac^2 + bc + c = 0$ ，则  $ac + b + 1 = 0$ ，故③正确；  
设  $A$ 、 $B$  两点坐标为  $x_1$ 、 $x_2$ ，则  $OA = -x_1$ ， $OB = -x_2$ ， $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$ ，则④  $OA \cdot OB = -\frac{c}{a}$  正确。  
综上，共有 3 个结论正确，故答案为 B.

【4.3】（2016年广雅一模）

【答案】B

【解析】由图象可得  $a < 0$ ， $b < 0$ ， $c > 0$ ，因为图象与  $x$  轴有两个交点，所以①  $b^2 - 4ac > 0$  正确；  
当  $x = -2$  时，其在抛物线上所对应的  $y$  值大于 0，所以②  $4a + c < 2b$  错误；  
因为对称轴为  $x = -1$ ，把式子展开添加  $c$ ，③  $m(am + b) + b < a$  ( $m \neq -1$ ) 正确；  
根据对称轴有  $-\frac{2a}{b} = -1$ ，则  $2a = b$ ， $2a - b = 0$ ，可得④  $2a - b = 0$  正确；  
综上所述，正确结论个数共有 3 个，故答案为 B.

【4.4】（2017年真光一模）

【答案】B

【解析】由图象可得  $a < 0$ ， $b < 0$ ， $c > 0$ ，因为图象与  $x$  轴有两个交点，所以①  $4ac - b^2 < 0$  正确；  
当  $x = -2$  时，其在抛物线上所对应的  $y$  值大于 0，所以②  $4a + c < 2b$  错误；  
根据对称轴用  $b$  来代替  $a$ ，再乘以 2，可得③  $3b + 2c < 0$  正确；  
因为对称轴为  $x = -1$ ，把式子展开添加  $c$ ，④  $m(am + b) + b \leq a$  正确。  
综上所述，正确结论个数共有 3 个，故答案为 B.

【例 5】（2017年16中一模）

【答案】C

【解析】（1） $\because$  四边形  $ABCD$  是正方形，

$$\therefore OB = OC, \angle OBE = \angle OCF = 45^\circ, \angle BOC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BOF + \angle COF = 90^\circ,$$

$$\because \angle EOF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BOF + \angle COE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BOE = \angle COF,$$

在  $\triangle BOE$  和  $\triangle COF$  中,

$$\begin{cases} \angle BOE = \angle COF \\ OB = OC \\ \angle OBE = \angle OCF \end{cases},$$

$$\triangle BOE \cong \triangle COF \text{ (ASA)},$$

$$\therefore OE = OF, BE = CF,$$

$$\therefore EF = \sqrt{2}OE; \text{ 故 (1) 正确.}$$

$$(2) \because S_{\text{四边形}OEBF} = S_{\triangle BOE} + S_{\triangle BOF} = S_{\triangle COF} + S_{\triangle BOF} = \frac{1}{4}S_{\text{正方形}ABCD},$$

$$\therefore S_{\text{四边形}OEBF} : S_{\text{正方形}ABCD} = 1:4; \text{ 故 (2) 正确.}$$

$$(3) \therefore BE + BF = BF + CF = BC = \sqrt{2}OA; \text{ 故 (3) 正确.}$$

(4) 过点  $O$  作  $OH \perp BC$ ,

$$\because BC = 1,$$

$$\therefore OH = \frac{1}{2}, BC = \frac{1}{2},$$

设  $AE = x$ , 则  $BE = CF = 1 - x$ ,  $BF = x$ ,

$$\therefore S_{\triangle BEF} + S_{\triangle COF} = \frac{1}{2}BE \cdot BF + \frac{1}{2}CF \cdot OH = \frac{1}{2}x(1-x) + \frac{1}{2}(1-x) \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}(x - \frac{1}{4})^2 + \frac{9}{32},$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2} < 0,$$

$\therefore$  当  $x = \frac{1}{4}$  时,  $S_{\triangle BEF} + S_{\triangle COF}$  最大, 即在旋转过程中, 当  $\triangle BEF$  与  $\triangle COF$  的面积之和最大时,

$AE = \frac{1}{4}$ , (4) 错误;

(5)  $\because \angle EOG = \angle BOE$ ,  $\angle OEG = \angle OBE = 45^\circ$ ,

$\therefore \triangle OEG \sim \triangle OBE$ ,

$\therefore OE : OB = OG : OE$ ,

$\therefore OG \cdot OB = OE^2$ ,

$\because OB = \frac{1}{2}BD$ ,  $OE = \frac{\sqrt{2}}{2}EF$ ,

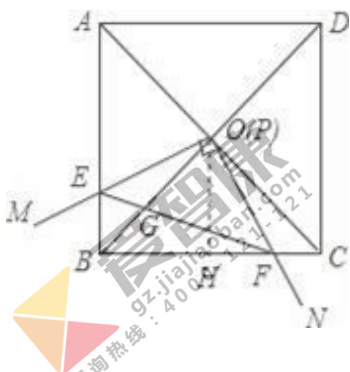
$\therefore OG \cdot BD = EF^2$ ,

$\because$  在  $\triangle BEF$  中,  $EF^2 = BE^2 + BF^2$ ,

$\therefore EF^2 = AE^2 + CF^2$ ,

$\therefore OG \cdot BD = AE^2 + CF^2$ . 故 (5) 正确.

故答案为: A.



【5.1】(2017 年育才中学一模)

【答案】C

【解析】①  $\because BE = BC$ ,  $\therefore \angle QCP = \angle REP$ , 又  $\because \angle PQC = \angle PRE = 90^\circ$ ,

$\therefore \triangle PCQ \sim \triangle PER$ , 故①正确;

② 连接  $BP$ , 过  $C$  作  $CM \perp BD$  于  $M$ .  $\because BE = BC$ ,

$\therefore S_{\triangle BCE} = S_{\triangle BPE} + S_{\triangle BPC}$



$$= BC \times PQ \times \frac{1}{2} + BE \times PR \times \frac{1}{2}$$

$$= BC \times (PQ + PR) \times \frac{1}{2}$$

$$= BE \times CM \times \frac{1}{2},$$

$$\therefore PQ + PR = CM, \because BE = BC = 1,$$

且正方形对角线  $BD = \sqrt{2}$ , 又  $BC = CD$ ,  $CM \perp BD$ ,

$\therefore M$  为  $BD$  中点, 又  $\triangle BDC$  为直角三角形,

$$\therefore CM = \frac{1}{2}BD = \frac{\sqrt{2}}{2}, \therefore PQ + PR = \frac{\sqrt{2}}{2}, \text{ 故②错误.}$$

③在  $\triangle CEF$  中,  $\angle EFC = 90^\circ$ ,

$$EF = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}, CF = CD - DF = 1 - \frac{2 - \sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

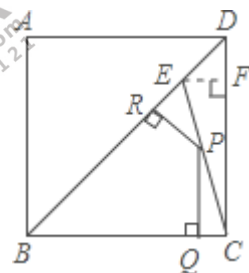
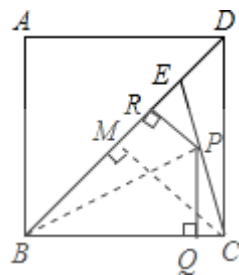
$$\therefore \tan \angle DCE = \frac{EF}{CF} = \sqrt{2} - 1, \text{ 故③正确;}$$

④作  $\triangle DCE$  的边  $DC$  上的高  $EF$

$$\because BE = BC = 1, \therefore DE = BD - BE = \sqrt{2} - 1,$$

$$\because \triangle DEF \text{ 是等腰直角三角形, } \therefore EF = DF = \frac{\sqrt{2}}{2}DE = \frac{2 - \sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore S_{\triangle DCE} = \frac{1}{2}CD \cdot EF = \frac{2 - \sqrt{2}}{4}, \text{ 故④错误; 故答案为 C.}$$



【5.2】(2017 年四中聚贤一模)

【答案】B

【解析】①连接  $PC$ ,  $\because \triangle ABP \cong \triangle CBP \therefore AP = PC$ ,

$\because$  四边形  $PECF$  是矩形,  $\therefore PC = EF \therefore AP = EF$ , 故①正确;

②延长  $AP$  交  $EF$  于点  $N$ ,  $\angle EPN = \angle BAP = \angle PCE = \angle PFE$

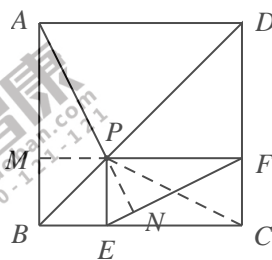
$\because \angle EPN + \angle FPN = 90^\circ \therefore \angle PFE + \angle FPN = 90^\circ \therefore AP \perp EF$ , 故②正确;

③ $\because P$  是动点,  $\therefore \triangle APD$  不一定是等腰三角形, 故③错误;

④ $\because \angle EPN = \angle BAP = \angle PCE = \angle PFE$ , 故④正确;

⑤ $\because \triangle PDF$  是等腰直角三角形,  $\therefore PD = \sqrt{2}EC$ , 故⑤正确

故答案为 B.



【5.3】(2015 年铁一一模)

【答案】D

【解析】 $\because AB$  是  $\odot O$  的直径  $\therefore \angle ADB = 90^\circ \therefore AD \perp BC$  则①正确;

连接  $DO$

$\because D$  为  $BC$  中点,  $O$  为  $AB$  中点  $\therefore OD \parallel AC$  则  $DE \perp OD$ ,  $\therefore DE$  是  $\odot O$  的切线

故④正确;

$$\because \angle ADB = \angle ADO + \angle ODB = 90^\circ, \angle EDA + \angle ADO = 90^\circ$$

$$\therefore \angle EDA = \angle ODB$$



$\because OD = OB \therefore \angle B = \angle ODB \therefore \angle EDA = \angle B$  则②正确;

$\because D$  为  $BC$  中点,  $AD \perp BC \therefore AC = AB = 2OA \therefore OA = \frac{1}{2}AC$ , 则③正确, 故答案为 D.

【5.4】(2016 年广大附一模)

【答案】D

【解析】由图像可知当  $x > 0$  时,  $y_2 > y_1$ , 故①错误; 当  $x < 0$  时,  $x$  值越大,  $M$  值越大, 故②错误;

$\therefore$  抛物线  $y_1 = -2x^2 + 2$ , 直线  $y_2 = 2x + 2$ , 与  $y$  轴交点坐标为  $(0, 2)$

$\therefore$  由图像及题意可得, 当  $x = 0$  时,  $M = 2$ , 抛物线  $y_1 = -2x^2 + 2$  的最大值为 2

$\therefore$  使得  $M$  大于 2 的  $x$  值不存在, ③正确

使得  $M = 1$ , 可能是  $y_1 = -2x^2 + 2 = 1$ , 解得  $x_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $x_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ ,

当  $y_2 = 2x + 2 = 1$ , 解得  $x = -\frac{1}{2}$

$\therefore$  抛物线与  $x$  轴交点坐标为  $(1, 0)$ ,  $(-1, 0)$

$\therefore$  由图像及题意可知, 当  $-1 < x < 0$  时, 对应  $y_1 = M$ ; 当  $x > 0$  时, 对应  $y_2 = M$

$\therefore$  使得  $M = 1$  的  $x$  值是  $-\frac{1}{2}$  或  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  则④正确

故答案为 D.

【例 6】(2017 年白云区一模)

【答案】A

【解析】如图所示: 过  $A$  作  $AE \perp BC$  于  $E$ ,  $AF \perp CD$  于  $F$ , 垂足为  $E, F$ ,

$\therefore \angle AEB = \angle AFD = 90^\circ$ ,  $\because AD \parallel CB$ ,  $AB \parallel CD$ ,

$\therefore$  四边形  $ABCD$  是平行四边形,

$\because$  纸条宽度都为 1,  $\therefore AE = AF = 1$ ,

在  $\triangle ABE$  和  $\triangle ADF$  中,

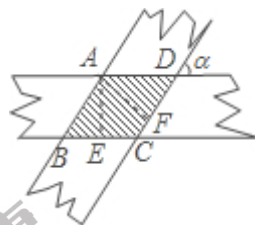
$$\begin{cases} \angle ABE = \angle ADF = \alpha \\ \angle AEB = \angle AFD = 90^\circ \\ AE = AF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ADF$  (AAS),

$\therefore AB = AD$ ,  $\therefore$  四边形  $ABCD$  是菱形,  $\therefore BC = AB$ ,

$\therefore \frac{AE}{AB} = \sin \alpha$ ,  $\therefore BC = AB = \frac{AE}{\sin \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha}$ ,

$\therefore$  重叠部分 (图中阴影部分) 的面积为:  $BC \cdot AE = \frac{1}{\sin \alpha} \times 1 = \frac{1}{\sin \alpha}$ , 故选 A.

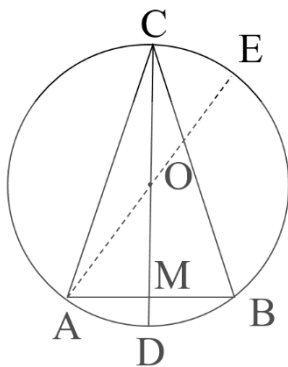


【6.1】(2017 年黄埔区一模)

【答案】C

【解析】连接  $AO$  交  $\odot O$  于点  $E$ , 得  $AE = CD = 15$ ,  $\angle ABE = 90^\circ$ ,  $\angle AEB = \angle ACB$ ,

在  $\text{Rt}\triangle ABE$  中,  $\sin \angle AEB = \frac{AB}{AE} = \frac{3}{5}$ , 解得  $AB = 9$ , 故答案为 C



【6.2】（2016 年二中一模）

【答案】B

【解析】连接  $OA$ 、 $OB$ 、 $OP$ ，延长  $BO$  交  $PA$  的延长线于点  $F$ ，

由切线长定理可得  $CA = CE$ ， $DB = DE$ ， $PA = PB$ ，

$\therefore \triangle PCD$  的周长等于  $3r$ ，

$\therefore PC + PD + CD = PC + CA + PD + DB = PA + PB = 3r$

$$\therefore PA = PB = \frac{3}{2}r$$

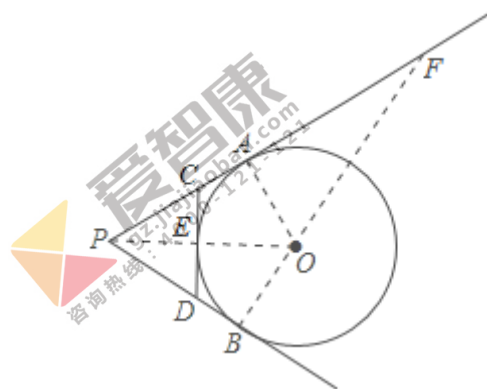
$\therefore \angle AFO = \angle BFP$ ， $\angle OAF = \angle PBF = 30^\circ$

$\therefore \triangle FAO \sim \triangle FBP$

$$\therefore \frac{AO}{BP} = \frac{FO}{FP} = \frac{AF}{BF} = \frac{2}{3}，\text{故 } AF = \frac{2}{3}BF$$

$\therefore FO = BF - OB$ ， $AO^2 + AF^2 = OF^2$

$$\therefore r^2 + \left(\frac{2}{3}BF\right)^2 = (BF - r)^2 \text{ 解得 } BF = \frac{18}{5}r \text{ 即 } \tan \angle APB = \frac{BF}{PB} = \frac{12}{5}$$



【6.3】（2016 年铁一一模）

【答案】D

【解析】延长  $OD$ ， $BC$  交于点  $P$ ，

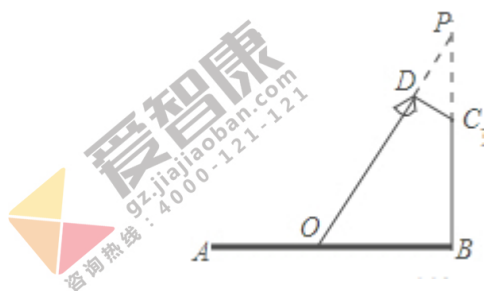
$\therefore \angle ODC = \angle B = 90^\circ$ ， $\angle P = 30^\circ$ ， $OB = 11m$ ， $CD = 2m$

在  $\text{Rt}\triangle CPD$  中  $DP = 2\sqrt{3}m$ ， $PC = \frac{CD}{\sin 30^\circ} = 4m$ ，

$\therefore \angle P = \angle P$ ， $\angle PDC = \angle B = 90^\circ$

$$\therefore \triangle PDC \sim \triangle PBO，\therefore \frac{PD}{PB} = \frac{CD}{OB} \text{ 解得 } PB = 11\sqrt{3}m$$

$\therefore BC = PB - PC = (11\sqrt{3} - 4)m$ ，故答案为 D



【例 7】（2017 年十三中一模）

【答案】D

【解析】 $\therefore OF \perp OM$ ， $DA \perp OM$ ，

$\therefore OF \parallel AD$ ， $\triangle ADM \sim \triangle OFM$ ，

$$\therefore \frac{AM}{AM + OA} = \frac{AD}{OF}，\text{即 } \frac{AM}{20 + AM} = \frac{1.6}{8}，\text{解得 } AM = 5m，$$

同理可得， $\triangle BNE \sim \triangle ONF$ ，

$$\frac{BN}{OA-AB+BN} = \frac{AD}{OF}, \text{ 即 } \frac{BN}{20-12+BN} = \frac{1.6}{8}, \text{ 解得 } BN = 2\text{m},$$

$$\therefore AM - BN = 5 - 2 = 3\text{m},$$

故答案为D.

【7.1】(2017年铁一一模)

【答案】D

【解析】过点A作 $AG \perp BC$ 交BC于点G, 过点E作 $EF \perp BC$ 交BC于点F,

$$\because EF \perp BC, AG \perp BC$$

$$\therefore \angle AGD = \angle EFD = 90^\circ$$

$$\because \angle D = \angle D$$

$$\therefore \triangle DEF \cong \triangle DAG$$

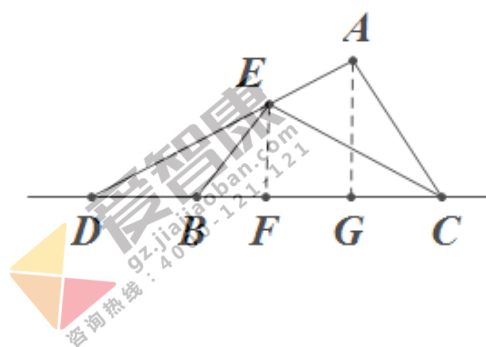
$$\therefore \frac{AG}{EF} = \frac{AD}{AE} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore EF = \frac{2}{3}AG$$

$$\therefore S_{\triangle BCE} = \frac{1}{2}BC \cdot EF = \frac{1}{2}BC \cdot \frac{2}{3}AG = \frac{1}{3}BC \cdot AG$$

$$\because BC、AG \text{ 不变}$$

$$\therefore \triangle BCE \text{ 的面积始终不变}$$



【例8】(2016年番禺区一模)

【答案】C

【解析】根据已知条件, 将 $\triangle ABC$ 绕A点逆时针旋转 $90^\circ$ 得到 $\triangle ADE$ , 则 $\angle EAC = 90^\circ$ ,

所以四边形EACD是直角梯形. 设 $DE = BC = a$ , 则 $AC = AE = 4a$ ,

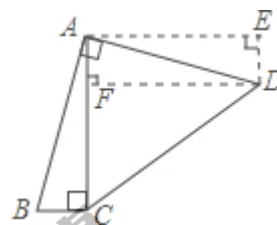
$$\therefore S_{\text{梯形}EACD} = \frac{1}{2}(DE + AC) \cdot AE = \frac{1}{2}(a + 4a) \cdot 4a = 10a^2,$$

过点D作 $DF \perp AC$ 交AC于点F, 则四边形EAFD为矩形,

$$\therefore DF = EA = 4a, CD^2 = CF^2 + DF^2 = (3a)^2 + (4a)^2 = (5a)^2 = x^2,$$

$$\therefore a = \frac{1}{5}x,$$

$$\therefore y = S_{\text{梯形}EACD} = 10 \times \left(\frac{1}{5}x\right)^2 = \frac{2}{5}x^2, \text{ 故答案为C}$$



【8.1】(2017年南沙区一模)

【答案】A

【解析】分点Q在AC上的BC上两种情况进行讨论

$$(1) \text{ 当 } Q \text{ 在 } AC \text{ 上时, } PQ = \sqrt{3}AP = \sqrt{3}x, \text{ 所以 } y = \frac{1}{2}x \cdot \sqrt{3}x = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2$$

$$(2) \text{ 当 } Q \text{ 在 } BC \text{ 上时, } PQ = \sqrt{3}BP = \sqrt{3}(16-x), \text{ 所以 } y = \frac{1}{2}x \cdot \sqrt{3}(16-x) = \frac{\sqrt{3}}{2}(-x^2 + 16x)$$

综上, 答案为A.

【例9】(2016年海珠区一模)

【解析】设平移前抛物线顶点和与y轴的交点分别是P、Q, 平移后抛物线顶点和与y轴的交点分别是

$P'$ 、 $Q'$ ，则阴影部分的面积可化为平行四边形  $PP'Q'Q$  的面积. 由  $y = x^2 - 4x + 3 = (x-2)^2 - 1$  得平移的距离为 1，又因为  $x_p = 2$ ，所以  $S_{\text{平行四边形}PP'Q'Q} = 2 \times 1 = 2$ ，故选 B.

### 【同类型题迁移】

【9.1】（2016 年中大附中一模）

【答案】C

【解析】设  $AM$  与  $BD$  的交点为  $N$ ，则  $\triangle ADN \sim \triangle MBN$ ，

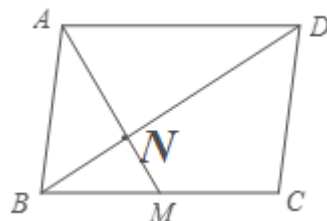
$$\therefore \frac{AN}{MN} = \frac{DN}{BN} = \frac{AD}{BM} = 2,$$

$$\therefore AN = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \times 9 = 6, \quad DN = \frac{2}{3}BD = \frac{2}{3} \times 12 = 8,$$

$$\therefore AN^2 + DN^2 = 6^2 + 8^2 = 10^2 = AD^2,$$

$$\therefore \angle AND = 90^\circ,$$

$$\therefore S_{\text{平行四边形}ABCD} = 2S_{\triangle ABD} = 2 \times \frac{1}{2}BD \cdot AN = 12 \times 6 = 72, \quad \text{故答案为 C.}$$



【9.2】（2015 年广大附一模）

【答案】A

【解析】如图，当圆形纸片运动到与  $\angle A$  的两边相切的位置时，过圆形纸片的圆心  $O_1$  作两边的垂线，垂足分别为  $D$ 、 $E$ ，连接  $AO_1$ ，

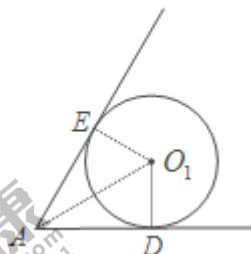
在  $Rt\triangle ADO_1$  中， $\angle O_1AD = 30^\circ$ ， $O_1D = r$ ， $AD = \sqrt{3}r$ .

$$\therefore S_{\triangle ADO_1} = \frac{1}{2}O_1D \cdot AD = \frac{\sqrt{3}}{2}r^2. \quad \text{由 } S_{\text{四边形}ADO_1E} = 2S_{\triangle ADO_1} = \sqrt{3}r^2.$$

$$\therefore \text{由题意, } \angle DO_1E = 120^\circ, \text{ 得 } S_{\text{扇形}O_1DE} = \frac{\pi}{3}r^2$$

$$\therefore \text{圆形纸片不能接触到的面积为 } 3(\sqrt{3}r^2 - \frac{\pi}{3}r^2) = (3\sqrt{3} - \pi)r^2$$

故答案为 A.



【例 10】（2015 年天河区一模）

【答案】A

【解析】连接  $BP$ ，设点  $C$  到  $BE$  的距离为  $h$ ，

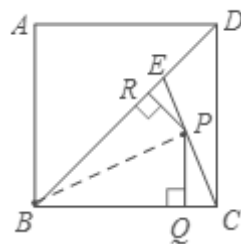
$$\text{则 } S_{\triangle BCE} = \frac{1}{2}BE \cdot h,$$

$$S_{\triangle BCE} = S_{\triangle BEP} + S_{\triangle BCP} = \frac{1}{2}BE \cdot PR + \frac{1}{2}BC \cdot PQ = \frac{1}{2}BE(PR + PQ),$$

$$\therefore h = PQ + PR,$$

$$\therefore h = \frac{1}{2}AC = \frac{\sqrt{2}}{2}AB = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 4 = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore PR + PQ = 2\sqrt{2}, \quad \text{故答案为 A.}$$



【10.1】（2015 年从化区一模）

【答案】D

【解析】由题意  $S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} AB \cdot DE = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9$ ,

$$\therefore S_{\triangle ACD} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle ABD} = 15 - 9 = 6$$

过点  $D$  作  $DF \perp AC$  交  $AC$  于点  $F$ ,

$$\because AD \text{ 平分 } \angle BAC, \therefore DF = DE = 3, \text{ 则 } AC = \frac{2S_{\triangle ACD}}{DF} = \frac{2 \times 6}{3} = 4,$$

故答案为 D.

### 第 15 题答案

【例 1】【答案】 $(2a-b+2c)(2a+b-2c)$

【解析】原式  $= (2a)^2 - (b^2 + 4c^2 - 4bc)$   
 $= (2a)^2 - (b-2c)^2 = (2a-b+2c)(2a+b-2c)$ .  
故答案为:  $(2a-b+2c)(2a+b-2c)$

【同类题型迁移】

【1.1】【答案】 $x(y-2)^2$

【解析】原式  $= x(y^2 - 4y + 4)$   
 $= x(y-2)^2$   
故答案为:  $x(y-2)^2$

【例 2】【答案】 $\frac{3}{2}$

【解析】 $\because$  方程  $x^2 - 2(1-m)x + m^2 = 0$  的两实数根,

$$\therefore \Delta = [-2(1-m)]^2 - 4 \times 1 \times m^2 = 4 - 8m \geq 0, \text{ 解得: } m \leq \frac{1}{2}.$$

由韦达定理得:  $x_1 + x_2 = 2(1-m)$ ,  $x_1 x_2 = m^2$ ,

$$\therefore y = x_1 + x_2 + 2x_1 x_2$$

$$= 2(1-m) + 2m^2$$

$$= 2m^2 - 2m + 2$$

$$= 2(m^2 - m + \frac{1}{4}) + 2 - 2 \times \frac{1}{4}$$

$$= 2(m - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{2},$$

根据二次函数增减性得: 当  $m = \frac{1}{2}$  时,  $y$  取得最小值, 最小值为  $\frac{3}{2}$ .

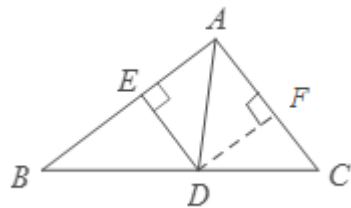
【同类题型迁移】

【2.1】【2017 海珠区一模】【答案】1

【解析】 $\because$  一元二次方程  $ax^2 + bx + 1 = 0$  有两个相同的实数根,

$$\therefore \Delta = b^2 - 4 \times a \times 1 = 0,$$

$$\therefore b^2 = 4a \text{ 且 } a \neq 0.$$



把  $b^2 = 4a$  代入  $a^2 - b^2 + 5$  得:  $a^2 + 4a + 5$ ,

求  $a^2 + 4a + 5$  的最小值得: 当  $a = -2$  时, 有最小值为 1.

【2015 省实一模】【答案】-4

【解析】 $\because m, n$  是关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 3x + a = 0$  的两个解

且  $(m-1)(n-1) = mn - m - n + 1 = mn - (m+n) + 1 = -6$

韦达定理:  $m+n=3, mn=a$ .

$\therefore a - 3 + 1 = -6$ ,

$\therefore a = -4$ .

【例 3】【答案】-1

【解析】根据  $a \oplus b = a(a-b) + 1$ , 得  $3 \oplus x = 3(3-x) + 1 = 13$ ,

$\therefore$  解得  $a = -1$ .

【同类题型迁移】

【3.1】【答案】对应文字横坐标加 1, 纵坐标加 2; 祝你成功

【解析】 $\because$  已破译出“今天考试”的真实意思是“努力发挥”; “今”所处的位置为  $(x, y)$ , 所对应的文字的位置是  $(x+1, y+2)$ ,

$\therefore$  找到的密码钥匙是: 对应文字横坐标加 1, 纵坐标加 2,

$\therefore$  “正”的位置为  $(4, 2)$  对应字母位置是  $(5, 4)$  即为“祝”,

“做”的位置为  $(5, 6)$  对应字母位置是  $(6, 8)$  即为“你”,

“数”的位置为  $(7, 2)$  对应字母位置是  $(8, 4)$  即为“成”,

“学”的位置为  $(2, 4)$  对应字母位置是  $(3, 6)$  即为“功”,

$\therefore$  “正做数学”的真实意思是: 祝你成功.

故答案为: 对应文字横坐标加 1, 纵坐标加 2, 祝你成功.

【例 4】【答案】 $(60 + 20\sqrt{3})m$

【解析】由题意可知:

$\angle ACP = \angle BCP = 90^\circ, \angle APC = 30^\circ, \angle BPC = 45^\circ$ ,

在  $Rt\triangle BPC$  中,

$\because \angle BCP = 90^\circ, \angle B = \angle BPC = 45^\circ$ ,

$\therefore BC = PC = 60$ ,

在  $Rt\triangle ACP$  中,

$\because \angle ACP = 90^\circ, \angle APC = 30^\circ, \tan 30^\circ = \frac{AC}{PC}$ ,

$AC = PC \cdot \tan 30^\circ = \tan 30^\circ \times 60 = 60 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 20\sqrt{3}m$ ,

$\therefore AB = AC + BC = (60 + 20\sqrt{3})m$ .

【同类题型迁移】

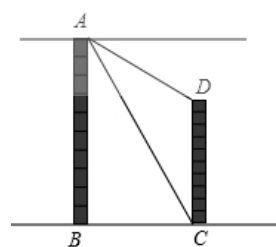
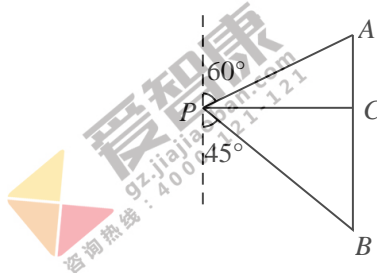
【4.1】【2016 海珠区一模题 15】【答案】 $16\sqrt{3}$

【解析】延长  $CD$ , 使  $CE$  垂直  $AE$ ,

由题意得  $CD = 24m$ ,

$\therefore AC = 48m, CE = 24\sqrt{3}m, DE = 8\sqrt{3}m$ ,

|   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 过 | 承 | 下 | 合 | 程 | 你 | 挥 | 律 |
| 复 | 发 | 巩 | 习 | 拓 | 思 | 规 | 注 |
| 专 | 广 | 功 | 探 | 做 | 试 | 基 | 础 |
| 考 | 肃 | 国 | 阅 | 与 | 尝 | 观 | 用 |
| 严 | 学 | 素 | 努 | 祝 | 聪 | 察 | 成 |
| 纪 | 风 | 固 | 端 | 技 | 力 | 肩 | 猜 |
| 向 | 验 | 今 | 正 | 术 | 明 | 数 | 迈 |
| 综 | 信 | 息 | 运 | 天 | 才 | 智 | 步 |



$$\therefore CD = CE - DE = 24\sqrt{3} - 8\sqrt{3} = 16\sqrt{3}\text{m}$$

【4.2】【2017 越秀广大附一模 15】【答案】 $(600\sqrt{3} - 250)$

【解析】 $\because BE:AE = 5:12$ ,

$$\therefore BE:AE:AB = 5:12:13,$$

$$\because AB = 1300 \text{ 米}, \therefore AE = 1200 \text{ 米}, BE = 500 \text{ 米},$$

设  $EC = x$  米,  $\because \angle DBF = 60^\circ$ ,

$$\therefore DF = \sqrt{3}x \text{ 米}. \text{ 又 } \because \angle DAC = 30^\circ,$$

$$\therefore AC = \sqrt{3}CD. \text{ 即: } 1200 + x = (500 + \sqrt{3}x),$$

$$\text{解得 } x = 600 - 250\sqrt{3},$$

$$\therefore DF = \sqrt{3}x = 600\sqrt{3} - 750,$$

$$\therefore CD = DF + CF = 600\sqrt{3} - 250 \text{ (米)}.$$

答: 山高  $CD$  为  $(600\sqrt{3} - 250)$  米.

【例 5】【答案】 $\frac{3}{5}$

【解析】作  $AD \perp BC$  交  $BC$  于点  $D$ ,

$$\text{由勾股定理可得: } BC = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2},$$

$$\triangle ABC \text{ 的面积为: } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times 4 = \frac{1}{2} \times BC \times AD,$$

$$\text{则: } 6 = 2\sqrt{2}AD, \text{ 解得: } AD = \frac{3\sqrt{2}}{2},$$

$$\text{在 Rt}\triangle ACD \text{ 中, } CD = \sqrt{AC^2 - AD^2} = \sqrt{(\sqrt{17})^2 - \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{5\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore \tan \angle ACB = \frac{AD}{CD} = \frac{\frac{3\sqrt{2}}{2}}{\frac{5\sqrt{2}}{2}} = \frac{3}{5}.$$

【5.1】【2017 真光中学一模 15】【答案】 $\frac{2\sqrt{13}}{13}$ .

【解析】在  $\text{Rt}\triangle ACD$  中,  $\sin \angle CAB = \frac{CD}{AC} = \frac{2}{\sqrt{13}} = \frac{2\sqrt{13}}{13}$ .

【例 6】【答案】 $12\sqrt{3} + 36$

【解析】正六边形的面积为:  $6 \times \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{3} = 6\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$

六棱柱的侧面积为:  $6 \times 2 \times 3 = 36 \text{ (cm}^2\text{)}$

$$\therefore \text{它的表面积是 } 2 \times 6\sqrt{3} + 36 = 12\sqrt{3} + 36 \text{ (cm}^2\text{)}$$

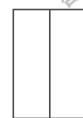
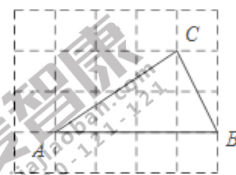
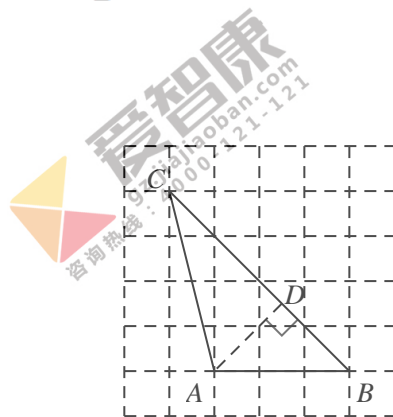
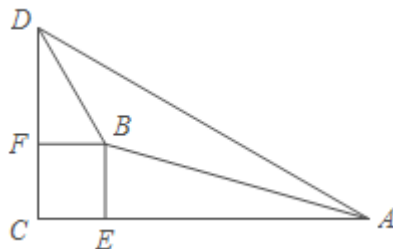
故答案为  $12\sqrt{3} + 36$ .

【同类题型迁移】

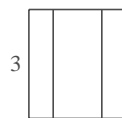
【6.1】【答案】 $24\pi$

【解析】 $\because$  如图所示可知, 圆锥的高为 4, 底面圆的直径为 6,

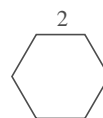
$\therefore$  圆锥的母线为 5:



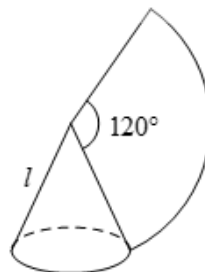
左视图



主视图



俯视图





∴根据圆锥的侧面积公式： $\pi rl = \pi \times 3 \times 5 = 15\pi$ ，

底面圆的面积为： $\pi r^2 = 9\pi$ ，

∴该几何体的表面积为 $24\pi$ 。

【6.2】【2017 中考题 15】【答案】 $3\sqrt{5}$

【解析】∵圆锥的底面圆的半径是 $\sqrt{5}$ ，

∴底面圆的周长为 $=2\pi r = 2\sqrt{5}\pi$ ，

∴圆锥侧面扇形的弧长等于底面圆的周长，

$$\therefore \frac{n\pi l}{180^\circ} = \frac{120^\circ \pi l}{180^\circ} = 2\sqrt{5}\pi,$$

解得： $l = 3\sqrt{5}$ ，

故答案填 $3\sqrt{5}$ 。

【6.3】【2016 铁一一模题 15】【答案】9

【解析】根据投影视图可得，

【6.4】【2017 南沙区一模题 15】【答案】3cm

【解析】根据弧长公式： $\frac{n\pi l}{180^\circ} = \frac{6 \times 180^\circ \pi}{180^\circ} = 6\pi$ ，

底面周长公式： $2\pi r = 6\pi$ ，

∴ $r = 3\text{cm}$ 。

【6.5】【2016 中考题 15】【答案】 $8\pi$

【解析】弦 $AB$ 为小圆的切线，点 $P$ 为切点，

故 $OP \perp AB$ ， $AP = BP = \frac{1}{2}AB = 6\sqrt{3}$ ，

在 $\text{Rt}\triangle AOP$ 中， $\tan \angle AOP = \frac{AP}{OP} = \sqrt{3}$ ，

$\angle AOP = 60^\circ$ ， $OA = 12$ ，则 $\angle AOB = 120^\circ$

$$l_{AB} = \frac{n\pi r}{180} = \frac{120 \times \pi \times 12}{180} = 8\pi.$$

【例 7】【答案】 $y = -(x-1)^2 + 3 = -x^2 + 2x + 2$

【解析】向右平移向右平移 1 个单位即为 $y = -(x-1)^2$ ，向上平移 3 个单位即为 $y = -(x-1)^2 + 3$ 。

【同类题型迁移】

【7.1】【2016 番禺区一模题 15】【答案】 $y = -(x+1)^2 + 3$

【解析】 $y = -x^2$ 向左平移 1 个单位，即得 $y = -(x+1)^2$ ，然后向上平移 3 个单位，得 $y = -(x+1)^2 + 3$ 。

【例 8】【答案】 $\frac{487}{4}$

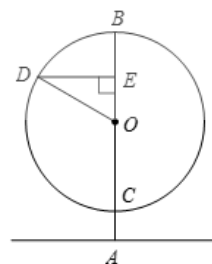
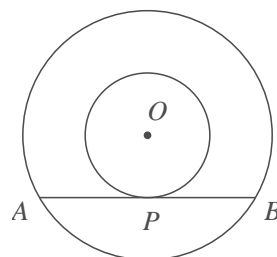
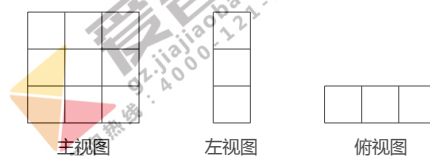
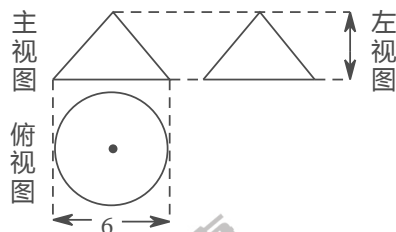
【解析】如图所示，由题意，可得摩天轮旋转了 $\frac{20}{30} \times 360^\circ = 240^\circ$ ，

即 $\angle COD = 360^\circ - 240^\circ = 120^\circ$ ，

∴ $AB = 160\text{m}$ ， $BC = 153\text{m}$ ，

∴ $AC = 7\text{m}$ ， $OC = OB = OD = \frac{153}{2}\text{m}$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ODE$ 中， $\angle DOE = 60^\circ$ ，





$$\therefore OE = OD \cdot \cos \angle DOE = \frac{153}{4} \text{ m},$$

$$\therefore AE = AC + OC + OE = 7 + \frac{153}{2} + \frac{153}{4} = \frac{487}{4} \text{ m}$$

【同类题型迁移】

【8.1】【2017 越秀育才中学一模题 15】

【答案】  $\frac{\sqrt{5}}{3}$

【解析】作  $OM \perp AB$  于  $M$ ，如图所示：

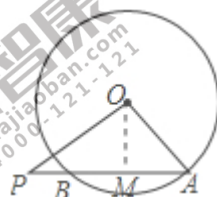
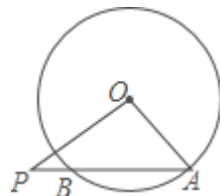
$$\text{则 } AM = BM = \frac{1}{2} AB = 4 \text{ cm},$$

$$\therefore OM = \sqrt{OA^2 - AM^2} = \sqrt{6^2 - 4^2} = 2\sqrt{5} (\text{cm}),$$

$$\therefore PM = PB + BM = 6 \text{ cm},$$

$$\therefore \tan \angle OPA = \frac{OM}{PM} = \frac{2\sqrt{5}}{6} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

故答案为  $\frac{\sqrt{5}}{3}$ 。



【8.2】【2017 海珠区一模题 15】【答案】 9

【解析】 $\because AB$  是圆  $O$  的直径，

$\therefore \triangle ABC$  是直角三角形，

$\because AC = 8, BC = 6,$

$\therefore AB = 10,$

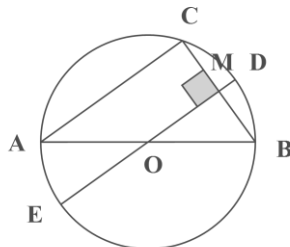
$\because$  直径  $DE \perp BC$  于点  $M,$

由垂径定理可得， $M$  是  $BC$  的中点，

$\therefore OM$  是  $\triangle ABC$  的中位线，

$$\therefore OM = \frac{1}{2} AC = 4,$$

$$\therefore EM = OE + OM = 5 + 4 = 9.$$



## 第16题

【例1】【答案】 $(-1,0)$ ;  $(1,4)$   $(0,3)$ ,

【解析】 $y=kx+k=k(x+1)$ , 因为直线过定点, 即无论  $k$  为何值直线都经过这个定点, 所以  $x+1=0$ , 即  $x=-1$ , 当  $x=-1$  时  $y=-k+k=0$ , 所以直线恒过定点  $(-1,0)$ .

$y=ax^2-(a-1)x+3=a(x^2-x)+x+3$ , 令  $x^2-x=0$ , 即  $x(x-1)=0$ , 所以  $x=0$  或  $x=1$ .

当  $x=1$  时  $y=x+3=1+3=4$ ; 当  $x=0$  时  $y=x+3=0+3=3$ .

$\therefore y=ax^2-(a-1)x+3$  恒过定点  $(1,4)$   $(0,3)$ .

【同类题型迁移】

【1.1】【答案】(1)  $m \neq 0$  且  $m \neq \frac{1}{4}$ .

(2)  $P(3,4)$

(3) 当  $m=8$  时, 有最大面积  $S_{\triangle ABP} = \frac{31}{4}$

【解析】(1) 当  $m=0$  时, 函数为一次函数, 与  $x$  轴只有一个交点, 不符合条件, 舍去

当  $m \neq 0$  时, 若函数与  $x$  轴交于不同两点, 即方程  $mx^2+(1-2m)x+1-3m=0$  有两个不相等实数解,

$\therefore \Delta = (1-2m)^2 - 4m(1-3m) = 1-8m+16m^2 = (1-4m)^2 > 0$

$\therefore 1-4m \neq 0, \therefore m \neq \frac{1}{4}$

综上,  $m$  的取值范围为:  $m \neq 0$  且  $m \neq \frac{1}{4}$ .

(2)  $y=mx^2+(1-2m)x+1-3m$ , 分离参数  $m$  得:

$y=m(x^2-2x-3)+x+1$ , 抛物线过定点说明在这一点  $y$  与  $m$  无关

显然当  $x^2-2x-3=0$  时,  $y$  与  $m$  无关, 解得此时

$x_1=3, x_2=-1$

当  $x_1=3$  时,  $y=4$ , 定点坐标  $(3,4)$

当  $x_2=-1$  时,  $y=0$ , 定点坐标为  $(-1,0)$

由于  $P$  不在坐标轴上, 故  $P(3,4)$

$$\begin{aligned} (3) |AB| &= |x_A - x_B| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{(1-2m)^2 - 4m(1-3m)}}{|m|} = \sqrt{\frac{1-4m+4m^2-4m+12m^2}{m^2}} \\ &= \sqrt{\frac{1-8m+16m^2}{m^2}} = \sqrt{\frac{(1-4m)^2}{m^2}} = \left| \frac{1-4m}{m} \right| = \left| \frac{1}{m} - 4 \right| \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{1}{4} < m \leq 8, \therefore \frac{1}{8} \leq \frac{1}{m} < 4, \therefore -\frac{31}{8} \leq \frac{1}{m} - 4 < 0, \therefore 0 < \left| \frac{1}{m} - 4 \right| \leq \frac{31}{8}$$

$\therefore |AB|$  最大时,  $\left| \frac{1}{m} - 4 \right| = \frac{31}{8}$ , 解得,  $m=8$  或  $m=\frac{8}{63}$  (舍去)

∴当  $m=8$  时,  $|AB|$  有最大值  $\frac{31}{8}$ , 此时  $S_{\triangle ABP}$  最大; 没有最小值.

$$\text{则面积最大为: } S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2}|AB| \cdot y_p = \frac{1}{2} \times \frac{31}{8} \times 4 = \frac{31}{4}$$

【例 2】【2017 华师附中一模题 16】【答案】  $\frac{\sqrt{3}}{2^n}$

【解析】∵  $OB = \sqrt{3}$ ,  $OC = 1$ ,

$$\therefore \tan \angle OBC = \frac{OC}{OB} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \angle OBC = 30^\circ, \angle OCB = 60^\circ$$

而  $\triangle AA_1B_1$  为等边三角形,  $\angle A_1AB_1 = 60^\circ$ ,

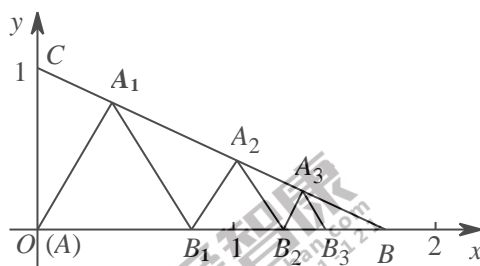
$$\therefore \angle COA_1 = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle CA_1O = 180^\circ - 30^\circ - 60^\circ = 90^\circ$$

$$\text{在 Rt}\triangle CAA_1 \text{ 中, } AA_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}OC = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\text{同理得: } B_1A_2 = \frac{1}{2}A_1B_1 = \frac{\sqrt{3}}{2^2},$$

依此类推, 第  $n$  个等边三角形的边长等于  $\frac{\sqrt{3}}{2^n}$ .



【同类题型迁移】

【2.1】【2016 二中一模】【答案】  $(-\sqrt{3} \cdot 4^{n-1}, 4^n)$

【解析】∵直线  $l$  经过原点, 且与  $y$  轴正半轴所夹的锐角为  $60^\circ$ ,

$$\therefore \text{直线 } l \text{ 的解析式为 } y = \frac{\sqrt{3}}{3}x.$$

∵  $AB \perp y$  轴, 点  $A(0,1)$ ,

∴可设  $B$  点坐标为  $(x,1)$ ,

$$\text{将 } B(x,1) \text{ 代入 } y = \frac{\sqrt{3}}{3}x, \text{ 得 } 1 = \frac{\sqrt{3}}{3}x, \text{ 得出 } x = \sqrt{3},$$

$$\therefore B \text{ 点坐标为 } (\sqrt{3}, 1), AB = \sqrt{3}.$$

在  $\text{Rt}\triangle A_1AB$  中,  $\angle AA_1B = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ ,

$$\angle A_1AB = 90^\circ,$$

$$\therefore AA_1 = \sqrt{3}AB = 3,$$

$$OA_1 = OA + AA_1 = 1 + 3 = 4,$$

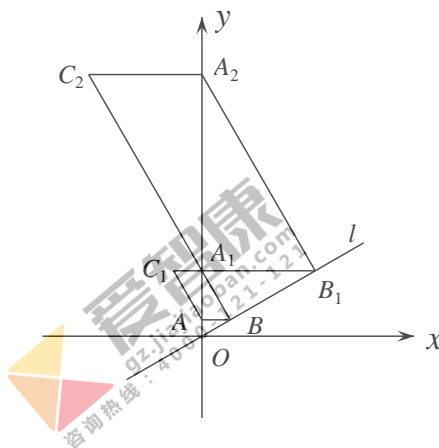
∵平行四边形  $ABA_1C_1$  中,  $A_1C_1 = AB = \sqrt{3}$ ,

$$\therefore C_1 \text{ 点的坐标为 } (-\sqrt{3}, 4), \text{ 即 } (-\sqrt{3} \cdot 4^0, 4^1);$$

$$\text{由 } \frac{\sqrt{3}}{3}x = 4, \text{ 得出 } x = 4\sqrt{3},$$

$$\therefore B_1 \text{ 点坐标为 } (4\sqrt{3}, 4), A_1B_1 = 4\sqrt{3}.$$

在  $\text{Rt}\triangle A_2A_1B_1$  中,  $\angle A_1A_2B_1 = 30^\circ$ ,



$$\angle A_2 A_1 B_1 = 90^\circ,$$

$$\therefore A_1 A_2 = \sqrt{3} A_1 B_1 = 12,$$

$$OA_2 = OA_1 + A_1 A_2 = 4 + 12 = 16,$$

$$\because \text{平行四边形 } A_1 B_1 A_2 C_2 \text{ 中, } A_2 C_2 = A_1 B_1 = 4\sqrt{3},$$

$$\therefore C_2 \text{ 点的坐标为 } (-4\sqrt{3}, 16), \text{ 即 } (-\sqrt{3} \cdot 4^1, 4^2);$$

$$\text{同理, 可得 } C_3 \text{ 点的坐标为 } (-16\sqrt{3}, 64), \text{ 即 } (-\sqrt{3} \cdot 4^2, 4^3);$$

$$\text{以此类推, 则 } C_n \text{ 点的坐标为 } (-\sqrt{3} \cdot 4^{n-1}, 4^n).$$

【2.2】【2017 真光中学一模】【答案】 $(3^{1009}, 0)$

【解析】 $\because B(-1, 0)$ 、 $A(0, \sqrt{3})$ ,

$\therefore$  在  $\text{Rt}\triangle ABO$  中,

$$\tan \angle BAO = \frac{OB}{AO} = \frac{1}{\sqrt{3}},$$

又  $\because A_1 A \perp AB$ ,

$$\therefore \angle BOA + \angle OAA_1 = \angle AA_1 O + \angle OAA_1 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAO = \angle AA_1 O,$$

$$\therefore \text{在 } \text{Rt}\triangle AOA_1 \text{ 中, } \tan \angle AA_1 O = \frac{AO}{OA_1} = \frac{1}{\sqrt{3}},$$

$$\text{即 } \frac{\sqrt{3}}{OA_1} = \frac{1}{\sqrt{3}}, \text{ 解得 } OA_1 = 3,$$

$$\therefore \text{点 } A_1 \text{ 的坐标为 } A_1(3, 0),$$

$$\text{同理可得 } A_2(0, -3\sqrt{3}), A_3(-9, 0),$$

由规律可得:  $A_{2017}$  的坐标落在  $x$  轴的正半轴,

$$A_{2017} \text{ 的横坐标为: } (\sqrt{3})^{2018} = 3^{1009},$$

$$\therefore A_{2017} \text{ 的坐标是 } (3^{1009}, 0).$$

【例 3】【答案】 $11n + 6$

【解析】第一顶帐篷用钢管数为 17 根;

串二顶帐篷用钢管数为  $17 + 11 \times 1 = 28$  根;

串三顶帐篷用钢管数为  $17 + 11 \times 2 = 39$  根;

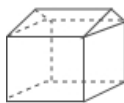
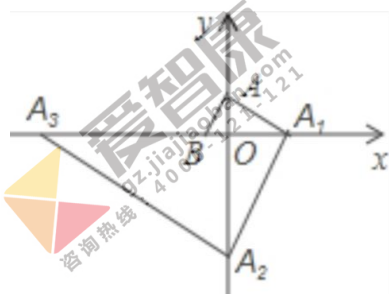
以此类推, 串  $n$  顶帐篷用钢管数为  $17 + 11(n-1) = 11n + 6$  根,  
故答案为  $11n + 6$ .

【3.1】【2015 海珠实验中学一模题】【答案】 $n(n+2)$

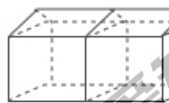
【解析】第一个图形是三角形, 第二个图形是四边形, 第三个是五边形, 第四个是六边形,

所以, 第  $n$  个图形就是  $n+2$  边形. 在每个顶点放

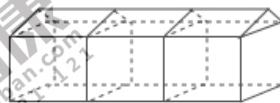
黑丝的棋子, 就有  $n+2$  个, 再在每条边上放上  $n-1$  个, 所以, 总共有  $n+2 + (n+2)(n-1) = n(n+2)$ .



图①



图②



图③



...

【例 4】【答案】  $-3\sqrt{3}$

【解析】  $\because$  双曲线  $y = \frac{\sqrt{3}}{x}$  的图象关于原点对称，

$\therefore$  点  $A$  与点  $B$  关于原点对称，

$\therefore OA = OB$ ，

连接  $OC$ ，如图所示，

$\because \triangle ABC$  是等边三角形， $OA = OB$ ，

$\therefore OC \perp AB$ ， $\angle BAC = 60^\circ$ ，

$\therefore \tan \angle OAC = \frac{OC}{OA} = \sqrt{3}$ ，

$\therefore OC = \sqrt{3}OA$ ，

过点  $A$  作  $AE \perp y$  轴，垂足为  $E$ ，过点  $C$  作  $CF \perp y$  轴，垂足为  $F$ ，

$\because AE \perp OE$ ， $CF \perp OF$ ， $OC \perp OA$ ，

$\therefore \angle AEO = \angle OFC$ ， $\angle AOE = 90^\circ - \angle FOC = \angle OCF$ ，

$\therefore \triangle OFC \sim \triangle AEO$ ，相似比  $\frac{OC}{OA} = \sqrt{3}$ ，面积比  $\frac{S_{\triangle OFC}}{S_{\triangle AEO}} = 3$ ，

$\because$  点  $A$  是双曲线  $y = \frac{\sqrt{3}}{x}$  在第一象限分支上的一个动点，设点  $A$  坐标为  $(a, b)$ ，

$\therefore S_{\triangle AEO} = \frac{1}{2}ab = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，

$\therefore S_{\triangle OFC} = \frac{1}{2}FC \cdot OF = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ ，

$\therefore$  设点  $C$  坐标为  $(x, y)$ ，

$\because$  点  $C$  在双曲线  $y = \frac{k}{x}$  上，

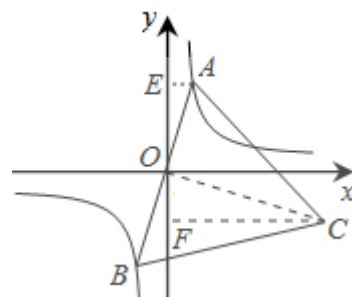
$\therefore k = xy$ ，

$\because$  点  $C$  在第四象限，

$\therefore FC = x$ ， $OF = -y$ ，

$\therefore FC \cdot OF = x \cdot (-y) = -xy = -3\sqrt{3}$ 。

故答案为： $-3\sqrt{3}$ 。



【4.1】【2017 十六中一模】【答案】  $(\frac{1}{3}, 3)$

【解析】点  $A$  在反比例函数  $y = \frac{1}{x}$  的图像上，设  $A$  点坐标为  $(\frac{1}{a}, a)$ ，

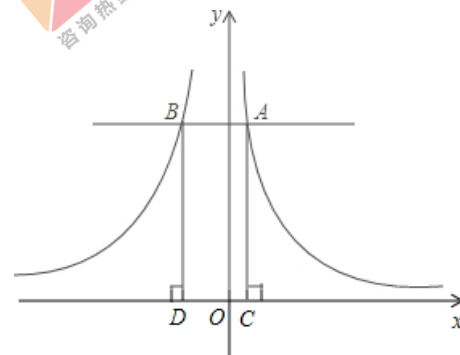
$\because AB$  平行于  $x$  轴，

$\therefore$  点  $B$  的纵坐标为  $\frac{1}{a}$ ，而点  $B$  在反比例函数  $y = -\frac{2}{x}$  图像上，

$\therefore B$  点的横坐标  $(-2a, \frac{1}{a})$ ，

$\therefore AB = a - (-2a) = 3a$ ， $AC = \frac{1}{a}$ ，

$\because$  四边形  $ABCD$  的周长为 8，而四边形  $ABCD$  为矩形，



$\therefore AB+AC=4$ ，即  $3a+\frac{1}{a}=4$ ，整理得  $3a^2-4a+1=0$ ， $(3a-1)(a-1)=0$ ，

$\therefore a_1=\frac{1}{3}$ ， $a_2=1$ ，而  $AB<AC$ ，

$\therefore a=\frac{1}{3}$ ，

$\therefore A$  点的坐标为  $(\frac{1}{3}, 3)$ ，故答案是  $(\frac{1}{3}, 3)$ 。

【4.2】【2017 铁一中学一模 16】【答案】 $\frac{9}{4}$

【解析】依题意得，设  $A$  点的纵坐标为  $(x, x+1)$ ，

则  $B$  点坐标为  $(\frac{2}{x+1}, x+1)$ ， $(-1 < x < 1)$ 。

$\therefore S_{\text{矩形}ABCD} = (\frac{2}{x+1} - x)(x+1) = -(x + \frac{1}{2})^2 + \frac{9}{4}$

$\therefore$  当  $x = -\frac{1}{2}$  时，矩形  $ABCD$  面积的最大值为  $\frac{9}{4}$ 。

【4.3】【2016 番禺区一模 16】【答案】 $y = \frac{8}{x}$

【解析】解： $\because B(8, 4)$ ，

$\therefore OA=8$ ， $AB=OC=4$ ，

$\therefore A'O=OA=8$ ， $A'B'=AB=4$ 。

$\tan \angle COD = \frac{CD}{OC} = \frac{A'B'}{A'O}$ ，即  $\frac{CD}{4} = \frac{4}{8}$ ，

解得  $CD=2$ ，

$\therefore$  点  $D$  的坐标为  $(2, 4)$ ，

设经过点  $D$  的反比例函数解析式为  $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ ，

则  $\frac{k}{2} = 4$ ，

解得  $k=8$ ，

所以，经过点  $D$  的反比例函数解析式为  $y = \frac{8}{x}$ 。

$\therefore$  答案为  $y = \frac{8}{x}$

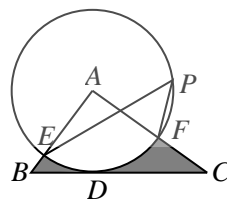
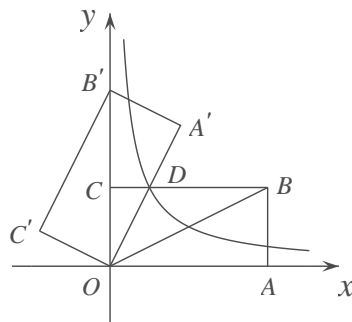
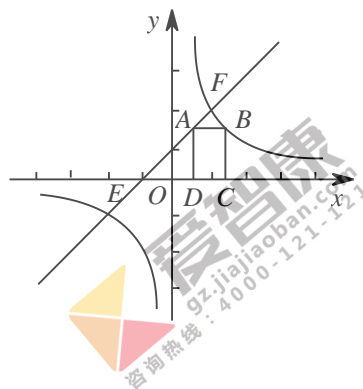
【例 5】【答案】 $4 - \frac{8}{9}\pi$

【解析】连接  $AD$ ， $\because BC$  是切线，点  $D$  是切点，

$\therefore AD \perp BC$ ，

又  $\because \angle EAF = 2\angle EPF = 80^\circ$ ，

$\therefore S_{\text{扇形}} = \frac{80\pi \times 2^2}{360} = \frac{8}{9}\pi$ ，



$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AD \cdot BC = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4,$$

$$\therefore S_{\text{阴影部分}} = S_{\triangle ABC} - S_{\text{扇形AEF}} = 4 - \frac{8}{9}\pi.$$

【5.1】【2015 二中一模题 15】【答案】 $\frac{\pi}{4}$

【解析】 $\because \triangle ABC$  是等腰直角三角形， $AB=2$ ，

$$\therefore \angle BAC = 45^\circ, AC = \frac{\sqrt{2}}{2} AB = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 2 = \sqrt{2},$$

$\because \triangle ABC$  绕点  $A$  按顺时针方向旋转  $45^\circ$  后得到  $\triangle AB'C'$ ，

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle AB'C'$ ，

$$\therefore S_{\text{阴影面积}} = S_{\text{扇形BAB'}} + S_{\triangle AB'C'} - S_{\triangle ABC} - S_{\text{扇形CAC'}} = S_{\text{扇形BAB'}} - S_{\text{扇形CAC'}}，$$

$$\therefore \text{阴影部分的面积为: } \frac{45 \cdot \pi \times 2^2}{360} - \frac{45 \cdot \pi \times (\sqrt{2})^2}{360} = \frac{\pi}{4}.$$

【例 6】【答案】③⑤

【解析】①由图象可知，图象开口向下， $a < 0$ ；

对称轴在  $y$  轴的右侧， $a$ 、 $b$  异号，则  $b > 0$ ；

抛物线与  $y$  轴的交点在  $x$  轴的上方， $c > 0$ ，

则  $abc < 0$ ，所以①不正确；

②当  $x = -1$  时图象在  $x$  轴下方，

则  $y = a - b + c < 0$ ，即  $a + c < b$ ，所以②不正确；

③对称轴为直线  $x = 1$ ，

则  $x = 2$  时图象在  $x$  轴上方，则  $y = 4a + 2b + c > 0$ ，所以③正确；

④由图象可知，当  $y < 0$ ，

需求出抛物线与  $x$  轴的具体坐标，

现在并不能求出具体数字，所以④不正确；

⑤开口向下，当  $x = 1$ ， $y$  有最大值  $a + b + c$ ；

当  $x = m (m \neq 1)$  时， $y = am^2 + bm + c$ ，

则  $a + b + c > am^2 + bm + c$ ，

即  $a + b > m(am + b) (m \neq 1)$ ，所以⑤正确。

故答案为③⑤。

【6.1】【2017 第十三中学一模 16】【答案】②④⑤

【解析】由二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  的图像可知， $a < 0$ ， $b > 0$ ， $c > 0$ ， $\therefore abc < 0$ ，①是错误的；

$\because$  二次函数的图像与  $x$  的交点是  $x_1 = -1$ ， $x_2 = 3$ ，

$\therefore ax^2 + bx + c = 0$  的两个根是  $x_1 = -1$ ， $x_2 = 3$ ，②是正确的；

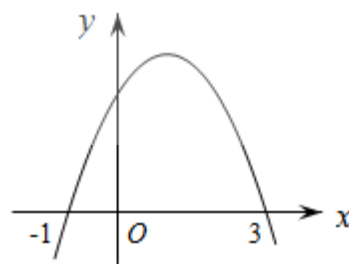
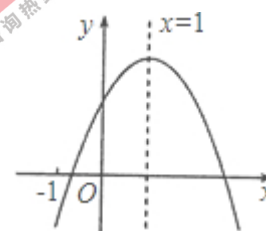
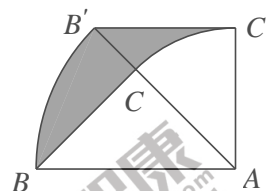
$\because$  当  $x = 1$ ， $y > 0$ ，

$\therefore a + b + c > 0$ ，③是错误的；

$\because$  二次函数的对称轴是  $x = 1$ ，

$\therefore x > \frac{3}{2}$  时， $y$  随  $x$  的增大而减小，④是正确的；

$\because$  二次函数的对称轴是  $x = 1$ ，



$\therefore -\frac{b}{2a}=1$ ，即  $2a+b=0$ ，⑤是正确的；

故答案选②④⑤。

【例 7】【答案】①②③⑤

【解析】 $\because AB=AC$ ， $\angle BAC=90^\circ$ ，点  $P$  是  $BC$  的中点，

$\therefore AP \perp BC$ ， $AP=PC$ ， $\angle EAP=\angle C=45^\circ$ ，

$\therefore \angle APF + \angle CPF = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle FPE$  是直角，

$\therefore \angle APF + \angle APE = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle APE = \angle CPF$ ，故②正确；

在  $\triangle APE$  和  $\triangle CPF$  中，

$$\begin{cases} \angle APE = \angle CPF \\ AP = PC \\ \angle EAP = \angle C = 45^\circ \end{cases},$$

$\therefore \triangle APE \cong \triangle CPF (ASA)$ ，

$\therefore AE = CF$ ，故①正确；

$\therefore \triangle EFP$  是等腰直角三角形，故③正确；

根据等腰直角三角形的性质， $EF = \sqrt{2}PE$ ，

所以， $EF$  随着点  $E$  的变化而变化，只有当点  $E$  为  $AB$  的中点时， $EF = \sqrt{2}PE = AP$ ，

在其它位置时  $EF \neq AP$ ，故④错误；

$\therefore \triangle APE \cong \triangle CPF (ASA)$ ，

$\therefore S_{\triangle APE} = S_{\triangle CPF}$ ，

$\therefore S_{\text{四边形}AEPF} = S_{\triangle APF} + S_{\triangle APE}$

$= S_{\triangle APF} + S_{\triangle CPF} = S_{\triangle APC} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$ ，故⑤正确，

综上所述，正确的结论有①②③⑤共 4 个。

故答案为：①②③⑤。

【同类题型迁移】

【7.1】【2017 黄埔区一模 16】【答案】4

【解析】连接  $CD$ ，

在  $\triangle AED$  与  $\triangle CFD$  中，

$$\begin{cases} DA = CD \\ \angle A = \angle DCF \\ AE = CF \end{cases}$$

$\therefore \triangle AED \cong \triangle CFD (SAS)$

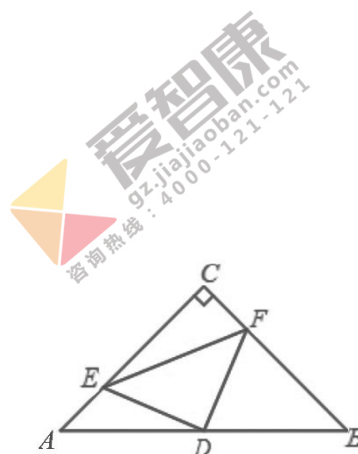
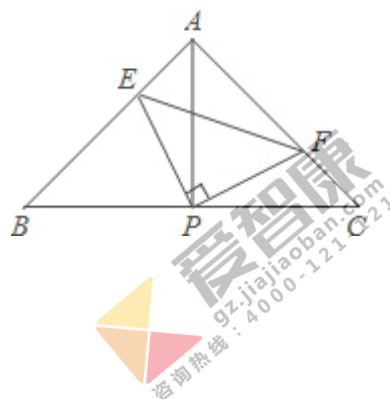
$\therefore ED = DF$  且  $\angle EDF = 90^\circ$ 。

即  $\triangle EDF$  为等腰直角三角形。

$\therefore S_{\text{四边形}CEDF} = S_{\triangle CFD} + S_{\triangle CED}$

又  $\because \triangle AED \cong \triangle CFD$ ，

$\therefore S_{\text{四边形}CEDF} = S_{\triangle AED} + S_{\triangle CED}$





$$\therefore S_{\text{四边形}CEDF} = \frac{1}{2} \times ED \cdot FD + \frac{1}{2} \times CE \cdot CF = S_{\triangle ACD} = 2 \times 2 \times \frac{1}{2} = 2,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times ED \cdot FD + \frac{1}{2} \times CE \cdot CF = 2,$$

可得  $ED \cdot FD + CE \cdot CF = 4$ .

故答案为 4.

【7.2】【2016 铁一一模 16】【答案】  $2\sqrt{2}$

【解析】过  $B$  作  $BF \parallel ED$ ,  $DC$  的延长线交于  $F$  点.

$$\therefore \angle F = 90^\circ,$$

可得四边形  $BEDF$  为矩形.

$$\therefore \angle ABE = \angle CBF$$

在  $\triangle ABE$  与  $\triangle CBF$  中,

$$\begin{cases} \angle ABE = \angle CBF \\ \angle BEA = \angle F \\ AB = BC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CBF \text{ (AAS)}$$

$$\therefore BE = BF,$$

在矩形  $BEDF$  中,  $BE = BF$

$\therefore$  矩形  $BEDF$  为正方形.

$\therefore$  正方形  $BEDF$  面积为 8,

$$\therefore BE^2 = 8,$$

$$\therefore BE = 2\sqrt{2}.$$

【例 8】【答案】  $135^\circ$

【解析】 $\because \triangle PDB \sim \triangle ACP$ ,

$$\therefore \angle A = \angle BPD,$$

$\because \triangle PCD$  等腰直角三角形,

$$\therefore \angle PCD = \angle PDC = 45^\circ, \angle CPD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle PCD = \angle A + \angle APC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle APC + \angle BPD = 45^\circ,$$

$$\angle APB = \angle APC + \angle BPD + \angle CPD = 45^\circ + 90^\circ = 135^\circ$$

故答案为:  $135^\circ$ .

【同类题型迁移】

【8.1】【2017 广雅中学一模题 15】【答案】 3

【解析】 $\because$  直线  $y = -2x + 4$  与  $x$  轴,  $y$  轴分别交于  $A$ ,  $B$  两点,

$$\therefore OA = 2, OB = 4,$$

又  $\because \angle 1 = \angle 2 \therefore \angle BAO = \angle OCA$ ,

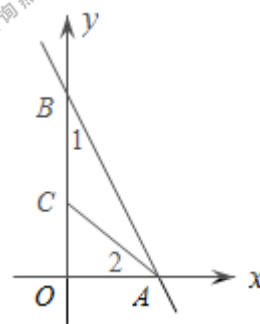
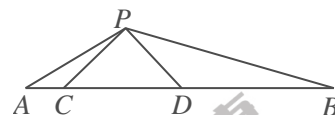
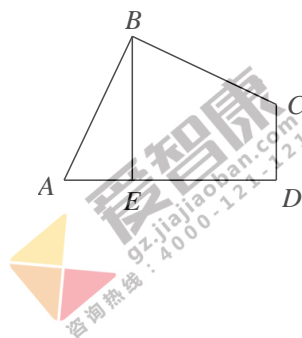
$$\therefore \triangle OAC \sim \triangle OAB,$$

则  $OC : OA = OA : OB = 1 : 2$ ,

$$\therefore OC = 1, BC = 3,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3,$$

故答案为 3.



【8.2】【2017 越秀广大附一模 16】【答案】 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

【解析】过点  $F$  作  $FG \perp AC$  于  $G$ ，如图所示。  
易得  $\triangle BCE \cong \triangle GCF$  (AAS)

$$\therefore CG = BC = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore \triangle AGF \sim \triangle CBA.$$

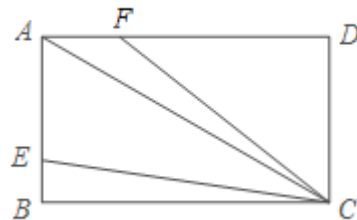
$$\therefore \frac{AG}{CB} = \frac{AF}{CA} = \frac{GF}{BA},$$

$$\therefore AF = \frac{4(4-2\sqrt{3})}{2\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}-12}{3},$$

$$FG = \frac{2(4-2\sqrt{3})}{2\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}-6}{3},$$

$$\therefore AE = 2 - \frac{4\sqrt{3}-6}{3} = \frac{12-4\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore AE + AF = \frac{12-4\sqrt{3}}{3} + \frac{8\sqrt{3}-12}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$



【8.3】【2017 华师附中一模题 15】【答案】 $\frac{12\sqrt{2}}{5}$

【解析】在等腰  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle A = 90^\circ$ ， $AC = 6$ ，

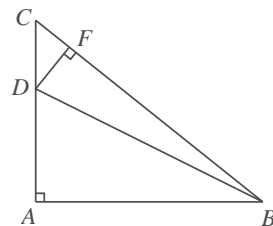
$$\therefore \angle C = 45^\circ, AB = AC = 6,$$

$\therefore \triangle CDF$  为等腰直角三角形.

在等腰  $\text{Rt}\triangle CDF$  中，设  $CF = x$ ，则  $CD = \sqrt{2}x$ ，

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle BDA \text{ 中, } \tan \angle DBA = \frac{1}{5}, \text{ 即 } \frac{AD}{AB} = \frac{6-\sqrt{2}x}{6} = \frac{1}{5}$$

$$\text{解得 } x = \frac{12\sqrt{2}}{5}, \therefore CF = \frac{12\sqrt{2}}{5}.$$



【8.4】【2017 南沙区一模 16】【答案】 $2\sqrt{10}$

【解析】连接  $AB$ ，交  $DE$  于点  $F$ ，

$$\therefore AD \perp DE, DE \perp EB,$$

$$\therefore \angle ADF = \angle BEF, \angle AFD = \angle BFE,$$

$$\therefore \triangle ADF \sim \triangle BEF,$$

$$\frac{DF}{EF} = \frac{AD}{BE} = \frac{3}{5},$$

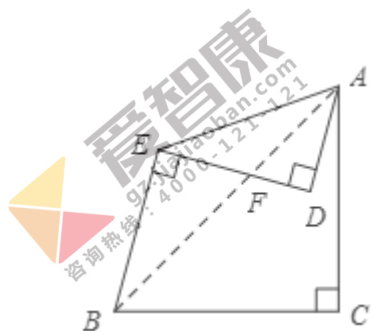
$$\text{设 } DF = 3x, EF = 5x,$$

$$\text{则 } 3x + 5x = 4, \text{ 解得 } x = \frac{1}{2},$$

$$\therefore DF = \frac{3}{2}, EF = \frac{5}{2},$$

在  $\text{Rt}\triangle ADF$  和  $\text{Rt}\triangle BEF$  中，

$$AF = \sqrt{AD^2 + DF^2} = \frac{3\sqrt{5}}{2},$$



$$BF = \sqrt{BE^2 + EF^2} = \frac{5\sqrt{5}}{2},$$

$$\therefore AB = 4\sqrt{5},$$

在等腰直角  $\triangle ABC$  中,

$$AC = \frac{AB}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{10},$$

故答案为  $2\sqrt{10}$ .

【8.5】【2016 海珠区一模 16】【答案】  $\frac{3\sqrt{2}}{4}$

【解析】过点  $M$  作  $MH \perp AC$  于  $H$ , 如图,

$\therefore$  四边形  $ABCD$  为正方形,

$$\therefore \angle MAH = 45^\circ,$$

$\therefore \triangle MAH$  为等腰直角三角形,

$$\therefore AH = MH = \frac{\sqrt{2}}{2} AM = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 2 = \sqrt{2},$$

$$OC = \frac{1}{2} AC = \frac{3\sqrt{2}}{2}, \quad CH = AC - AH = 3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2}.$$

$$\therefore BD \perp AC,$$

$$\therefore ON \parallel MH,$$

$$\therefore \triangle CON \sim \triangle CHM.$$

$$\therefore \frac{ON}{MH} = \frac{OC}{CH}, \quad \text{即} \quad \frac{ON}{\sqrt{2}} = \frac{\frac{3\sqrt{2}}{2}}{2\sqrt{2}},$$

$$\therefore ON = \frac{3\sqrt{2}}{4}.$$

【例 9】【答案】①②③

【解析】 $\triangle DCB$  旋转  $45^\circ$  得到  $\triangle DGH$ , 故  $\triangle DGH \cong \triangle DCB$ ,  $\angle DHG = \angle DBC = 45^\circ$ ,  $\angle DGH = \angle DCB = 90^\circ$

又  $\therefore \angle DAC = 45^\circ$ ,  $\therefore AF \parallel EG$

在  $\text{Rt}\triangle AED$  和  $\text{Rt}\triangle GED$  中,  $AD = GD$ ,  $ED = ED$ ,  $\text{Rt}\triangle AED \cong \text{Rt}\triangle GED$ ,

$\therefore \angle ADE = \angle GDE$ , 故②正确;

在  $\triangle ADF$  与  $\triangle GDF$  中,  $AD = GD$ ,  $\angle ADF = \angle GDF$ ,  $FD = FD$ ,  $\triangle ADF \cong \triangle GDF$ ,

$\therefore \angle DGF = \angle DAF = 45^\circ$ , 又  $\therefore \angle DBA = 45^\circ$ ,  $\therefore FG \parallel AE$

$\therefore$  四边形  $AEGF$  是平行四边形,

又  $AF = GF$ ,  $\therefore$  四边形  $AEGF$  是菱形, 故①正确;

$\angle GDF = \frac{1}{2} \angle ADB = 22.5^\circ$ ,  $\angle DGF = 45^\circ$ ,  $\therefore \angle DFG = 112.5^\circ$ , ③正确;

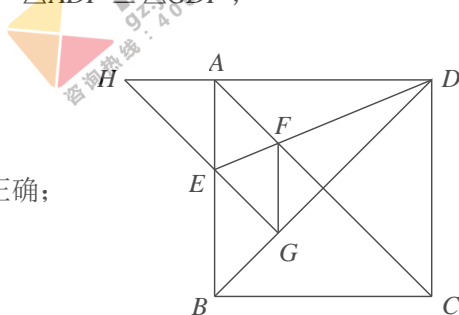
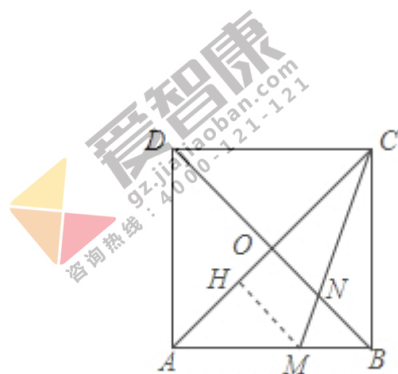
$$FG = AE = HA = HD - AD = BD - AD = \sqrt{2} - 1,$$

$$BC + FG = 1 + \sqrt{2} - 1 = \sqrt{2}, \quad \text{故④不正确.}$$

【同类题型迁移】

【9.1】【2017 广州中考真题 16】【答案】①③

【解析】如图, 分别过点  $A$ 、 $B$  作  $AN \perp OB$  于点  $N$ ,



$BM \perp x$  轴于点  $M$  ,

在平行四边形  $OABC$  中,

$\because A(8,0)$  ,  $C(3,4)$  ,

$\therefore B$  点坐标为  $(11,4)$  ,

$OB = \sqrt{11^2 + 4^2} = \sqrt{137}$  ,

$\because$  点  $D$ 、 $E$  是线段  $OB$  的三等分点,

$\therefore \frac{OD}{BD} = \frac{1}{2}$  ,

$\because CB \parallel OF$  ,

$\therefore \triangle ODF \sim \triangle BDC$  ,

$\therefore \frac{OF}{BC} = \frac{OD}{BD} = \frac{1}{2}$  ,

$\therefore OF = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}OA$  ,

$\therefore F$  是  $OA$  的中点,

故①正确;

$\because C(3,4)$  ,

$\therefore OC = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \neq OA$  ,

$\therefore$  平行四边形  $OABC$  不是菱形,

$\therefore \angle DOF \neq \angle COD = \angle EBG$  ,

$\angle ODF \neq \angle COD = \angle EBG$  ,

$\because F(4,0)$  ,

$\therefore CF = \sqrt{(3-4)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{17} < OC$  ,

$\therefore \angle CFO > \angle COF$  ,

$\therefore \angle DFO \neq \angle EBG$  ,

故  $\triangle OFD$  与  $\triangle BEG$  不相似,

则②错误;

由①同理可得点  $G$  是  $AB$  的中点,

$\therefore FG$  是  $\triangle OAB$  的中位线,

$\therefore FG \parallel OB$  ,  $FG = \frac{1}{2}OB = \frac{1}{2}\sqrt{137}$  ,

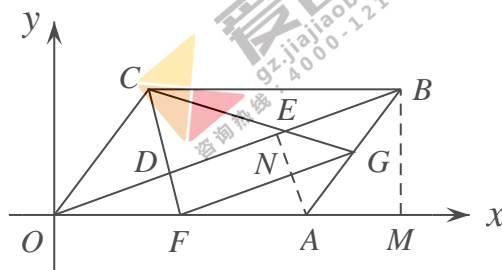
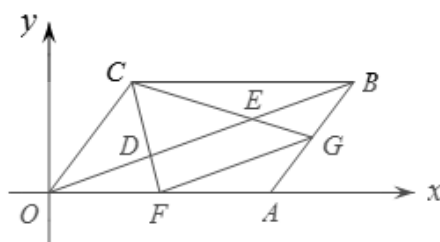
$\because$  点  $D$ 、 $E$  是线段  $OB$  的三等分点,

$\therefore DE = \frac{1}{3}OB = \frac{1}{3}\sqrt{137}$  ,

$\therefore S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2}OB \cdot AN$

$= \frac{1}{2}OA \cdot BM$

$= \frac{1}{2} \times 8 \times 4$



$$=16,$$

$$\text{解得: } \frac{1}{2}AN = \frac{16}{OB},$$

$$\because DF \parallel FG,$$

$\therefore$  四边形  $DEGF$  是梯形,

$$\therefore S_{\text{梯形}DEGF} = \frac{(DE + FG)h}{2}$$

$$= \frac{5}{12}OB \cdot h$$

$$= \frac{5}{12}OB \cdot \frac{1}{2}AN$$

$$= \frac{5}{12}OB \cdot \frac{16}{OB}$$

$$= \frac{20}{3},$$

则③正确;

$$\therefore OD = \frac{1}{3}OB = \frac{\sqrt{137}}{3},$$

故④错误;

综上, ①③正确,

故答案填①③.

【9.2】【2015 十六中一模 16】【答案】 $5\sqrt{2}$

【解析】如图所示, 过  $H$  作  $MH \perp AB$ ,  $HN \perp BC$ , 连接  $CG$ .

在  $\triangle CEB$  和  $\triangle CGD$  中,

$$\begin{cases} BE = DG \\ \angle CBE = \angle CDG, \\ CB = CD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CEB \cong \triangle CGD \text{ (SAS)},$$

可得  $CE = CG$ ,  $\angle ECB = \angle GCD$ , 得  $\angle ECG = \angle BCD = 90^\circ$ ,

$\therefore \triangle CGE$  为等腰直角三角形,

$$\therefore EH = CH,$$

$\because CH \perp EG$ ,  $MH \perp NH$ , 则  $\angle 1 + \angle EHN = \angle EHN + \angle 2$ ,

$$\therefore \angle 1 = \angle 2$$

在  $\triangle MHE$  和  $\triangle NHC$  中,

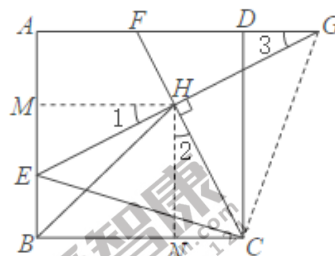
$$\begin{cases} \angle EMH = \angle CNH \\ \angle 1 = \angle 2 \\ EH = CH \end{cases},$$

$$\therefore \triangle MHE \cong \triangle NHC \text{ (AAS)},$$

得  $MH = NH$ ,

故四边形  $MHNB$  为正方形,

又  $\because BH = 8$ ,



$$\therefore BN = NH = BH \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}, \quad CN = BC - BN = 6\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2},$$

根据勾股定理得，

$$CH = \sqrt{CN^2 + HN^2} = \sqrt{(4\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{10},$$

则在  $\triangle ECG$  中， $HG = CH = 2\sqrt{10}$ 。

根据两直线平行，同位角相等，得  $\angle 3 = \angle 1$ ，

等角的余角相等，可得  $\angle 1 = \angle 2$ ，所以  $\angle 2 = \angle 3$ ，

所以  $\text{Rt}\triangle FHG \sim \text{Rt}\triangle CNH$ ，

$$\text{则 } \frac{FC}{HG} = \frac{CH}{NH} = \frac{2\sqrt{10}}{4\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}}{2},$$

$$\text{则 } GF = \frac{\sqrt{5}}{2} HG = \frac{\sqrt{5}}{2} \times 2\sqrt{10} = 5\sqrt{2}.$$

【例 10】【答案】①②③

【解析】首先连接  $OE$ ， $CE$ ，由  $OE = OD$ ， $PE = PF$ ，  
易得  $\angle OED + \angle PEF = \angle ODE + \angle PFE$ ，又由  $OD \perp BC$ ，  
可得  $OE \perp PE$ ，继而证得  $PE$  为  $\odot O$  的切线；

又  $\because BC$  为直径，可得  $OE \perp AB$ ，由切线长定理可得  $GC = GE$ 。  $\therefore$  ①②正确。

继而证得  $AG = GE$ ，可得  $G$  为  $AC$  的中点，

易证得  $OG$  是  $\triangle ABC$  的中位线，则可得  $OG \parallel BE$ ，  $\therefore$  ③正确。

由于在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle A + \angle ABC = 90^\circ$ ，在  $\text{Rt}\triangle POE$  中， $\angle P + \angle POE = 90^\circ$ ，  
而  $\angle POE$  不一定等于  $\angle ABC$ ，则可得  $\angle A$  不一定等于  $\angle P$ ，  $\therefore$  ④错误。

【同类题型迁移】

【10.1】【2015 从化区一模 16】【答案】 $8 + 6\sqrt{2}$

【解析】连接  $OD$ ， $OE$ ，

$\because$  半圆  $O$  与等腰直角三角形两腰  $CA$ 、 $CB$  分别切于  $D$ 、 $E$  两点，

$$\therefore \angle C = \angle OEB = \angle OEC = \angle ODC = 90^\circ,$$

$\therefore$  四边形  $ODCE$  是矩形，

$$\because OD = OE,$$

$\therefore$  四边形  $ODCE$  是正方形，

$$\therefore CD = CE = OE,$$

$$\because \angle A = \angle B = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle EOB = \angle EBO = 45^\circ,$$

$$\therefore OE = EB,$$

$\therefore \triangle OEB$  是等腰直角三角形，

设  $OE = r$ ，

$$\therefore BE = OE = OG = r,$$

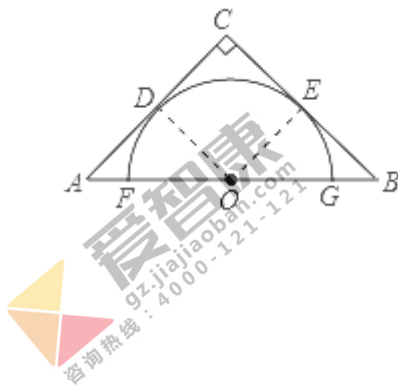
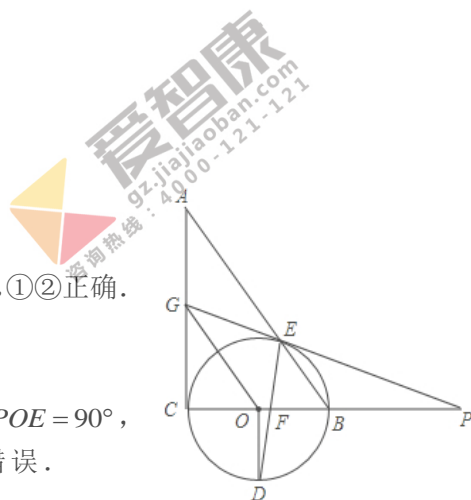
$$\therefore OB = OG + BG = 1 + r,$$

$$\therefore OB = \sqrt{2}OE = \sqrt{2}r,$$

$$\therefore 1 + r = \sqrt{2}r,$$

$$\therefore r = \sqrt{2} + 1,$$

$$\therefore AC = BC = 2\sqrt{2} + 2, \quad AB = 2\sqrt{2}(\sqrt{2} + 1) = 4 + 2\sqrt{2},$$



$\therefore \triangle ABC$  的周长:  $8+6\sqrt{2}$ ,

故答案为:  $8+6\sqrt{2}$ .

【10.2】【2016 中大附中一模 16】【答案】  $4\sqrt{5}\text{cm}$

【解析】如图所示, 连接  $OC$ 、 $OD$ ,

过点  $D$  作  $DE \perp AB$  于点  $E$ , 过点  $O$  作  $OF \perp AC$  于点  $F$ ,

由圆周角和圆心角的关系可得:

$$\angle BOD = 2\angle BAD,$$

又  $\because AD$  平分  $\angle BAC$ ,

$$\therefore \angle BAC = 2\angle BAD,$$

故  $\angle BAC = \angle BOD$ ,

在  $\triangle AOF$  和  $\triangle ODE$  中,

$$\begin{cases} \angle OAF = \angle DOE \\ \angle AFO = \angle OED, \\ OA = DO \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AOF \cong \triangle ODE \quad (\text{AAS}),$$

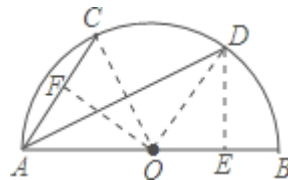
再由垂径定理得  $OE = AF = \frac{1}{2}AC = 3\text{cm}$ .

在  $\text{Rt}\triangle ODE$  中,

由勾股定理得  $DE = \sqrt{OD^2 - OE^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4\text{cm}$ ,

在  $\text{Rt}\triangle ADE$  中, 由勾股定理得:  $AD = \sqrt{AE^2 + DE^2} = \sqrt{(AO + OE)^2 + 4^2} = \sqrt{8^2 + 4^2} = 4\sqrt{5}\text{cm}$ .

故答案为  $4\sqrt{5}\text{cm}$



**【例 1】 【2017 年黄埔区一模】**

依题意得,  $\frac{2}{x} - \frac{2}{4x} = \frac{1}{3}$

解得,  $x = \frac{9}{2}$ ,  $4x = 18$

答：小明步行的速度是每小时 $\frac{9}{2}$ 千米，骑车的速度是每小时18千米。

【解析】设轮船平均日速为  $x$  千米，则列车平均日速为  $(2x-49)$  千米，

由题意得:  $\frac{11025 \times 1.6}{x} = 3 \times \frac{11025}{2x - 49}$ ,

经检验得  $x=392$  是原方程的解,

$$\therefore 2x - 49 = 735,$$

【1.2】 【2017 年从化一模】

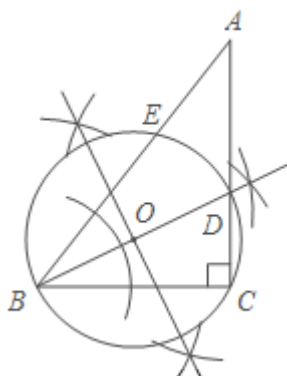
$$\therefore \text{乙同学的家与学校的距离} = 3000 \times \frac{7}{10} = 2100 \text{ (米)};$$

依题意得:  $\frac{2100}{x} - \frac{3000}{2x} = 2$

经检验,  $x = 300$  是方程的根.

【例 2】 【2017 年海珠区一模】

【解析】 (1) 作图如下图所示:


$$\therefore \angle BED = 90^\circ, \text{ 又 } \because \angle C = 90^\circ$$



$$\therefore DE \perp AB, DC \perp BC$$

又  $\because BD$  平分  $\angle ABC$

$$\therefore DE = DC$$

$$(3) \text{ 在 } \text{Rt}\triangle ADE \text{ 中, } \sin A = \frac{DE}{AD},$$

$$\because \sin A = \frac{3}{5} \therefore \frac{DE}{AD} = \frac{3}{5}$$

$$\text{设 } DC = DE = 3x, AD = 5x$$

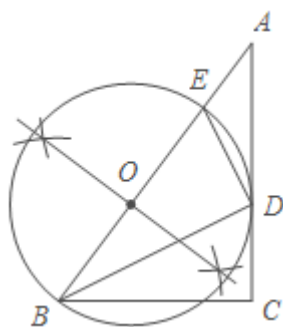
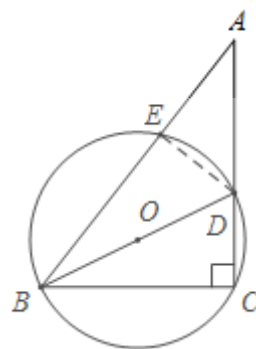
$$\therefore AC = AD + DC$$

$$\therefore 3x + 5x = 6,$$

$$x = \frac{3}{4}, \therefore AD = 5x = 5 \times \frac{3}{4} = \frac{15}{4}.$$

【2.1】【2017 年广雅一模】

【解析】(1) 作图如下图所示:



(2) 连接  $OD$ ,  $\because OB = OD$ ,

$$\therefore \angle OBD = \angle ODB$$

$$\because BD \text{ 平分 } \angle ABC, \therefore \angle OBD = \angle DBC,$$

$$\therefore \angle ODB = \angle DBC, \therefore OD \parallel BC,$$

$$\text{又 } \because \angle ACB = 90^\circ, \therefore \angle ODA = 90^\circ,$$

即  $OD \perp AC$ ,

$\because OD$  是  $\odot O$  半径,

$\therefore AC$  是  $\odot O$  的切线.

(3) 设  $\odot O$  半径为  $r$ ,

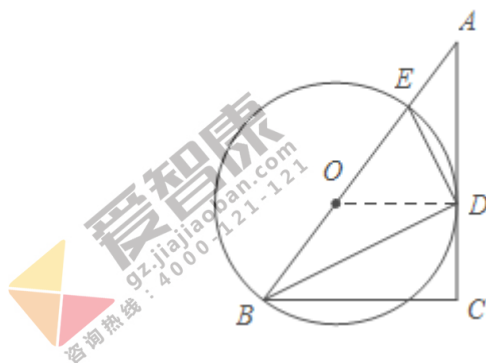
$$\because BC = 9, AC = 12, \therefore AB = 15, \tan A = \frac{3}{4}.$$

$$\because OD \parallel BC, \therefore \triangle AOD \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{r}{9} = \frac{15-r}{15},$$

$$\text{解得 } r = \frac{45}{8}, BE = \frac{45}{4}.$$

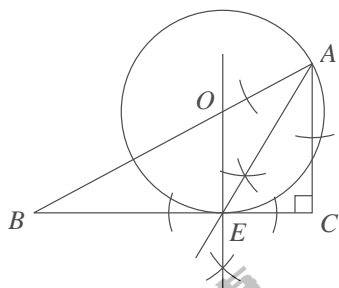
又  $\because EF \parallel AC, \therefore \triangle BEF \sim \triangle ABC.$



$$\therefore \frac{EF}{AC} = \frac{BE}{AB} = \frac{\frac{45}{4}}{15} = \frac{3}{4}.$$

【2.2】【2015年育才实验中学一模】

【解析】(1) 如下图所示：



(2)  $\because OE \perp BC$ ,  $\angle C = 90^\circ$ ,  
 $\therefore OE \parallel AC$ ,  
 $\therefore \angle OEA = \angle CAE$ ,  
 $\because AE$  平分  $\angle BAC$ ,  
 $\therefore \angle OEA = \angle CAE = \angle OAE$ ,  
 $\therefore OE = OA$ , 则  $\odot O$  与  $BC$  相切.

【例3】(2017年越秀区第三中学一模)

【解析】(1) 由题意得，每件商品的销售利润为  $(x-30)$  元，  
 那么  $m$  件的销售利润为  $y = m(x-30) = (162-3x)(x-30)$ ,  
 即  $y = -3x^2 + 252x - 4860$ .

(2) 由  $y = -3x^2 + 252x - 4860$  知， $y$  是关于  $x$  的二次函数，  
 对其配方得  $y = -3(x-42)^2 + 432$ ,  
 当  $x = 42$ ， $y$  有最大值，最大值  $y = 432$ ,  
 当每件商品销售定价为 42 元时，每天有最大利润为 432 元.

【同类型题迁移】

【3.1】【2017年十七中一模】

【解析】(1) 设件数为  $x$ ，依题意，得  $3000 - 10(x-10) = 2600$ ，解得  $x = 50$ ，

答：商家一次购买这种产品 50 件时，销售单价恰好为 2600 元.

(2) 当  $0 \leq x \leq 10$  时， $y = (3000 - 2400)x = 600x$ ,

当  $10 \leq x \leq 50$  时， $y = [3000 - 10(x-10) - 2400]x$ ,  $y = -10x^2 + 700x$ ,

当  $x > 50$  时， $y = (2600 - 2400)x = 200x$ ,

$$\therefore y = \begin{cases} 600x (0 \leq x \leq 10, \text{且} x \text{为整数}) \\ -10x^2 + 700x (10 < x \leq 50, \text{且} x \text{为整数}) \\ 200x (x > 50, \text{且} x \text{为整数}) \end{cases}$$

(3) 由  $y = -10x^2 + 700x$  可知抛物线开口向下，

当  $x = -\frac{700}{2 \times (-10)} = 35$  时，利润  $y$  有最大值，

此时，销售单价为  $3000 - 10(x - 10) = 2750$  元，

答：公司应将最低销售单价调整为 2750 元。

### 【3.2】【2015 年从化一模】

【解析】（1）童装店降价前每天销售该童装可盈利：

$$(100 - 60) \times 20 = 800 \text{ (元)}$$

（2）设每件童装降价  $x$  元，根据题意，得

$$(100 - 60 - x)(20 + 2x) = 1200$$

解得：  $x_1 = 10$ ，  $x_2 = 20$ ；

∵ 要使顾客得到较多的实惠

∴ 取  $x = 20$

答：童装店应该降价 20 元。

（3）设每件童装降价  $x$  元，可获利  $y$  元，根据题意，得

$$y = (100 - 60 - x)(20 + 2x)$$

化简得：  $y = -2x^2 + 60x + 800$

$$\therefore y = -2(x - 15)^2 + 1250$$

答：每件童装降价 15 元童装店可获得最大利润，最大利润是 1250 元。

### 【例 4】【2017 年越秀区第二中学一模】

【解析】（1）如图所示，过点  $C$  作  $CE \perp AB$  于点  $E$ ，可得  $\angle CBD = 45^\circ$ ，  $\angle CAD = 60^\circ$ ，

设  $AE = x$ ，

在  $\text{Rt}\triangle CAE$  中，  $CE = \sqrt{3}x$ ，

在  $\text{Rt}\triangle CBE$  中，  $BE = CE = \sqrt{3}x$ ，

$$\therefore AB = 60(\sqrt{3} + 1) \text{ (海里)}，$$

$$\therefore x + \sqrt{3}x = 60(\sqrt{3} + 1)， \text{ 解得： } x = 60，$$

则  $AC = 2x = 120$ （海里），

$$BC = \sqrt{2} \times \sqrt{3}x = 60\sqrt{6} \text{ (海里)}。$$

（2）如图所示，过点  $D$  作  $DF \perp AC$  于点  $F$ ，

在  $\triangle ADF$  中，  $\because AD = 100$ ，  $\angle CAD = 60^\circ$ ，

$$\therefore DF = AD \sin 60^\circ = 100 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3} \approx 86.6 > 80，$$

故海监船沿  $AC$  前往  $C$  处盘查，无触礁的危险。

### 【同类题型迁移】

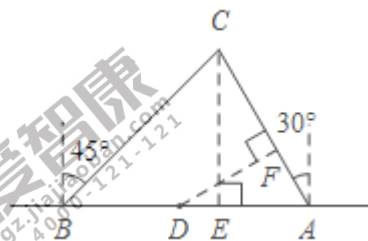
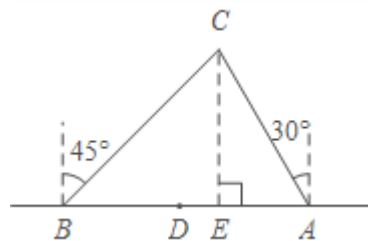
#### 【4.1】（2017 年真光中学）

【解析】（1）过点  $B$  作  $BF \parallel AD$  交  $CD$  于点  $F$ ，

可得四边形  $ABFD$  为平行四边形，

$$\therefore DF = AB = 1\text{m}，$$

$$\therefore EF = DE - DF = 4\text{m}，$$



设  $BC = x$ ,

在  $\text{Rt}\triangle BCE$  中,  $\angle BEC = 60^\circ$ ,

$$\therefore \tan \angle BEC = \frac{BC}{EC} = \frac{x}{EC} = \sqrt{3},$$

$$\therefore EC = \frac{\sqrt{3}}{3}x,$$

在  $\text{Rt}\triangle BFC$  中,  $\angle BFC = \angle D = 30^\circ$ ,

$$\therefore \tan \angle BFC = \frac{BC}{CF} = \frac{x}{4 + \frac{\sqrt{3}}{3}x} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

解得:  $x = 2\sqrt{3}$ ,

$$\therefore AD = BF = 2BC = 4\sqrt{3}\text{m}.$$

(2) 由题意可得  $\angle BGC = 45^\circ$ ;

即  $\triangle BCG$  为等腰直角三角形;

由 (1) 可知  $BC = 2\sqrt{3}\text{m}$ ,  $CE = 2\text{m}$ ,

$$\therefore GC = BC = 2\sqrt{3}\text{m},$$

$$DG = DC - CG = DE + EC - CG$$

$$= 5 + 2 - 2\sqrt{3} = (7 - 2\sqrt{3})\text{m}.$$

故遮阳伞的直径为  $(7 - 2\sqrt{3})\text{m}$ .

#### 【4.2】【2016 年番禺区一模】

【解析】设小山岗的高  $AB$  为  $x$  米.

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle ABC \text{ 中, } \tan \alpha = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{4}, \therefore BC = \frac{4x}{3}$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle ABD \text{ 中, } \tan \angle ADB = \frac{AB}{BD} = \frac{x}{200 + \frac{4x}{3}} \approx 0.5$$

解得  $x = 300$  米

答: 小山岗的高  $AB$  为 300 米.

#### 【例 5】【2017 年广大附一模】

【解析】(1) 设今年年初猪肉价格为  $x$  每千克元;

根据题意得:  $2.5 \times (1 + 60\%)x \geq 100$ ,

解得:  $x \geq 25$ .

答: 今年年初猪肉的最低价格为每千克 25 元;

(2) 设 3 月 20 日两种猪肉总销量为 1;

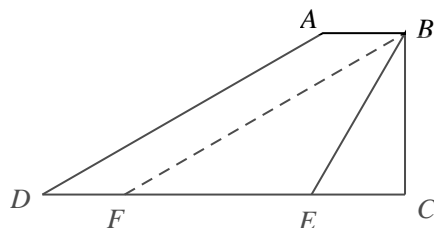
$$\text{根据题意得: } \frac{3}{4} \times 40(1 - a\%) \times (1 + a\%) + \frac{1}{4} \times 40 \times (1 + a\%) = 40(1 + \frac{1}{10}a\%)$$

$$\text{令 } a\% = y, \text{ 原方程化为: } \frac{3}{4} \times 40(1 - y) \times (1 + y) + \frac{1}{4} \times 40 \times (1 + y) = 40(1 + \frac{1}{10}y),$$

$$\text{整理得: } 5y^2 - y = 0,$$

解得:  $y = 0.2$ , 或  $y = 0$  (舍去),

则  $a\% = 0.2$ ,



$$\therefore a = 20;$$

答:  $a$  的值为 20.

【同类题型迁移】

【5.1】【2015 年铁一中学一模】

【解析】(1)  $\because 3x + 2y = 50$

$$\therefore y = \frac{50 - 3x}{2};$$

$$(2) \text{ 根据题意得: } \begin{cases} 150x + 140 \times \frac{50 - 3x}{2} < 3000 \\ x \leq \frac{50 - 3x}{2} \end{cases}, \text{ 解得: } \frac{25}{3} < x \leq 10$$

$\because x$  为整数

$\therefore x$  取 9 或 10

$$\text{又 } \because x = 9 \text{ 时 } y = \frac{50 - 3 \times 9}{2} = \frac{23}{2} \text{ 不为整数}$$

$\therefore$  舍去

$$\text{当 } x = 10 \text{ 时, } y = \frac{50 - 3 \times 10}{2} = 10$$

答: 该旅游团订这两种标准房各 10 套.

【5.2】【2016 年二中一模】

【解析】(1) 设该公司有甲卡车  $x$  台, 乙卡车  $y$  台,

$$\text{则 } \begin{cases} x + y = 100 \\ 100 \times (80x + 120y) = 1000000 \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} x = 50 \\ y = 50 \end{cases};$$

(2) 设至少增加  $a$  辆乙型卡车

$$\text{则 } (80 \times 50 + 120 \times 50) \times 40 + [80 \times 50 + 120 \times (50 + a)] \times 40 \geq 1000000,$$

$$\text{解得: } a \geq 16\frac{2}{3},$$

又  $a$  为整数, 则  $a = 17$ ;

答: 至少增加 17 台乙型车.

【例 6】【2017 年番禺区一模】

【解析】(1) 证明:  $\because tx^2 - (3t + 2)x + 2t + 2 = 0$  是关于  $x$  的一元二次方程,

$$\therefore \Delta = [-(3t + 2)]^2 - 4t(2t + 2) = t^2 + 4t + 4 = (t + 2)^2.$$

$\because$  当  $t > 0$  时,  $(t + 2)^2 > 0$ , 即  $\Delta > 0$ .

$\therefore$  方程有两个不相等的实数根.

$$(2) \text{ 解: 由求根公式, 得 } x = \frac{(3t + 2) \pm (t + 2)}{2t},$$

$$\therefore x = \frac{2t + 2}{t} \text{ 或 } x = 1.$$

$\because t > 0$ ,

$$\therefore \frac{2t+2}{t} = \frac{2(t+1)}{t} > 1.$$

$$\because x_1 < x_2,$$

$$\therefore x_1 = 1, \quad x_2 = \frac{2t+2}{t}.$$

$$\therefore y = x_2 - 2x_1 = \frac{2t+2}{t} - 2 \times 1 = \frac{2}{t}.$$

即  $y = \frac{2}{t} (t > 0)$  为所求.

在同一平面直角坐标系中分别画出

$y = \frac{2}{t} (t > 0)$  与  $y = 2t (t > 0)$  的图象如图.

(3) 由图象可得, 当  $0 < t \leq 1$  时,  $y \geq 2t$ .

【同类题型迁移】

【6.1】【2017年广州中考真题】

【解析】解: (1)  $y = 3x + 1$  向下平移 1 个单位长度后为  $y = 3x$

$$\therefore 3x = 3x + m$$

$$\therefore m = 0$$

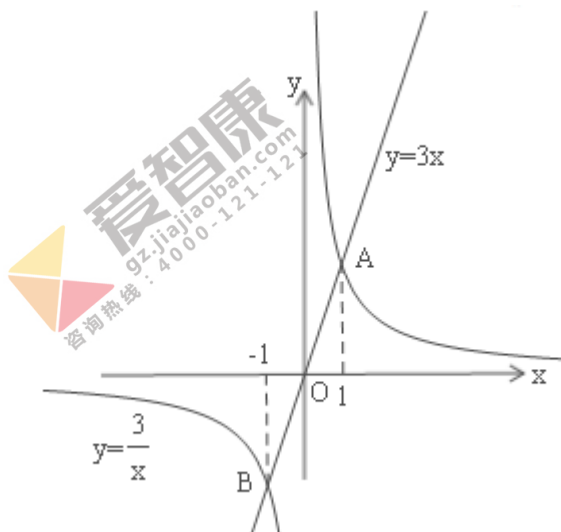
当  $y = 3$  时,  $3x = 3$  解得  $x = 1$  即 A 点为 (1, 3)

$$\because y = \frac{k}{x} \text{ 与 } y = 3x \text{ 相交于点 A}$$

$$\therefore 3 = \frac{k}{1} \text{ 解得 } k = 3$$

$\therefore m$  的值为 0,  $k$  的值为 3.

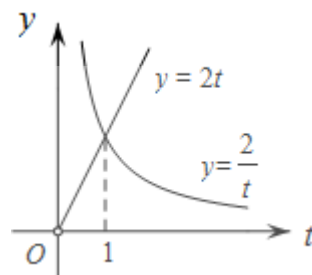
(2) 画出直线  $y = 3x$  和反比例函数  $y = \frac{3}{x}$  的图像如下所示:



由图像可知不等式  $3x + m > \frac{k}{x}$  的解集为  $-1 < x < 0$  或  $x > 1$ .

【6.2】【2016年七中一模】

【解析】(1) 过 C 作  $CD \perp x$  轴于点 D.



令  $x=0$ ，得  $B(0, \frac{1}{2}) \therefore OB = \frac{1}{2}$

易证：  $\triangle ABO \sim \triangle ACD$

$\therefore BC = 2AB$

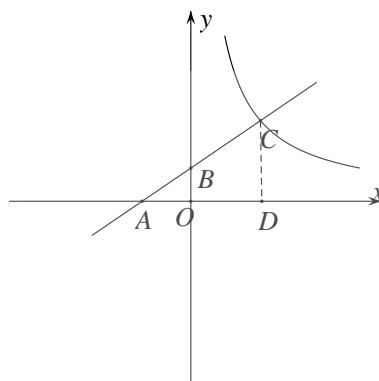
$\therefore AC = 3AB$

$\therefore CD = 3OB = \frac{3}{2}$

令反比例函数  $y = \frac{3}{x}$ ，得  $x=2$

$\therefore C(2, \frac{3}{2})$ ，将  $C$  代入  $y = kx + \frac{1}{2}$  得，  $k = \frac{1}{2}$

(2) 由图象可得该不等式的解集为  $0 < x \leq 2$  .





## 第 23 题

【例 1】(2017 年广东省实一模)

【解析】(1) 设  $B$  点的坐标是  $(x_1, -\frac{n}{2})$ ，代入  $y = \frac{1}{4}x$  得， $-\frac{n}{2} = \frac{1}{4}x_1$ ， $x_1 = -2n$ ；

$\therefore B$  点的坐标是  $(-2n, -\frac{n}{2})$ ，

$\because BD \parallel y$  轴， $\therefore C$  点的坐标是  $C(-2n, -n)$ ，

$\therefore$  四边形  $ODCN$  的面积是  $2n \times n = 2n^2$ ，

$\triangle ODB$  和  $\triangle OEN$  的面积都是  $\frac{k}{2}$ ，四边形  $OBCE$  的面积是 4，

则有  $2n^2 - k = 4$  ①，

又  $\because 2n \cdot \frac{n}{2} = k$ ，即  $n^2 = k$  ②，

将 ② 代入 ① 得， $4 = 2k - k$ ，解得  $k = 4$ ；

则解析式  $y = \frac{4}{x}$ ；

(2)  $\because n^2 = 4$ ，故  $n = 2$  或  $n = -2$ ，

$M$  在第一象限， $n > 0$ ，将  $M(m, 2)$  代入解析式  $y = \frac{4}{x}$  得  $m = 2$ ，

故点  $M$  点的坐标是  $(2, 2)$ ； $C(-4, -2)$ ；

设直线  $CM$  的解析式为  $y = kx + b$ ；

$$\text{则} \begin{cases} 2k + b = 2 \\ -4k + 2b = 0 \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k = \frac{2}{3} \\ b = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$\therefore$  一次函数的解析式为： $y = \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}$ 。

【同类题型迁移】【1.1】

【解析】(1) 在一次函数  $y = kx + 2$  中，当  $x = 0$  时， $y = 2$ ，则点  $D$  的坐标为  $(0, 2)$ 。

(2)  $\because PA \perp x$  轴于点  $A$ ， $PB \perp y$  轴于点  $B$ 。

$\therefore$  四边形  $PBOA$  为矩形，则  $OA = PB$ ，

$$\therefore \frac{OC}{OA} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{OC}{PB} = \frac{1}{2},$$

由  $\triangle COD \sim \triangle PBD$ ，得：

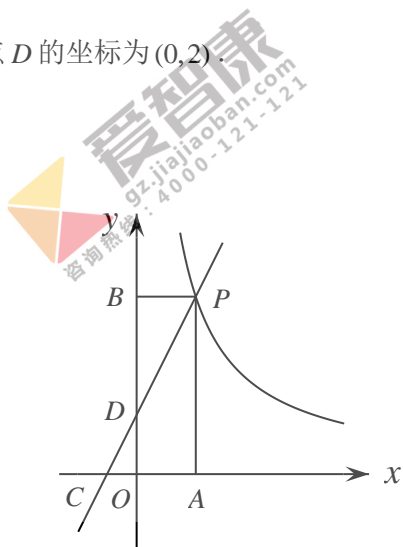
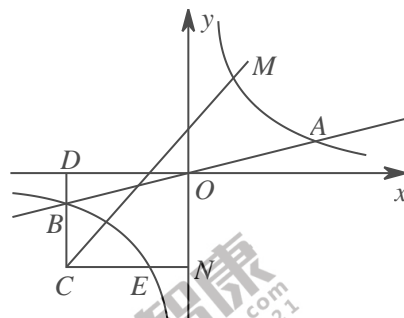
$$\frac{OD}{BD} = \frac{OC}{PB} = \frac{1}{2}, \text{ 且 } OD = 2,$$

$\therefore BD = 4$ ，

$$\therefore S_{\triangle PBD} = \frac{1}{2} PB \cdot BD = 2PB = 4,$$

$\therefore PB = 2$ ，则  $OC = 1$ ，

$\therefore$  点  $C$  的坐标为  $(-1, 0)$ ，点  $P$  的坐标为  $(2, 6)$ ，



把点  $C$  的坐标代入  $y=kx+2$ ，得  $k=2$ ，

把点  $P$  的坐标代入  $y=\frac{m}{x}$ ，得  $m=12$ ，

$\therefore$  一次函数的解析式为  $y=2x+2$ ，反比例函数的解析式为  $y=\frac{12}{x}$ 。

根据已知条件可求得  $CO=1$ ， $OA=2$ ，根据  $PA \perp x$  轴可证  $\triangle COD \sim \triangle CAP$ ，再根据三角形相似，对应边成比例可得  $PA=6$ ，由此可得点  $P$  坐标，再利用待定系数法即可求得一次函数和反比例函数的解析式；

(3) 根据函数图像关系可知，当  $x>2$  时，一次函数的图象在反比例函数图象的上方，即表示一次函数值大于反比例函数值，故  $x$  的取值范围是  $x>2$

【1.2】【解析】(1) 
$$\begin{cases} y_1 = -\frac{3}{x}, \\ y_2 = -3x \end{cases}$$

解得  $\begin{cases} x_1 = -1 \\ y_1 = 3 \end{cases}$ ， $\begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = -3 \end{cases}$ ，

所以  $A(-1, 3)$ ， $B(1, -3)$ ，

当  $y_1 < y_2$  时， $x < -1$  或  $0 < x < 1$ ，

(2) 连接  $OC$ ，过点  $A$  作  $AE \perp y$  轴于点  $E$ ，过点  $C$  作  $CF \perp x$  轴于点  $F$ ，如图所示：

由直线  $AB$  与反比例函数  $y_1 = -\frac{3}{x}$  的对称性可知  $A$ 、 $B$  点关于  $O$  点对称，

$\therefore AO = BO$ ，

又  $\because AC = BC$

$\therefore CO \perp AB$ ，

$\because \angle AOE + \angle EOC = 90^\circ$ ， $\angle COF + \angle EOC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle AOE = \angle COF$ ，

又  $\because \angle AEO = 90^\circ$ ， $\angle CFO = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle AOE \sim \triangle COF$ ，

$\therefore \frac{AE}{CF} = \frac{OE}{OF} = \frac{AO}{CO}$ ，

$\because \tan \angle CAB = \frac{CO}{AO} = 2$ ，

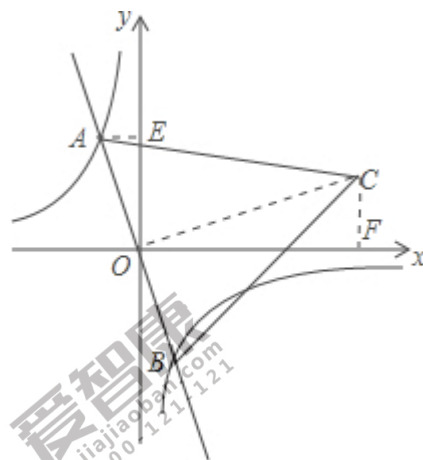
$\therefore CF = 2AE$ ， $OF = 2OE$ ，

又  $\because AE \cdot OE = |-3| = 3$ ， $CF \cdot OF = |k|$ ，

$\therefore k = \pm 12$ ，

$\because$  点  $C$  在第一象限，

$\therefore k = 12$ 。



\*\*\*\*\*

【例 2】(2017 年越秀区育才实验一模)

【解析】(1) 连接  $OA$ ， $OB$ ，

$\because PA$ ， $PB$  切  $\odot O$  于点  $A$ ， $B$

$\therefore \angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$



【答案】(1) 作图如图所示

(2) 过点  $O$  作  $OC \perp AB$  于  $D$ ，交弧  $AB$  于  $C$ ，则

$$CD = 6\text{cm}.$$

$\because OC \perp AB$ ,

$$\therefore BD = AD = \frac{1}{2}AB$$

$$\because AB = 12\sqrt{3}\text{ cm}$$

$$\therefore BD = AD = 6\sqrt{3}\text{cm}$$

$\because$  半径为  $r\text{cm}$ ，则  $OD = (r - 6)\text{cm}$ ，

在  $\text{Rt}\triangle BOD$  中，由勾股定理得：

$$BD^2 + OD^2 = BO^2,$$

$$\therefore (6\sqrt{3})^2 + (r - 6)^2 = r^2,$$

解得  $r = 12$ ，

$\therefore$  这个圆形截面的半径为  $12\text{cm}$ 。

又  $\because$  设弧长  $AB$  所对圆心角为  $\theta$ ，则  $\angle DOB = \frac{1}{2}\theta$

在  $\text{Rt}\triangle BOD$  中， $BD = 6\sqrt{3}$ ， $OB = 12$

$$\therefore \sin \angle DOB = \frac{BD}{OB} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ 且 } \angle DOB \text{ 为 } \text{Rt}\triangle BOD \text{ 的一个内角}$$

$$\text{求得 } \angle DOB = \frac{1}{2}\theta = 60^\circ$$

$$\therefore \theta = 120^\circ$$

$$\therefore S = S_{\text{扇形}OACB} - S_{\triangle ABO}$$

$$\therefore S = \frac{120}{360} \cdot \pi \cdot 12^2 - \frac{1}{2} \times 12\sqrt{3} \times 6 = (48\pi - 36\sqrt{3})\text{cm}^2$$

\*\*\*\*\*

【例 3】(白云区 2017 年一模)

【解析】(1)  $\because AD = 2CD$ ，

$$\therefore \angle AOD = 2\angle DOC,$$

$$\because \angle AOD + \angle DOC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AOD = 60^\circ, \angle DOC = 30^\circ,$$

(2)  $\because OA = OD$ ， $\angle AOD = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle AOD$  为等边三角形，

$$\therefore AD = OA = 4,$$

(3) 作  $A$  关于  $OC$  的对称点  $A'$ ，连接  $A'D$ ， $A'D$  即为  $AP + PD$  的最小值，

$\therefore AA'$  为圆  $O$  的直径，

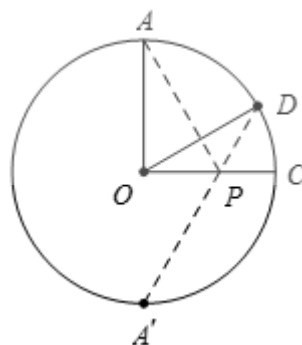
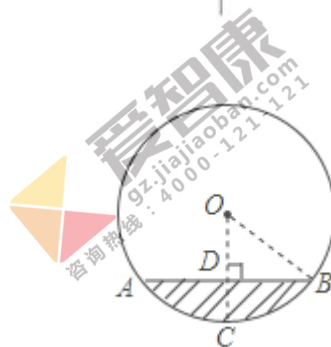
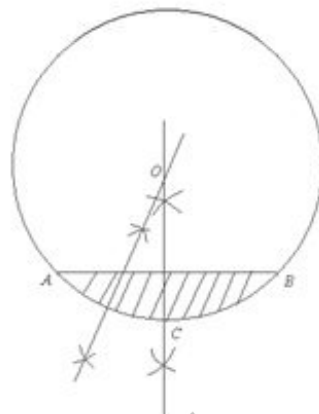
$$\therefore \angle A'DA = 90^\circ,$$

在  $\text{Rt}\triangle A'DA$  中， $AA' = 8$ ， $AD = 4$ ，

$$\therefore A'D = \sqrt{AA'^2 - AD^2} = \sqrt{64 - 16} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3},$$

$\therefore AP + PD$  的最小值为  $4\sqrt{3}$ 。

【同类题型迁移】



### 【3.1】【解析】

(1) 由  $y = 2x + 2$  可知  $A(0, 2)$ ，即  $OA = 2$ 。

$\because \tan \angle AHO = 2$ ， $\therefore OH = 1$ 。

$\because MH \perp x$  轴， $\therefore$  点  $M$  的横坐标为 1。

$\because$  点  $M$  在直线  $y = 2x + 2$  上，

$\therefore$  点  $M$  的纵坐标为 4。即  $M(1, 4)$ 。

$\because$  点  $M$  在  $y = \frac{k}{x}$  上，

$\therefore k = 1 \times 4 = 4$ 。

(2) 过点  $N$  作  $N$  关于  $x$  轴的对称点  $N_1$ ，连接  $MN_1$ ，交  $x$  轴于  $P$ （如右图所示）。此时  $PM + PN$  最小。

$\because$  点  $N(a, 1)$  在反比例函数  $y = \frac{k}{x} (x > 0)$  上，

$\therefore a = 4$ 。即点  $N$  的坐标为  $(4, 1)$ 。

$\because N$  与  $N_1$  关于  $x$  轴的对称， $N$  点坐标为  $(4, 1)$ ，

$\therefore N_1$  的坐标为  $(4, -1)$ 。

设直线  $MN_1$  的解析式为  $y = kx + b$ 。由

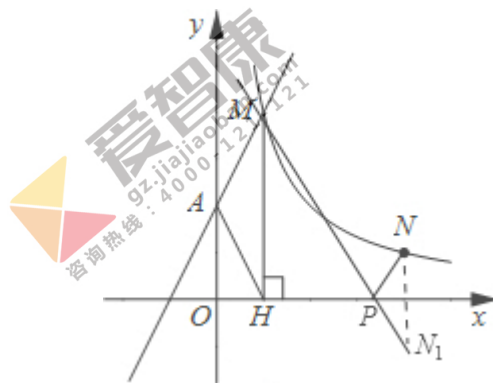
$$\begin{cases} 4 = k + b \\ -1 = 4k + b \end{cases}$$

解得： $k = -\frac{5}{3}$ ， $b = \frac{17}{3}$

$\therefore$  直线  $MN_1$  的解析式为  $y = -\frac{5}{3}x + \frac{17}{3}$ 。

令  $y = 0$ ，得  $x = \frac{17}{5}$ 。

$\therefore P$  点坐标为  $(\frac{17}{5}, 0)$ 。



【3.2】【解析】(1)  $\because M(x, y)$  在一次函数  $y = -x + 4$  上，

$\therefore y = -x + 4$ ， $S = xy = x(-x + 4) = -x^2 + 4x = -(x - 2)^2 + 4$ ，

$\therefore$  当  $x = 2$  时， $S$  最大， $S$  的最大值为：4。

(2) 一次函数  $y = -x + 4$  与  $x$  轴交于点  $P(4, 0)$ ，此时  $PA - PB$  最大，

联立  $\begin{cases} y = -x + 4 \\ y = \frac{3}{x} \end{cases}$ ，

解得  $x_1 = 1$ ， $x_2 = 3$

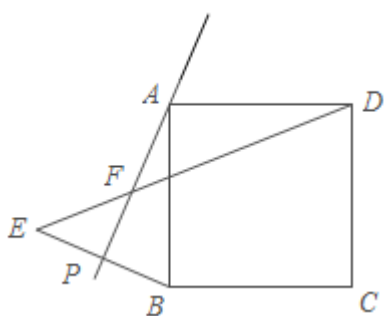
$\therefore A(1, 3)$ ， $B(3, 1)$

$\therefore PA - PB = AB = 2\sqrt{2}$ 。

\*\*\*\*\*

【例 4】(2017 十六中一模考试)

【解析】(1) 补全图像如下图所示：



(2) 连接  $AE$  则  $\angle PAB = \angle PAE = 20^\circ$ ,  $AE = AB = AD$ ,  
 $\because$  四边形  $ABCD$  是正方形,  
 $\therefore \angle BAD = 90^\circ$ ,  
 $\therefore \angle EAD = 130^\circ$ ,  
 $\therefore \angle ADF = 25^\circ$ .

(3) 连接  $AE$ 、 $BF$ 、 $BD$ , 由轴对称的性质可得:  $EF = BF$ ,  $AE = AB = AD$ ,  $\angle ABF = \angle AEF = \angle ADF$ ,  
 $\therefore \angle BFD = \angle BAD = 90^\circ$ ,  
 $\therefore BF^2 + FD^2 = BD^2$ ,  
 $\therefore EF^2 + FD^2 = 2AB^2$ .

### 【同类题型迁移】

【4.1】【解析】(1) 当点  $F$  是线段  $CE$  的中点时, 由  $AF \perp CE$ , 则  $AF$  为  $CE$  的垂直平分线, 则  $\triangle ACE$  为等腰三角形

$\therefore AC = AE$ ,  
 $\because AB = 8$ ,  $BC = 6$ ,  
 $\therefore AC = AE = 10$ ,  
 $\therefore BE = AE - AB = 10 - 8 = 2$   
 $\therefore CE = 2\sqrt{10}$ ,  $CF = \sqrt{10}$   
 $\because \angle CFG = \angle CBE = 90^\circ$ ,  $\angle FCG = \angle BCE$ ,  
 $\therefore \triangle CFG \sim \triangle CBE$   
 $\therefore \frac{CF}{CB} = \frac{GF}{EB}$ ,  $\frac{\sqrt{10}}{6} = \frac{GF}{2}$ ,  $\therefore GF = \frac{\sqrt{10}}{3}$ ;

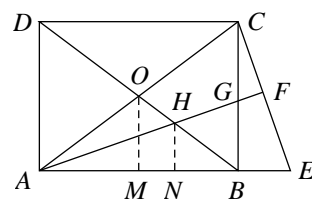
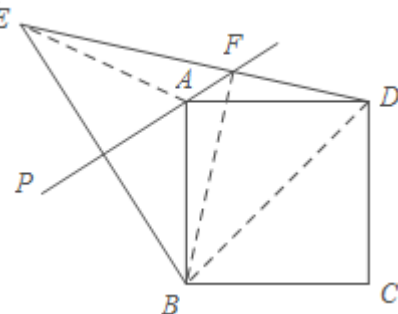
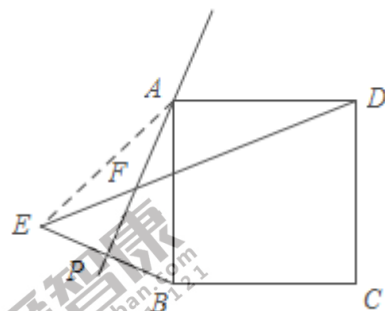
(2) 作  $OM \perp AB$ ,  $HN \perp AB$ , 垂足分别为  $M$ 、 $N$ , 可得  $\triangle BHN \sim \triangle BOM$ ,

$$\therefore \frac{BH}{BO} = \frac{HN}{OM} = \frac{BN}{BM},$$

$\because OH = y$ ,  $\therefore BH = 5 - y$ , 所以:  $\frac{5-y}{5} = \frac{HN}{3} = \frac{BN}{4}$ ,

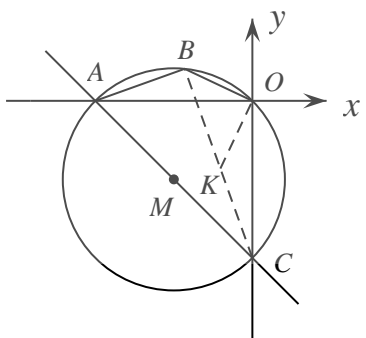
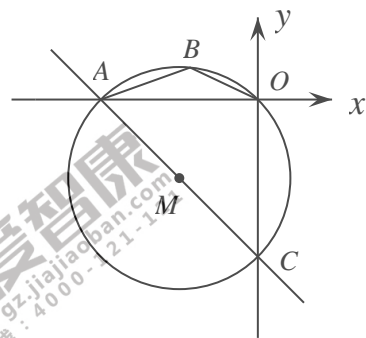
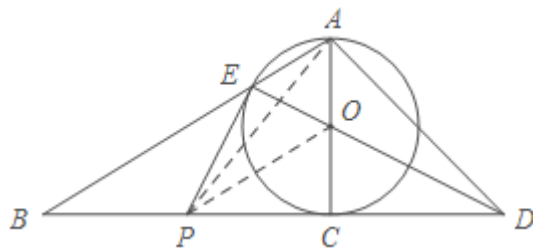
则:  $HN = \frac{3}{5}(5 - y)$ ,  $BN = \frac{4}{5}(5 - y)$

$\therefore AN = AB - BN = 8 - \frac{4}{5}(5 - y)$







$$\therefore \angle KOC + \angle AOK = 90^\circ,$$




$$\therefore \angle BOA + \angle AOK = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BOK = 90^\circ, \therefore BK = \sqrt{2}BO,$$

$$\because BC - BA = BC - CK = BK, \therefore \frac{BC - BA}{BO} = \sqrt{2}.$$

### 【5.2】

(1) 连接  $OC$ , 则  $\angle GCP = \angle C - \angle P$ ,  $\angle B = \angle OCB$  因为  $\angle FGB + \angle B = 90^\circ$ , 所以  $\angle GCP + \angle OCB = 90^\circ$ , 所以  $OC \perp PC$ , 则  $PC$  是  $\odot O$  的切线;

(2) 证明: 连  $OG$ , 如图,

$$\because BG^2 = BF \cdot BO, \text{ 即 } BG : BO = BF : BG,$$

而  $\angle FBG = \angle GBO$ ,

$$\therefore \triangle BGO \sim \triangle BFG,$$

$$\therefore \angle OGB = \angle BFG = 90^\circ,$$

即  $OG \perp BG$ ,

$$\therefore BG = CG, \text{ 即点 } G \text{ 是 } BC \text{ 的中点};$$

(3) 解: 连接  $OE$ , 如图,

$$\because ED \perp AB,$$

$$\therefore FE = FD,$$

而  $AB = 10$ ,  $ED = 4\sqrt{6}$ ,

$$\therefore EF = 2\sqrt{6}, OE = 5,$$

$$\text{在 Rt}\triangle OEF \text{ 中, } OF = \sqrt{OE^2 - EF^2} = \sqrt{5^2 - (2\sqrt{6})^2} = 1,$$

$$\therefore BF = 5 - 1 = 4,$$

$$\therefore BG^2 = BF \cdot BO$$

$$\therefore BG^2 = BF \cdot BO = 4 \times 5,$$

$$\therefore BG = 2\sqrt{5}$$

\*\*\*\*\*

### 【例 6】

【解析】(1) 依题意设直线  $AD$  的解析式为  $y = kx + b$ ,

$$\text{又点 } A\left(\frac{4}{3}, \frac{5}{3}\right), D(0, 1)$$

$$\text{代入可得 } \begin{cases} \frac{4}{3}k + b = \frac{5}{3} \\ b = 1 \end{cases} \text{ 解得: } \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases}$$

$$\text{即直线 } AD \text{ 的解析式为 } y = \frac{1}{2}x + 1.$$

$$(2) \text{ 有 (1) 可知直线 } AD \text{ 为 } y = \frac{1}{2}x + 1,$$

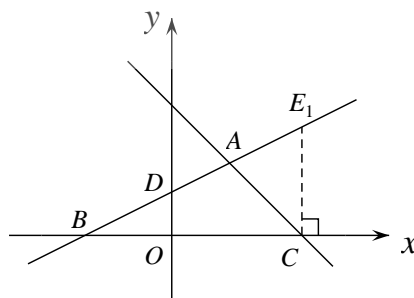
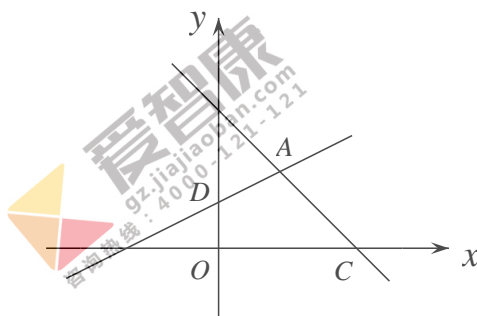
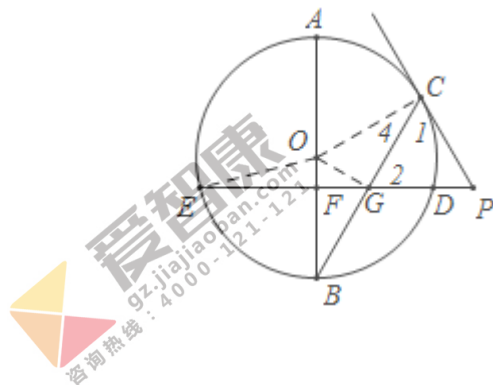
令  $y = 0$ , 解得  $x = -2$ , 即交点  $B(-2, 0)$

同理, 亦可求点  $C(3, 0)$

又  $\angle CBE$  不是直角,

①当  $\triangle BOD \sim \triangle BCE$  时,

如图, 过点  $C$  作  $E_1C \perp x$  于交直线  $AD$  于  $E_1$ ,



有  $\frac{BO}{BC} = \frac{OD}{CE_1}$ ，则  $CE_1 = \frac{BC \cdot OD}{BO} = \frac{5 \times 1}{2} = \frac{5}{2}$

$\therefore E_1(3, \frac{5}{2})$

②当  $\triangle BOD \sim \triangle BEC$  时

如图，过点  $C$  作  $CE_2 \perp AD$  于点  $E_2$ ，并过点  $E_2$  作  $E_2H \perp x$  轴于点  $H$ ，

有  $\frac{BO}{BE_2} = \frac{OD}{E_2C} = \frac{BD}{BC}$ ，

则  $BE_2 = \frac{BC \cdot BO}{BD} = \frac{5 \times 2}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$ ，

$E_2C = \frac{OD \cdot BC}{BD} = \frac{1 \times 5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$ ，

在  $Rt\triangle BE_2C$  中，

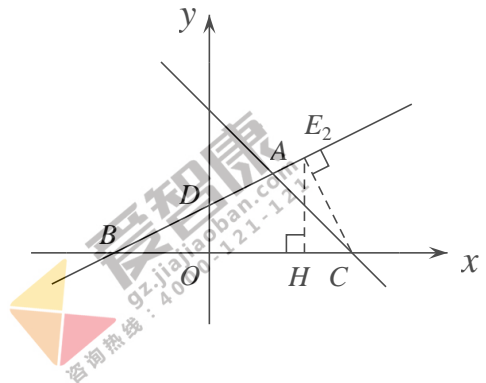
$S_{\triangle BE_2C} = \frac{1}{2} BC \cdot E_2H = \frac{1}{2} BE_2 \cdot CE_2$

则  $E_2H = \frac{BE_2 \cdot CE_2}{BC} = 2$ ，

令  $y = 2$ ，代入直线  $AD$ ：  $y = \frac{1}{2}x + 1$  可得  $x = 2$

即点  $E_2(2, 2)$

综上，当  $\triangle BOD$  与  $\triangle BCE$  相似时，点  $E(3, \frac{5}{2})$  或  $E(2, 2)$



### 【6.1】

【解析】（1）将  $C$  点代入  $y = x + b$  中

得到  $b = -4$ ， $\therefore y = x - 4$

再将  $A$  点代入  $y = x - 4$  得到  $n = -5$ ，

$\therefore A(-1, 5)$

代入  $y = \frac{m}{x}$  中得到  $m = 5$ ， $\therefore y = \frac{5}{x}$ ；

（2）过点  $O$  作  $OM \perp AC$  于点  $M$

$\because B$  点经过  $y$  轴，

$\therefore x = 0, 0 - 4 = y$

$\therefore y = -4$

$\therefore B(0, -4)$ ， $AO = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{26}$

$\because OC = OB = 4$

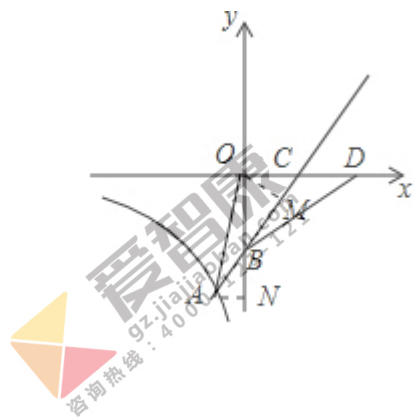
$\therefore \triangle OCB$  是等腰三角形

$\therefore \angle OBC = \angle OCB = 45^\circ$

$\therefore$  在  $Rt\triangle OMB$  中， $\sin 45^\circ = \frac{OM}{OB} = \frac{OM}{4}$

$\therefore OM = 2\sqrt{2}$ ，

$\therefore$  在  $\triangle AOM$  中， $\sin \angle OAB = \frac{OM}{OA} = \frac{\sqrt{52}}{13}$



(3) 存在；过点  $A$  作  $AN \perp y$  轴，垂足为点  $M$

$$\text{则 } AN=1, BN=1, AB=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{2}$$

$$\because OB=OC=4$$

$$\therefore BC=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$$

$$\angle OBC=\angle OCB=45^\circ$$

$$\therefore \angle OBA=\angle BCD=135^\circ$$

$$\triangle OBA \sim \triangle BCD \text{ 或 } \triangle OBA \sim \triangle DCB$$

$$\frac{OB}{BC}=\frac{BA}{CD} \text{ 或 } \frac{OB}{DC}=\frac{BA}{BC}$$

$$\therefore CD=2 \text{ 或 } CD=16$$

$$\therefore \text{点 } D \text{ 为 } (6,0) \text{ 或 } (20,0)$$

\*\*\*\*\*



## 自我检测

【题 1】【答案】D

【解析】 $\because x < 1$ ,

$$\therefore x-1 < 0,$$

$$\therefore \sqrt{x^2 - 2x + 1} = \sqrt{(x-1)^2} = 1-x,$$

故选 D.

【题 2】【答案】B

【解析】将函数整理可得:

$$y = -2(x^2 - 4x + 3),$$

$$= -2(x-3)(x-1),$$

$\therefore$  抛物线的对称轴为  $x=2$ , 且开口向下,

当  $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$  时, 在对称轴的同侧, 离对称轴越近, 对应的函数值越大,

$\therefore$  当  $x = \frac{1}{2}$  时, 函数值最大, 最大值为  $-2.5$ ,

故选 B.

【题 3】【答案】C

【解析】由题意可知:

$\because \triangle ABC$  是等腰三角形, 且  $BC = 10$  米,

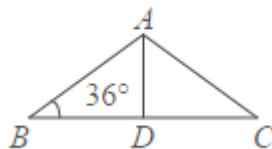
$\therefore BD = CD = 5$  米,

又  $\because \angle B = 36^\circ$ ,

$$\text{在 } \triangle ABD \text{ 中, } \tan 36^\circ = \frac{AD}{BD} = \frac{AD}{5},$$

$$\therefore AD = 5 \tan 36^\circ,$$

故选 C.



【题 4】【答案】A

【解析】本题考查二次根式与完全平方的非负性:

$$\because \sqrt{x+2} + (y-3)^2 = 0,$$

$$\therefore x = -2, y = 3,$$

$$\therefore x^y = (-2)^3 = -8,$$

故选 B.

【题 5】【答案】 $\frac{n^2 + 2n}{n+1}$

$$\text{【解析】 } S_n = 1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2} = \frac{n^2(n+1)^2 + (n+1)^2 + n^2}{n^2(n+1)^2} = \frac{[n(n+1)+1]^2}{[n(n+1)]^2},$$

所以：  $\sqrt{S_n} = \frac{n(n+1)+1}{n(n+1)} = 1 + \frac{1}{n(n+1)} = 1 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$  ,

所以：  $S = 1 + 1 - \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + 1 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = n + 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n^2 + 2n}{n+1}$  .

【题 6】【答案】 8

【解析】 设点  $B$  为  $(b,0)$  ,  $A$  的纵坐标为  $h$  ,

根据题意得：  $\frac{1}{2} \cdot b \cdot h = 12$  ,

$h = \frac{24}{b}$  ,

$\therefore$  点  $A$  的坐标为：  $(\frac{kb}{24}, \frac{24}{b})$  ,

则点  $E$  的坐标为：  $(\frac{b+kb}{2}, \frac{12}{b})$  ,

代入双曲线可得：  $k = 8$  .

【题 7】【答案】 (7,3)

【解析】 由一次函数  $y = \frac{4}{3}x - 4$  可得:

与  $x$  轴交点的坐标为  $A(3,0)$  ,

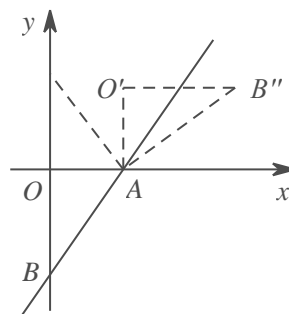
与  $y$  轴的交点的坐标为  $(0,-4)$  ,

$\therefore OA = 3$  ,  $OB = 4$  ,

由题意可得:

$AO' = 3$  ,  $O'B'' = 4$  ,

$\therefore$  点  $B''$  的坐标是  $(7,3)$  .



【题 8】【答案】  $120^\circ$

【解析】 作  $A$  关于  $BC$  和  $CD$  的对称点  $A'$  ,  $A''$  连接  $A'A''$  , 交  $BC$  于点  $M$  , 交  $CD$  于点  $N$  , 则  $A'A''$  即为  $\triangle AMN$  周长的最小值, 作  $DA$  延长线  $AH$  ,

$\because \angle DAB = 120^\circ$

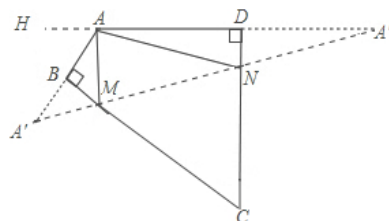
$\therefore \angle HAA' = 60^\circ$  ,

$\therefore \angle AA'M + \angle A'' = \angle HAA' = 60^\circ$  ,

$\because \angle AA'M = \angle MAA'$  ,  $\angle A'' = \angle NAD$  ,

$\therefore \angle MAN = 60^\circ$  ,

$\therefore \angle AMN + \angle ANM = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$  .



【题 9】【答案】  $2\sqrt{7}$

【解析】 本题主要考察菱形以及图形的对称性;

连接  $BD$ ,  $DE$ , 设  $DE$  与  $AC$  交于点  $M$ , 作  $DH$  垂直于  $BA$  的延长线于点  $H$ ,

根据菱形的性质可知:  $B$ ,  $D$  两点关于直线  $AC$  对称,

所以  $ED$  的长即为  $EF + BF$  的最小值,

$$\because \angle BAD = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle DAH = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ,$$

$$\text{在 Rt}\triangle DAH \text{ 中, } AH = AD \cdot \cos 60^\circ = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2,$$

$$HD = AD \cdot \sin 60^\circ = 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3},$$

因为:  $E$  为  $AB$  的中点,

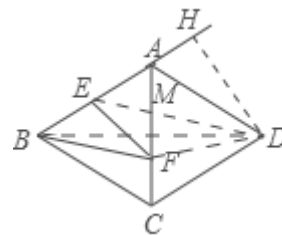
$$\text{所以: } AE = BE = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2,$$

$$EH = AE + AH = 2 + 2 = 4,$$

在  $\text{Rt}\triangle EHD$  中, 根据勾股定理可知:

$$DE = \sqrt{EH^2 + HD^2} = \sqrt{4^2 + (2\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{7},$$

即  $EF + BF$  的最小值是  $2\sqrt{7}$ .



【题 10】【答案】  $2\sqrt{3} - 3$

【解析】作  $DE \perp AC$ , 交  $AC$  的延长线于点  $E$ ,

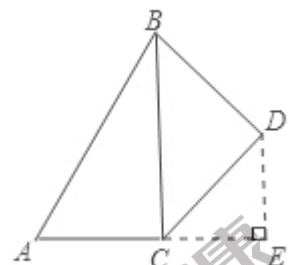
根据题意可得:

$$\angle DCE = \angle BCD = 45^\circ,$$

$$\text{设 } DE = 1, \text{ 则 } CD = \sqrt{2},$$

$$\therefore BC = 2, AC = \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \tan \angle DAC = \frac{DE}{AE} = \frac{1}{1 + \frac{2\sqrt{3}}{3}} = \frac{3}{2\sqrt{3} + 3} = 2\sqrt{3} - 3.$$



【题 11】【解答】 3.

【解析】考点:勾股定理, 中位线.

连接  $DN$ , 由中位线性质的可得  $EF = \frac{1}{2} DN$ ,

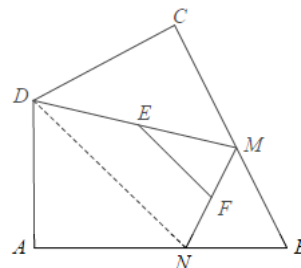
所以当  $DN$  最大值时,  $EF$  取得最大值.

连接  $DN$ , 由点  $E$ 、 $F$  为  $DM$ 、 $MN$  的中点,

$$\therefore EF = \frac{1}{2} DN. \text{ 当点 } N \text{ 移动到 } B \text{ 点上时, } DN \text{ 长度取得最大}$$

值.

在  $\text{Rt}\triangle ABD$  中, 因为  $AB = 3\sqrt{3}$ ,  $AD = 3$ ,



所以  $DN = 6$ ,  $EF = \frac{1}{2}DN = \frac{1}{2} \times 6 = 3$ .

所以答案填: 3.

【题 12】【答案】  $\sqrt{7} \leq a \leq 4\sqrt{2}$

【解析】因为二次函数解析式为  $y = -x^2 + 16$ ,

故当  $x < 0$  时,  $y$  随着  $x$  的增大而增大;

当  $x > 0$  时,  $y$  随着  $x$  的增大而减小;

设二次函数上点的坐标为  $(x, y)$ , “可控变点”的坐标为  $(x, y')$ ,

若  $a < 0$ , 则  $y < 16$ ,  $y'$  将无法取得 16, 故  $a \geq 0$ ,

所以当  $-5 \leq x < 0$  时,  $-9 \leq y < 16$ , 其“可控变点”的坐标为  $(x, -y)$ ,  $-16 < -y \leq 9$ ;

当  $0 \leq x \leq a$  时,  $16 - a^2 \leq y \leq 16$ , “可控变点”的坐标为  $(x, y')$ ,  $16 - a^2 \leq y' \leq 16$ ,

因为  $-16 \leq y' \leq 16$ , 所以  $-16 \leq 16 - a^2 \leq 9$ , 解不等式组可得:  $-4\sqrt{2} \leq a \leq -\sqrt{7}$  或  $\sqrt{7} \leq a \leq 4\sqrt{2}$ ,

又因为  $0 \leq a$ , 所以  $\sqrt{7} \leq a \leq 4\sqrt{2}$ .

【题 13】【答案】  $\frac{(n+1)}{2}a$

【解析】

第一个: 正多边形的面积等于  $a$ ;

第二个: 如图作于  $E$ ;

设正六边形的边长为 2,

$\because$  正六边形的一个内角为  $120^\circ$ ,

$\therefore \angle ABE = 30^\circ$ ,

则  $AE = 1$ ,  $BE = \sqrt{3}$ ,

$\triangle ABD$  的面积为:  $\frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3} \cdot 1 = \sqrt{3}$

$a = 2 \cdot 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$ ,

$\therefore$  正六边形的面积为:  $\frac{3}{2}a$ ;

第三个: 如图,

$\because$  正八边形的一个内角为  $135^\circ$ ,

$\therefore \angle ABD = 45^\circ$ ,

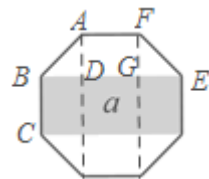
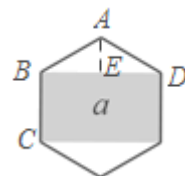
设正八边形的边长为 2,

则正八边形的面积为 1,

四边形  $ABEF$  的面积为  $1 + 2\sqrt{2} + 1 = 2 + 2\sqrt{2}$ ,

$a = 2(2 + 2\sqrt{2}) = 4 + 4\sqrt{2}$ ,

正八边形的面积为  $2a$ ,



通过计算可以看出:第  $n$  个正多边形的面积为  $\frac{(n+1)}{2}a$ .

【题 14】【答案】  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

【解析】  $\because \odot O$  的面积为  $2\pi$ ,

根据圆的面积计算公式可得:  $S=\pi r^2=2\pi$ ,

$\therefore$  圆的半径:  $r=\sqrt{2}$ ,

$\therefore$  圆的内接正三角形的边长为:  $a=\sqrt{6}$ ,

根据正三角形的面积计算公式可知:  $S=\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot a^2=\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot(\sqrt{6})^2=\frac{3\sqrt{3}}{2}$ .

【题 15】【答案】 C

【解析】 设  $A(a,a)$ ,  $B(b,b)$ ,

则  $C(a,\frac{2}{a})$ ,  $D(b,\frac{2}{b})$ ,

$\therefore AC=\frac{2}{a}-a$ ,  $BD=b-\frac{2}{b}$ ,

$\because BD=3AC$ ,

$\therefore b-\frac{2}{b}=3(\frac{2}{a}-a)$ ,

$(b-\frac{2}{b})^2=[3(\frac{2}{a}-a)]^2$ ,

$b^2+\frac{4}{b^2}=9(\frac{4}{a^2}+a^2)-32$ ,

$\because OC^2=\frac{4}{a^2}+a^2$ ,  $OD^2=b^2+\frac{4}{b^2}$ ,

$\therefore 9\cdot OC^2-OD^2=9(\frac{4}{a^2}+a^2)-(b^2+\frac{4}{b^2})=32$ .

故选 C.

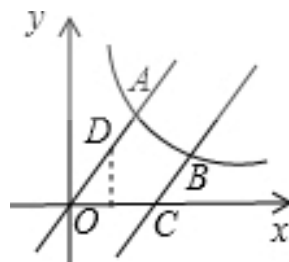
【题 16】【答案】 2

【解析】 设点 A 的坐标为  $(a,2a)$ ,

$\because \frac{AO}{BC}=2$ ,

取 OA 的中点 D,

$\therefore$  点 B 相当于点 D 向右平移了  $\frac{3}{2}$  个单位,





∵点D的坐标为 $(\frac{1}{2}a, a)$ ,

∴B点坐标为 $(\frac{1}{2}a + \frac{3}{2}, a)$ ,

∵点A, B都在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象上,

∴ $a \cdot 2a = (\frac{3}{2} + \frac{1}{2}a) \cdot a$ ,

计算得出 $a = 1$ ,

∴点A的坐标为 $(1, 2)$ ,

∴ $k = 2$ ,

因此, 本题正确答案是: 2.

【题 17】 【答案】  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

【解析】

∵点A坐标为 $(-1, 1)$ ,

∴ $k = -1 \cdot 1 = -1$ ,

∴反比例函数解析式为 $y = -\frac{1}{x}$ ,

∵ $OB = AB = 1$ ,

∴ $\triangle OAB$ 为等腰直角三角形,

∴ $\angle AOB = 45^\circ$ ,

∵ $PQ \perp OA$ ,

∴ $\angle OPQ = 45^\circ$ ,

∵点B和点B'关于直线L对称,

∴ $PB = PB'$ ,  $BB' \perp PQ$ ,

∴ $\angle B'PQ = \angle OPQ = 45^\circ$ ,  $\angle B'PB = 90^\circ$ ,

∴ $B'P \perp y$ 轴,

∴点B'的坐标为 $(-\frac{1}{t}, t)$ ,

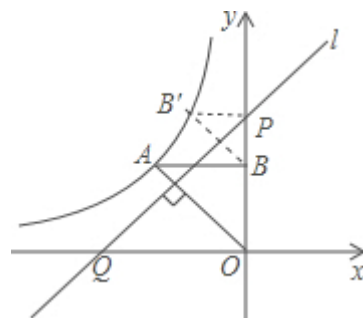
∵ $PB = PB'$ ,

∴ $t - 1 = \left| -\frac{1}{t} \right| = \frac{1}{t}$ ,

整理得 $t^2 - t - 1 = 0$ , 计算得出 $t_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ ,  $t_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$  (不符合题意, 舍去),

∴t的值为 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ .

因此, 本题正确答案是:  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ .



【题 18】【答案】(2,4)、(3,4) 或 (8,4)

【解析】分  $PD=OD$  ( $P$  在右边),  $PD=OD$  ( $P$  在左边),  $OP=OD$  三种情况, 根据题意画出图形, 作  $PQ$  垂直于  $x$  轴, 找出直角三角形, 根据勾股定理求出  $OQ$ , 然后根据图形写出  $P$  的坐标即可.

解: ①当  $PD=OD$  ( $P$  在右边) 时, 根据题意画出图形 1,  
过  $P$  作  $PQ \perp x$  轴交  $x$  轴于  $Q$ , 在  $\text{Rt}\triangle DPQ$  中,  $PQ=4$ ,  
 $PD=OD=OA=5$ ,  
根据勾股定理得:  $DQ=3$ , 故  $OQ=OD+DQ=5+3=8$ , 则  $P_1(8,4)$

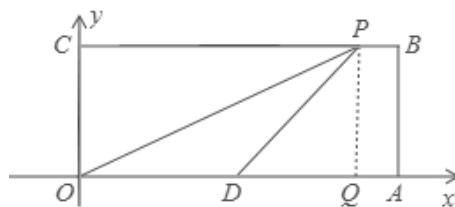


图1

②当  $PD=OD$  ( $P$  在左边) 时, 根据题意画出图形 2,  
过  $P$  作  $PQ \perp x$  轴交  $x$  轴于  $Q$ , 在  $\text{Rt}\triangle DPQ$  中,  $PQ=4$ ,  
 $PD=OD=5$ ,  
根据勾股定理得:  $DQ=3$ , 故  $OQ=OD-DQ=5-3=2$ , 则  $P_2(2,4)$ ;

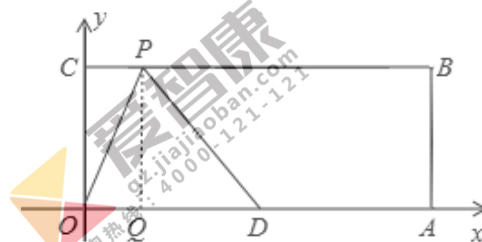


图2

③当  $OP=OD$  时, 根据题意画出图形 3,  
过  $P$  作  $PQ \perp x$  轴交  $x$  轴于  $Q$ , 在  $\text{Rt}\triangle OPQ$  中,  $OP=OD=5$ ,  
 $PQ=4$ ,  
根据勾股定理得:  $OQ=3$ , 则  $P_3(3,4)$ ,  
综上, 满足题意的  $P$  坐标为 (2,4) 或 (3,4) 或 (8,4).  
故答案为: (2,4) 或 (3,4) 或 (8,4).

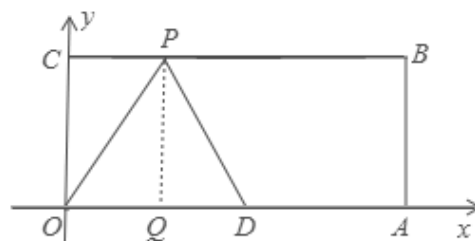


图3

【题 19】【答案】15.4 m

【解析】

在  $\text{Rt}\triangle ACD$  中,  $CD=21\text{ m}$ ,  $\angle DAC=30^\circ$ ,  
则  $AC=\sqrt{3}CD \approx 36.3\text{ m}$ ;  
在  $\text{Rt}\triangle BCD$  中,  $\angle DBC=45^\circ$ ,  
则  $BC=CD=21\text{ m}$ ,  
故  $AB=AC-BC=15.4\text{ m}$ .  
故答案为: 15.4 m.

【题 20】【答案】58.57cm

【解析】在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,

$$\frac{41}{AC} = \tan 35^\circ,$$

计算得出:  $AC = \frac{41}{\tan 35^\circ} = \frac{41}{0.7} = 58.57\text{ 米}$ .

因此, 本题正确答案是 58.57 米.

【题 21】【答案】  $20\sqrt{2}$

【解析】过点  $B$  作  $BD \perp AC$  于点  $D$ ,

根据题意可知:

$$\angle BAC = 45^\circ, \quad \angle ABC = 90^\circ + 15^\circ = 105^\circ,$$

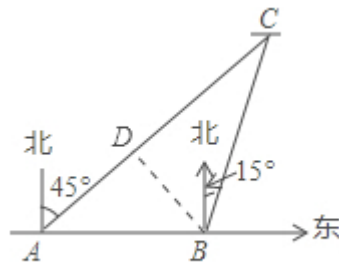
$$\text{则 } \angle ACB = 180^\circ - \angle BAC - \angle ABC = 30^\circ,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABD \text{ 中, } BD = AB \cdot \sin \angle BAD = 20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2},$$

$$\text{在 Rt}\triangle BCD \text{ 中, } BC = \frac{BD}{\sin \angle BCD} = 20\sqrt{2},$$

答: 此时船  $C$  与船  $B$  的距离是  $20\sqrt{2}$  海里.

因此, 本题正确答案是  $20\sqrt{2}$ .



【题 22】【答案】 3

【解析】对于解析式与函数图象的考察, 先根据两点坐标求出直线的解析式, 再将  $C$  点坐标代入即可求出  $m$  的值.

设过  $AB$  两点的函数解析式为:  $y = kx + b (k \neq 0)$ ,

$$\text{则 } 0 = 2k + b \text{ ①, } 2 = b \text{ ②,}$$

$$\text{所以解得: } k = -1, \quad b = 2,$$

$$\text{所以此函数的解析式为: } y = -x + 2,$$

$$\text{把 } C(-1, m) \text{ 代入解析式可得: } m = 3,$$

故答案为 3.

【题 23】【答案】  $y = \frac{1}{x}$

【解析】 $\because$  一次函数  $y = 2x - 1$  的图象经过  $(a, b)$ ,  $(a+1, b+k)$  两点,

$$\therefore b = 2a - 1 \text{ ①, } b + k = 2(a+1) - 1 \text{ ②,}$$

$$\text{联立计算得出 } k = 2,$$

$$\text{则 } y = \frac{k}{2x} = \frac{2}{2x} = \frac{1}{x}, \text{ 即反比例函数的解析式为 } y = \frac{1}{x},$$

$$\text{故答案是: } y = \frac{1}{x}.$$

【题 24】【答案】  $m > -2$

【解析】

$\because$  一次函数  $y = (m+2)x + 1$ , 若  $y$  随  $x$  的增大而增大,

$$\therefore m + 2 > 0,$$

$$\text{解得: } m > -2.$$

故答案是:  $m > -2$ .

【题 25】【答案】  $y = -\sqrt{3}x + 6$

【解析】

设直线  $a$  的函数关系式为  $y = kx + b$ ,

由题意  $l_b: y = kx + b - 3$ ,

$\because$  直线  $b$  经过点  $A(0, 3)$ ,

$\therefore b - 3 = 3$ , 解得  $b = 6$ ,

$\therefore l_a: y = kx + 6$ ,  $l_b: y = kx + 3$ .

直线  $b$  绕点  $A$  顺时针旋转  $60^\circ$  后所得的直线  $AB$  与直线  $b$  相交,  
设直线  $b$  与  $x$  轴交于点  $C$ ,

$\because B(-\sqrt{3}, 0)$ ,  $A(0, 3)$ ,

$\therefore OB = \sqrt{3}$ ,  $OA = 3$ .

在  $\text{Rt}\triangle AOB$  中, 易得  $\angle BAO = 30^\circ$ ,

$\therefore \angle CAB = 60^\circ$ ,

$\therefore \angle OAC = 30^\circ$ ,

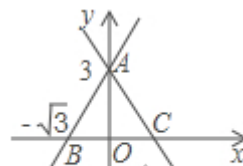
易得  $\text{Rt}\triangle BOA \cong \text{Rt}\triangle COA$ ,

$\therefore OC = OB = \sqrt{3}$ ,

$\therefore C(\sqrt{3}, 0)$ .

将  $C$  点坐标代入直线  $b$  中, 得  $\sqrt{3}k + 3 = 0$ , 解得  $k = -\sqrt{3}$ ,

$\therefore l_a: y = -\sqrt{3}x + 6$ .



【题 26】【答案】 B

【解析】作  $AD \perp x$  轴于  $D$ ,  $CE \perp x$  轴于  $E$ ,  
则  $\angle OEC = \angle ADO = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ ,

$\because A$  的坐标为  $(1, \sqrt{3})$ ,

$\therefore AD = \sqrt{3}$ ,  $OD = 1$ ,

$\because$  四边形  $OABC$  是正方形,

$\therefore OA = OC$ ,  $\angle AOC = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$ ,

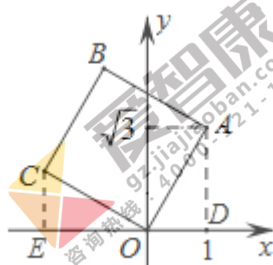
$\therefore \angle 2 = \angle 3$ ,

$\therefore \triangle OCE \cong \triangle AOD$  (AAS),

$\therefore OE = AD = \sqrt{3}$ ,  $CE = OD = 1$ ,

$\therefore C(-\sqrt{3}, 1)$ ,

所以 B 选项是正确的.



【题 27】【答案】C

【解析】设有两个变量  $x$ 、 $y$ ，如果对于在某一范围内的每一个确定的值， $y$  都有唯一确定的值与它对应，那么就称  $y$  是  $x$  的函数， $x$  叫做自变量。因此自变量  $x$  的取值范围是使函数式有意义的  $x$  取值范围。

若  $\frac{\sqrt{x+1}}{x-3}$  有意义，则应保证根号下的式子  $x+1 \geq 0$ ，且分母  $x-3 \neq 0$ ，解得  $x \geq -1$  且  $x \neq 3$ ，即为函数自变量的取值范围。

故本题正确答案为 C。

【题 28】【答案】A

【解析】本题主要考查一次函数的图象与性质。

因为直线  $y = ax + b$  ( $a \neq 0$ ) 不经过第一象限，

所以  $a < 0$ ， $b \leq 0$ ，

已知直线过点  $(2, 3)$ ，代入直线解析式得  $2a + b = -3$ ，

则  $a = \frac{-b-3}{2}$ ， $b = -2a - 3$ ，

所以  $s = a + 2b = \frac{-b-3}{2} + 2b = \frac{3}{2}b - \frac{3}{2} \leq -\frac{3}{2}$ ，且  $s = a + 2b = a + 2(-2a - 3) = -3a - 6 > -6$ ，

故的取值范围是  $-6 < s \leq -\frac{3}{2}$ ，

故本题正确答案为 A。

【题 29】【答案】 $\frac{16}{9}$

【解析】设  $BF = x$ ，则  $CF = 3 - x$ ， $B'F = x$ ，

$\because$  点  $B'$  为  $CD$  的中点，

$\therefore B'C = 1$ ，

在中  $Rt\triangle B'CF$ ， $B'F^2 = B'C^2 + CF^2$ ，即  $x^2 = 1 + (3 - x)^2$ ，

计算得出： $x = \frac{5}{3}$ ，即可得  $CF = 3 - \frac{5}{3} = \frac{4}{3}$ ，

$\because \angle DB'G + \angle DGB' = 90^\circ$ ，

$\angle DB'G + \angle CB'F = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle DGB' = \angle CB'F$ ，

$\therefore Rt\triangle DB'G \sim Rt\triangle CFB'$ ，

根据面积比等于相似比的平方可得： $\frac{S_{\triangle CFB'}}{S_{\triangle DB'G}} = \left(\frac{FC}{B'D}\right)^2 = \left(\frac{\frac{4}{3}}{1}\right)^2 = \frac{16}{9}$ ，

因此，本题正确答案是： $\frac{16}{9}$ 。

【题 30】【答案】8

【解析】由题意可知：

$\because$  四边形  $AECF$  菱形，

$\therefore \angle EAO = \angle FAO$ ，

$\because \angle DAF = \angle FAO$ ，

$\therefore \angle EAO = 30^\circ$ ，

又  $\because BE = OE$ ， $AB = BE + AE = 3$  且  $AE = 2OE$ ，

$\therefore AE = 2$ ， $OE = 1$ ，

$\therefore$  菱形  $AECF$  的周长为：8.

【题 31】【答案】 $45^\circ$

【解析】由题意可知：

$\because AE$  平分  $\angle BAD$ ，

$\therefore \angle BAE = \angle DAE = 45^\circ$ ，

$\therefore \triangle ABE$  是等腰直角三角形， $AB = BE$ ，

$\because \angle CAE = 15^\circ$ ，

$\therefore \angle BCA = \angle DAC = 30^\circ$ ， $\angle OAB = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle ABO$  是等边三角形， $AB = BO$ ，

$\therefore BE = BO$ ， $\angle BEO = \angle BOE = 75^\circ$ ，

$\because \angle BEO = \angle BCO + \angle COE = 30^\circ + \angle COE = 75^\circ$ ，

$\therefore \angle COE = 45^\circ$ .

【题 32】【答案】36

【解析】连接  $AN$ 、 $BM$ ，根据圆周角定理，由  $AB$  是直径，可证  $\angle AMB = 90^\circ$ ，由勾股定理知， $BP^2 = MP^2 + BM^2$ ，

由相交弦定理知  $AP \cdot PM = BP \cdot PN$ ，

原式  $= AP(AP + PM) + BP(BP + PN)$

$$= AP^2 + AP \cdot PM + BP^2 + BP \cdot PN$$

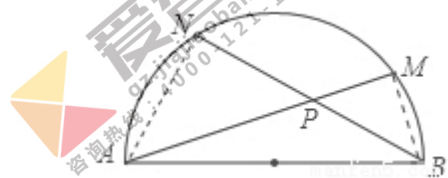
$$= AP^2 + BP^2 + 2AP \cdot PM$$

$$= AP^2 + MP^2 + BM^2 + 2AP \cdot PM$$

$$= AP^2 + AM^2$$

$$= AB^2$$

$$= 36.$$



【题 33】【答案】C

【解析】如图所示：

$\because OD = OA = OB = 5, OE \perp AB, OE = 3,$

$\therefore DE = OD - OE = 5 - 3 = 2\text{cm},$

$\therefore$  点  $D$  是圆上到  $AB$  距离为 2 的点,

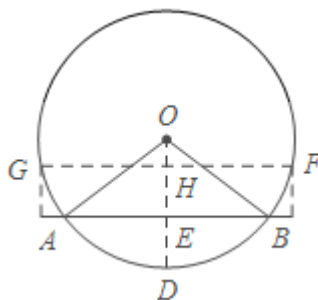
$\because OE = 3\text{cm} > 2\text{cm},$

$\therefore$  在  $OD$  上截取  $OH = 1\text{cm}$ , 过点  $H$  作  $GF \parallel AB$ , 交圆与点  $G$ ,

有  $HE \perp AB, HE = OE - OH = 2\text{cm}$ , 即点  $G, F$  到  $AB$  的距离为 2cm,

$\therefore$  点  $G, F$  也是圆上到  $AB$  的距离为 2cm 的点.

故 C 正确.



$F$  两点, 则

【题 34】【答案】7

【解析】

设  $AB$  的中点为  $D$ ,

$\because DG$  为  $AB$  的垂直平分线,

$\therefore GA = GB$  (垂直平分线上一点到线段两端点距离相等),

$\therefore C_{\triangle GBC} = GB + BC + GC = GA + GC + BC = AC + BC = 17,$

又  $\triangle ABC$  是等腰三角形, 且  $AB = AC$ ,

$\therefore AB + BC = 17,$

$\therefore BC = 17 - AB = 17 - 10 = 7.$

【题 35】【答案】 $\frac{2}{3}$

【解析】考点:垂直平分线, 锐角三角函数.

通过垂直平分线求出相应线段, 利用  $\cos C = \frac{CD}{CE}$  即可求得.

由  $DE$  垂直平分  $BC$ , 知道  $BE = CE = 9, BD = CD = 6, \cos C = \frac{CD}{CE} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}.$

所以答案填:  $\frac{2}{3}.$

【题 36】【答案】A

【解析】

$\because$  在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ, \angle A = 30^\circ, AB = 6\sqrt{3},$

$\therefore CB = \frac{1}{2}AB = 3\sqrt{3}, \angle ABC = 90^\circ - \angle A = 60^\circ,$

$\because DE$  垂直平分  $AB,$

$\therefore BE = AE,$

$\therefore \angle ABE = \angle A = 30^\circ,$

$$\therefore \angle CBE = \angle ABC - \angle ABE = 30^\circ,$$

$$\therefore CE = BC \cdot \tan 30^\circ = 3\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = 3.$$

所以 A 选项是正确的.

【题 37】【答案】7cm 或 1cm

【解析】

(1) 当弦  $AB$  和  $CD$  在圆心同侧时,

过点  $O$  作  $OF \perp CD$ , 垂足为  $F$ , 交  $AB$  于点  $E$ , 连接  $OA$ ,  $OC$ ,

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore AB \perp OE,$$

$$\because AB = 8 \text{ cm}, CD = 6 \text{ cm},$$

$$\therefore AE = 4 \text{ cm}, CF = 3 \text{ cm},$$

$$\because OA = OC = 5 \text{ cm},$$

$$\therefore EO = 3 \text{ cm}, OF = 4 \text{ cm},$$

$$\therefore EF = OF - EO = 1 \text{ cm},$$

(2) 当弦  $AB$  和  $CD$  在圆心异侧时,

过点  $O$  作  $OE \perp AB$  于点  $E$ , 反向延长  $OE$  交  $AD$  于点  $F$ , 连接  $OA$ ,  $OC$ ,

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore OF \perp CD,$$

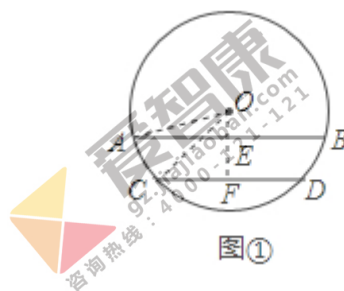
$$\because AB = 8 \text{ cm}, CD = 6 \text{ cm},$$

$$\therefore AE = 4 \text{ cm}, CF = 3 \text{ cm},$$

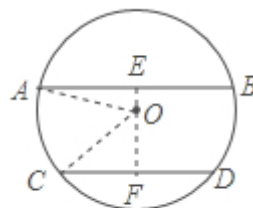
$$\because OA = OC = 5 \text{ cm},$$

$$\therefore EO = 3 \text{ cm}, OF = 4 \text{ cm},$$

$$EF = OF + OE = 7 \text{ cm}.$$



图①



图②

【题 38】【答案】 $\frac{6\sqrt{13}}{65}$

【解析】

过点  $D$  作  $DE \perp AB$  于点  $E$ ,

易知  $BD = 6$ ,

$$\because \tan B = \frac{2}{3},$$

$$\therefore \frac{DE}{BE} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore \text{则 } BE = \frac{3}{2} DE,$$

则由勾股定理得到:  $6^2 = DE^2 + \frac{9}{4} DE^2$ ,





计算得出  $DE = \frac{12\sqrt{13}}{13}$ ,

$$\therefore \sin \angle BAD = \frac{DE}{AD} = \frac{\frac{12\sqrt{13}}{13}}{10} = \frac{6\sqrt{13}}{65}.$$

【题 39】【答案】3

【解析】本题主要考查图形的旋转.

根据图形的旋转的性质可知, 旋转前后的两个图形全等,

则  $AB = A'B' = 16$ ,

在  $\text{Rt}\triangle A'B'C'$  中,  $C'D$  是斜边  $A'B'$  的中线,

$$\text{则 } C'D = \frac{A'B'}{2} = \frac{6}{2} = 3.$$

故本题正确答案为 3.

【题 40】【答案】A

【解析】

$\because PR \perp AB$  于  $R$ , 于  $S$ ,

$\therefore \angle ARP = \angle ASP = 90^\circ$ ,

$\because RP = SP$ ,

$\therefore \text{Rt}\triangle APR \cong \text{Rt}\triangle ASP$ ,

$\therefore AR = AS$ , 故②正确,  $\angle BAP = \angle CAP$ ,

$\therefore AP$  是等边三角形的顶角的平分线, 故①正确,

$\therefore AP$  是  $BC$  边上的高和中线, 即点  $P$  是  $BC$  的中点,

$\because AQ = PQ$ ,

$\therefore$  点  $Q$  是  $AC$  的中点,

$\therefore PQ$  是边  $AB$  对的中位线,

$\therefore PQ \parallel AB$ , 故③正确,

$\because \angle B = \angle C = 60^\circ$ ,

$\angle BRP = \angle CSP = 90^\circ$ ,  $BP = CP$ ,

$\therefore \triangle BRP \cong \triangle CSP$ , 故④正确,

全部正确.

所以 A 选项是正确的.

【题 41】【答案】B

【解析】

过  $A$  点作垂直于直线  $y = -x$  的垂线  $AB$ ,

$\because$  点  $B$  在直线  $y = -x$  上运动,

$\therefore \angle AOB = 45^\circ$ ,

$\therefore \triangle AOB$  为等腰直角三角形,

过  $B$  作  $BC$  垂直  $x$  轴垂足为  $C$ ,

则点  $C$  为  $OA$  的中点,

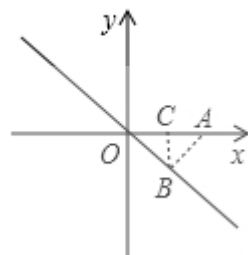
则  $OC = BC = \frac{1}{2}$ ,

作图可以知道  $B$  在  $x$  轴下方,  $y$  轴的右方,

$\therefore$  横坐标为正, 纵坐标为负,

所以当线段  $AB$  最短时, 点  $B$  的坐标为  $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$ ,

所以  $B$  选项是正确的.



【题 42】【答案】B

【解析】考点：二次函数的顶点坐标、性质和图像：

A：由题可知，该二次函数开口向下，对称轴为  $x = 2$ ；因此当  $x < 2$  时， $y$  随  $x$  的增大而增大，当  $x > 2$  时， $y$  随  $x$  的增大而减小。所以 A 错；

B：因为二次函数开口向下，因此有最大值；将  $x = 2$  代入解析式可算得  $y = -3$ 。所以 B 对；

C：计算可得顶点坐标为  $(2, -3)$ 。所以 C 错；

D：计算可得  $\Delta = -3 < 0$ ，因此该二次函数与  $x$  轴没有交点。所以 D 错。

【题 43】【答案】C

【解析】

$\because a$ 、 $b$ 、 $c$  分别为  $\text{Rt}\triangle ABC$  ( $\angle C = 90^\circ$ ) 的三边的长,

$\therefore a^2 + b^2 = c^2$ ,

$\therefore \Delta = 4b^2 - 4(c+a)(c-a) = 4(b^2 - c^2 + a^2) = 0$ ,

$\therefore$  方程有两个相等的两个实数根.

所以 C 选项是正确的.

【题 44】【答案】B

【解析】分析：根据每一项中所给的条件，能判定出三角形全等的则能画出唯一的三角形，不能判定三角形全等的则不能画出唯一的三角形。

①已知三角，不能判定三角形全等，故不能画出唯一的三角形；

②不满足两边之和大于第三边，所以不能做出三角形；

③根据 SSA 不能判定三角形全等，故不能画出唯一的三角形；

④根据 HL 可以判定三角形全等，故能画出唯一的三角形；

⑤根据 SAS 可以判定三角形全等，故能画出唯一的三角形；

⑥根据SSA不能判定三角形全等，故不能画出唯一的三角形；  
综上可知：选B.

【题 45】【答案】B

【解析】考点：一元二次方程，三角形三边关系.

先带入2到一元二次方程组中，可以就出 $m=4$ ，带入就出一元二次方程组的两个解为2、6. 所以有2、2、6；2、6、6两种情况. 由于三角形三边关系两边之和大于第三边，所以2、2、6不符合题意所以舍掉. 所以最终只有2、6、6，周长为14.

所以答案选B.

【题 46】【答案】B

【解析】

$\because$  四边形ABCD是平行四边形，  
 $\therefore BC=AD=8\text{cm}$ ， $CD=AB=6\text{cm}$ ， $BC\parallel AD$ ，  
 $\therefore \angle ADE = \angle CED$ ，  
 $\because ED$ 平分 $\angle ADC$ ，  
 $\therefore \angle ADE = \angle CDE$ ，  
 $\therefore \angle CDE = \angle CED$ ，  
 $\therefore CD = CE = 6\text{cm}$ ，  
 $\therefore BE = BC - CE = 2\text{cm}$ ，

所以B选项是正确的.

【题 47】

【解析】

(1) 设A、B两种型号的篮球的销售单价分别为 $x$ 元和 $y$ 元，

依题意得  $\begin{cases} 3x+8y=622 \\ 5x+4y=402 \end{cases}$  解之得  $\begin{cases} x=26 \\ y=68 \end{cases}$

(2) 设A种型号的篮球能采购 $b$ 个，则B种型号的篮球能采购 $(20-b)$ 个，

则  $26b+68(20-b) \leq 1000$ ，

$\therefore b \geq \frac{60}{7}$ ，

$\therefore b$ 为正整数，

$\therefore$

$b$ 的最小值为9，

$\therefore$

即A种型号的篮球最少能买9个.

【题 48】

【解析】

(1) 设绿地面积的年平均增长率为 $x$ ，根据题意，得

$$57.5 \times (1+x)^2 = 82.8$$

解得：  $x_1 = 0.2$ ；  $x_2 = -2.2$ （不合题意，舍去）

答：增长率为 20%；

（2）由题意，得

$$82.8(1+0.2) = 99.36 \text{ 公顷},$$

答：2015 年该镇绿地面积不能达到 99.36 公顷。

#### 【题 49】

##### 【解析】

（1）设当  $20 \leq x \leq 220$  时，车流速度  $v$  是车流密度  $x$  的一次函数的解析式为  $v = kx + b$ ，由题意可得，把点  $(20, 80)$ 、 $(220, 0)$ ，代入  $v = kx + b$ ，得：

$$\begin{cases} 80 = 20k + b \\ 0 = 220k + b \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k = -\frac{2}{5} \\ b = 88 \end{cases}, \text{ 则一次函数的解析式为 } v = -\frac{2}{5}x + 88$$

$$\text{当各项 } x = 100 \text{ 时, } v = -\frac{2}{5} \times 100 + 88 = 48$$

所以桥上车流密度为 100 辆/千米时的车流速度为 48 千米/小时。

$$\text{（2）由题意可得: } y = vx = -\frac{2}{5}x^2 + 88x = -\frac{2}{5}(x - 110)^2 + 4840$$

则，当车流密度  $x = 110$  是，大桥上车流量  $y$  的最大值为 4840 辆/小时。

#### 【题 50】

##### 【解析】

（1）因为从无人机  $A$  上看目标  $B$  的俯角分别为  $30^\circ$ ，且  $AA' \parallel BC$ ，可得  $\angle B = 30^\circ$ 。

在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $AC = 60 \text{ m}$ ，可得  $AB = 2AC = 2 \times 60 = 120 \text{ m}$ 。

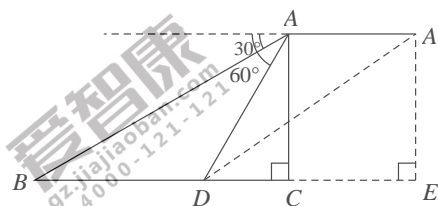
（2）过  $A'$  作  $A'E \perp AA'$  交  $BC$  的延长线于点  $E$ ，可得四边形  $AA'EC$  为矩形，

$\therefore A'E = AC = 60 \text{ m}$ ， $CE = AA' = 30\sqrt{3} \text{ m}$ 。由题可得  $\angle ADC = 60^\circ$ ，因为  $AC = 60 \text{ m}$ ，

$$\text{可求得 } DC = \frac{AC}{\tan \angle ADC} = \frac{60}{\tan 60^\circ} = 20\sqrt{3} \text{ m}.$$

从无人机  $A'$  上看目标  $D$  的俯角  $\angle AA'D = \angle A'DE$ ，在  $\text{Rt}\triangle A'DE$  中，

$$\tan \angle A'DE = \frac{A'E}{DE} = \frac{60}{20\sqrt{3} + 30\sqrt{3}} = \frac{2}{5}\sqrt{3}, \text{ 则从无人机 } A' \text{ 上看目标 } D \text{ 的俯角的正切值为 } \frac{2}{5}\sqrt{3}.$$



#### 【题 51】

##### 【解析】

$$\text{（1）甲: } y = 20x \text{ (} 0 \leq x \leq 8 \text{)} \quad \text{乙: } y = \begin{cases} 25x - 75 & (3 \leq x < 5) \\ 50 & (5 \leq x \leq 6.5) \\ 25x - 112.5 & (6.5 < x \leq 10.9) \end{cases}$$

(2) 把  $y=160$  代入  $y=20x$ , 得:  $x=8$ ,

把  $x=8$  代入  $y=25x-112.5$  得:  $y=25 \times 8 - 112.5 = 87.5$

(3)  $x=6.5$  时最远, 最远距离为 80 米.

### 【题 52】

#### 【解析】

(1) 反比例函数  $y = \frac{4-2m}{x}$  图象经过第四象限, 则  $4-2m < 0$ , 得:  $m > 2$ .

(2) 分别过点  $A$ 、 $B$  作  $AD \perp x$  轴,  $BE \perp x$  轴, 垂足为  $D$ 、 $E$ , 则

$$\triangle CBE \sim \triangle CAD.$$

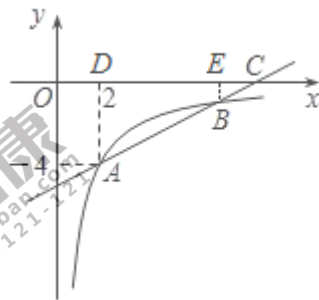
因为  $A$  的坐标是  $(2, -4)$ , 所以  $4-2m = 2 \times (-4) = -8$ , 解得:  $m = 6$ .  $OD = 1$ ,  $AD = 4$ ,

$$\text{因为 } \frac{BC}{AB} = \frac{1}{3},$$

所以  $\frac{CB}{CA} = \frac{BE}{AD} = \frac{1}{4}$ , 所以  $BE = 1$ , 则  $B$  点的纵坐标为  $-1$ , 代入  $y = \frac{-8}{x}$ , 得  $x_B = 8$ ,

所以  $B(8, -1)$

把点  $A$ 、 $B$  的坐标代入解析式  $y = kx + b$ , 解得:  $y = \frac{1}{2}x - 5$ .



### 【题 53】

【解析】(1) 作  $DE \perp x$  轴于  $E$ . 根据题意, 得  $AD = 2$ ,

$$\therefore AE = 1, DE = \sqrt{3},$$

$$\therefore OE = 3, \text{ 即 } D(3, \sqrt{3})$$

设双曲线的解析式是  $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ , 把  $D(3, \sqrt{3})$  代入, 得  $k = 3\sqrt{3}$ ,

(2) 设  $OB$  的中点是  $M$ ,

根据等边三角形的性质和直角三角形的性质得  $M(1, \sqrt{3})$ ,

设点  $M$  向右平移了  $a$  个单位长度,

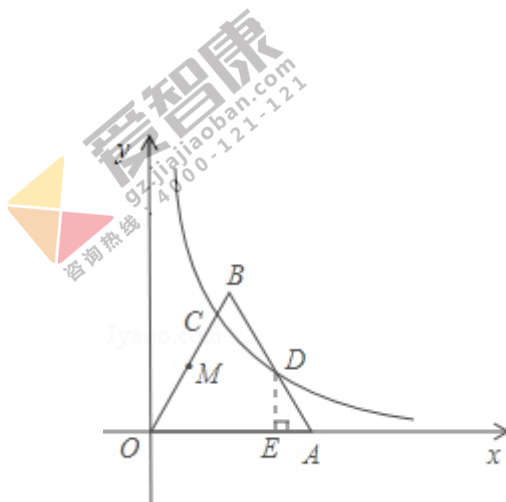
则有  $M'(1+a, \sqrt{3})$ ,

代入 (1) 中的解析式,

$$\therefore \sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}}{1+a},$$

$$\therefore a = 2,$$

$\therefore$  平移距离为 2.



### 【题 54】

【解析】(1) 在平行四边形  $ABCD$  中,  $A(-4, 0)$ ,  $B(-1, 3)$ ,

$$\therefore BC = OA = 4,$$

$$\therefore C(-5, 3),$$

$\therefore$  直线  $y = k_1x + b$  的经过点  $A(-4, 0)$ ,  $C(-5, 3)$ ,

$$\therefore \begin{cases} -4k_1 + b = 0 \\ -5k_2 + b = 3 \end{cases}, \text{ 得 } \begin{cases} k_1 = -3 \\ b = -12 \end{cases},$$

$$\therefore y = -3x - 12,$$

(2) 当  $x < -5$  时,  $k_1x + b > \frac{k_2}{x}$

(3)  $\therefore$  反比例函数的图象经过点  $C(-5, 3)$

$$\therefore 3 = \frac{k_2}{-5}, \text{ 得 } k_2 = -15,$$

$$\therefore y = -\frac{15}{x}$$

$$\text{当 } x = -4 \text{ 时, } y = -\frac{15}{-4} = \frac{15}{4},$$

$\therefore$  当平行四边形  $ABCD$  向上平移  $\frac{15}{4}$  个单位后  $A$  落在反比例函数的图象上

#### 【题 55】

##### 【解析】

(1) 在  $Rt\triangle OAH$  中,  $\angle AHO = 90^\circ$ ,  $\tan \angle AHO = \frac{AH}{OH} = \frac{4}{3}$ ,

$OH = 3$ , 得  $AH = 4$

由勾股定理可得  $AO = \sqrt{OA^2 + AH^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ ,

则  $\triangle OAH$  的周长为:  $AO + AH + OH = 3 + 4 + 5 = 12$

(2) 由 (1) 得  $A(-4, 3)$ , 反比例函数为:  $y = \frac{k}{x}$

将点  $A$  代入, 可得,  $k = -12$  则  $y = -\frac{12}{x}$ ,

将点  $B$  代入  $k = -12$  得  $m = 6$ .

将  $A$ 、 $B$  代入一次函数  $y = ax + b (a \neq 0)$ , 得  $\begin{cases} 3 = -4a + b \\ -2 = 6a + b \end{cases}$ , 解得  $\begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases}$

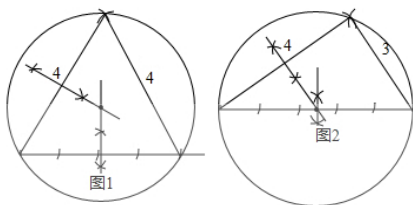
因此一次函数为  $y = -\frac{1}{2}x + 1$ ,

(3) 由图像可知: 当  $-4 < x < 0$ ,  $x > 6$  时一次函数的值小于反比例函数的值.

#### 【题 56】

##### 【解析】

(1) 由题意得: 三角形的三边长分别为 4, 4, 4; 3, 4, 5; 即不同分段得到三条线段能组成 2 个不全等的三角形, 如图所示.



(2) 如图所示: 当三边的单位长度分别为3, 4, 5, 可知三角形为直角三角形, 此时外接圆的半径为斜边长的一半为2.5, 则周长为:  $2\pi \times 2.5 = 5\pi$ ;

当三边的单位长度分别为4, 4, 4时, 外接圆的半径为  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ , 则周长为  $2\pi \times \frac{4\sqrt{3}}{3} = \frac{8\sqrt{3}}{3}\pi$ .

### 【题 57】

【解答】(1) 依题意设直线  $AD$  的解析式为  $y = kx + b$ ,

又点  $A(\frac{4}{3}, \frac{5}{3})$ ,  $D(0, 1)$

$$\text{代入可得} \begin{cases} \frac{4}{3}k + b = \frac{5}{3} \\ b = 1 \end{cases} \quad \text{解得:} \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases}$$

即直线  $AD$  的解析式为  $y = \frac{1}{2}x + 1$

(2) 有(1)可知直线  $AD$  为  $y = \frac{1}{2}x + 1$ ,

令  $y = 0$ , 解得  $x = -2$ , 即交点  $B(-2, 0)$

同理, 亦可求点  $C(3, 0)$

又  $\angle CBE$  不是直角,

①当  $\triangle BOD \sim \triangle BCE$  时,

如图, 过点  $C$  作  $E_1C \perp x$  于交直线  $AD$  于  $E_1$ ,

$$\text{有} \frac{BO}{BC} = \frac{OD}{CE_1}, \text{ 则 } CE_1 = \frac{BC \cdot OD}{BO} = \frac{5 \times 1}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\therefore E_1(3, \frac{5}{2})$$

②当  $\triangle BOD \sim \triangle BEC$  时

如图, 过点  $C$  作  $CE_2 \perp AD$  于点  $E_2$ , 并过点  $E_2$  作  $E_2H \perp x$  轴于点  $H$

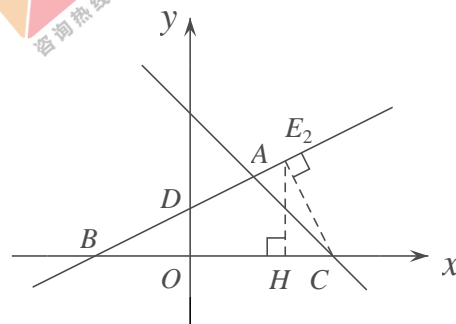
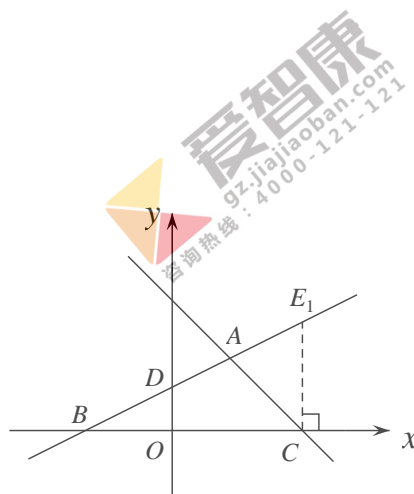
$$\text{有} \frac{BO}{BE_2} = \frac{OD}{E_2C} = \frac{BD}{BC},$$

$$\text{则 } BE_2 = \frac{BC \cdot BO}{BD} = \frac{5 \times 2}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}, \quad E_2C = \frac{OD \cdot BC}{BD} = \frac{1 \times 5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5},$$

在  $\text{Rt}\triangle BE_2C$  中,

$$S_{\triangle BE_2C} = \frac{1}{2}BC \cdot E_2H = \frac{1}{2}BE_2 \cdot CE_2$$

$$\text{则 } E_2H = \frac{BE_2 \cdot CE_2}{BC} = 2,$$



令  $y=2$ ，代入直线  $AD$ ：  $y=\frac{1}{2}x+1$  可得  $x=2$

即点  $E_2(2,2)$

综上，当  $\triangle BOD$  与  $\triangle BCE$  相似时，点  $E_1(3, \frac{5}{2})$  或  $E_2(2,2)$

【题 58】

【解析】

(1)  $\therefore 4-8+a=0$ ，  $a=4$ ，

$\therefore x^2-4x+4=(x-2)^2=0$ ，

$\therefore x_1=x_2=2$ ，

即  $OA=AB=2$ ，

(2)  $\because OA=AB=OB$ ，

$\therefore \triangle AOB$  为等边三角形，

$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2 = \sqrt{3}$ ，

(3) 易知当  $\angle AOP=60^\circ$  时，有  $S_{\triangle POA} = S_{\triangle AOB}$ ，

此时  $P$  所经过的弧长为  $\frac{60^\circ \pi \cdot 2}{180^\circ} = \frac{2\pi}{3}$ ，

当  $\angle AOP=120^\circ$  时，有  $S_{\triangle POA} = S_{\triangle AOB}$ ，

此时  $P$  所经过的弧长为  $\frac{120^\circ \pi \cdot 2}{180^\circ} = \frac{4\pi}{3}$ ，

当  $\angle AOP=240^\circ$  时，有  $S_{\triangle POA} = S_{\triangle AOB}$ ，

此时  $P$  所经过的弧长为  $\frac{240^\circ \pi \cdot 2}{180^\circ} = \frac{8\pi}{3}$ 。

【题 59】

【解析】

(1) 连接  $OM$ ，因为  $AB=AC$ ，所以  $\triangle ABC$  是等腰三角形，

因为  $AE$  平分  $\angle BAC$ ，

所以  $AE \perp BC$

因为  $BM$  平分  $\angle ABC$ ，

所以  $\angle ABM = \angle CBM$ ，

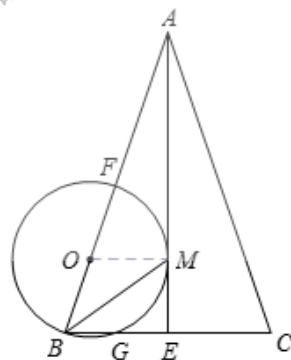
因为  $OB=OM$ ，

所以  $\angle ABM = \angle OMB$ ，

所以  $\angle OMB = \angle CBM$ ，

所以  $OM \parallel BC$ ，

所以  $OM \perp AE$ ，





则  $AE$  与  $\odot O$  相切.

(2) 设圆的半径是  $r$ ,

$\because AB = AC$ ,  $AE$  是角平分线,

$\therefore BE = CE = 3$ ,  $\angle ABC = \angle C$ ,

又  $\cos C = \frac{1}{4}$ ,

$\therefore AB = \frac{BE}{\cos B} = 12$  则  $OA = 12 - r$ ,

$\because OM \parallel BE$ ,

$\therefore \frac{OM}{BE} = \frac{OA}{AB}$ ,

即  $\frac{r}{3} = \frac{12-r}{12}$ ,

计算得出  $r = 2.4$ ,

则圆的直径是 4.8.

#### 【题 60】

#### 【解析】

(1) 作  $BC \perp x$  轴于点  $C$ ,  $AD \perp x$  轴于点  $D$

$\because$  点  $A$ 、 $B$  的横坐标分别为  $a$ 、 $b$  且点  $A$ 、 $B$  分别在  $y_1 = \frac{2}{x} (x > 0)$  和  $y_2 = -\frac{2}{x} (x < 0)$  上

$\therefore A(a, \frac{2}{a})$ ,  $B(b, -\frac{2}{b})$

$\therefore OC = -b$ ,  $OD = a$ ,

$\therefore S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} BC \cdot OC = 1$ ,  $S_{\triangle AOD} = \frac{1}{2} AD \cdot OD = 1$

$\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\text{梯形}ABCD} - S_{\triangle BOC} - S_{\triangle AOD} = S_{\text{梯形}ABCD} - 2$

$CD = a - b$

$S_{\text{梯形}ABCD} = \frac{1}{2} (a - b) (\frac{-2}{b} + \frac{2}{a})$

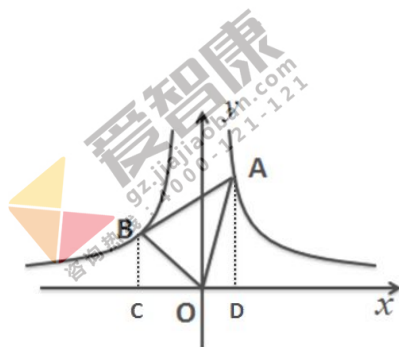
$S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} (a - b) (\frac{-2}{b} + \frac{2}{a}) - 2 = \frac{a^2 + b^2}{-ab}$

$\therefore \triangle AOB$  的面积为  $\frac{a^2 + b^2}{-ab}$

(2)  $A(a, \frac{2}{a})$ ,  $B(b, -\frac{2}{b})$

$\therefore OA^2 = a^2 + (\frac{2}{a})^2$ ,  $OB^2 = b^2 + (-\frac{2}{b})^2$

$\therefore \triangle AOB$  是以  $AB$  为底边的等腰三角形



$$\therefore OA = OB, \quad OA^2 = OB^2$$

$$\therefore a^2 + \left(\frac{2}{a}\right)^2 = b^2 + \left(\frac{-2}{b}\right)^2, \quad \text{解得: } ab = \pm 2,$$

$$\because a > 0, \quad b < 0,$$

$$\therefore ab < 0,$$

$$\therefore ab = -2.$$

### 【题 61】

### 【解析】

(1) 把  $B(3,2)$  代入  $y_2 = \frac{k}{x}$  得:

$$k = 6,$$

$\therefore$  反比例函数解析式为:  $y_2 = \frac{6}{x}$ ,

把  $C(-1,n)$  代入  $y_2 = \frac{6}{x}$ , 得:

$$n = -6,$$

$$\therefore C(-1,-6),$$

把  $B(3,2)$ 、 $C(-1,-6)$  分别代入  $y_1 = ax + b$ , 得:

$$\begin{cases} 3a + b = 2 \\ -a + b = -6 \end{cases}, \quad \text{解得: } \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \end{cases}$$

所以一次函数解析式为  $y_1 = 2x - 4$ .

(2)

由图可知, 当写出  $y_1 > y_2$  时  $x$  的取值范围是  $-1 < 0$  或者  $x > 3$ ,

(3)  $y$  轴上存在点  $P$ , 使  $\triangle PAB$  为直角三角形,

过  $B$  作  $BP_1 \perp y$  轴于  $P_1$ ,

$\angle BP_1A = 90^\circ$ ,  $\triangle P_1AB$  为直角三角形,

此时,  $P_1(0,2)$ ,

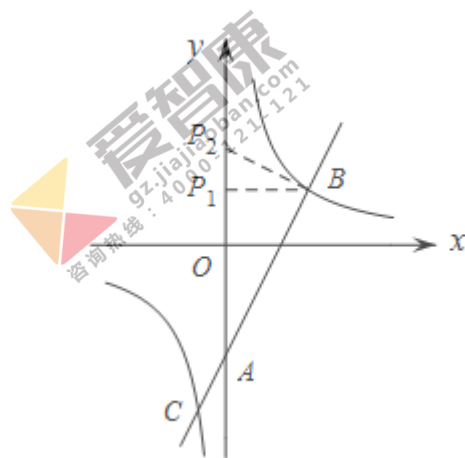
过  $B$  作  $BP_2 \perp AB$  交  $y$  轴于  $P_2$ ,

$\angle P_2BA = 90^\circ$ ,  $\triangle P_2AB$  为直角三角形,

在  $\text{Rt}\triangle P_1AB$  中,

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{P_1B^2 + P_1A^2} \\ &= \sqrt{3^2 + (2+4)^2} \\ &= 3\sqrt{5} \end{aligned}$$

在  $\text{Rt}\triangle P_1AB$  和  $\text{Rt}\triangle P_2AB$  中:



$$\cos \angle P_2AB = \cos \angle P_1AB$$

$$\frac{AB}{P_2A} = \frac{P_1A}{AB}$$

$$P_2A = \frac{AB^2}{P_1A} = \frac{(3\sqrt{5})^2}{6} = \frac{15}{2}$$

$$\therefore P_2O = P_2A - OA = \frac{15}{2} - 4 = \frac{7}{2},$$

$$\therefore P_2(0, \frac{7}{2}),$$

综上所述:  $P_1(0, 2)$ ,  $P_2(0, \frac{7}{2})$

【题 62】

【解析】

(1)  $\because BC$  是  $\odot O$  的直径,  $BE$  是  $\odot O$  的切线,

$$\therefore EB \perp BC.$$

又  $\because AD \perp BC$ ,

$$\therefore AD \parallel BE,$$

$$\therefore \triangle BFC \sim \triangle DGC,$$

$$\triangle FEC \sim \triangle GAC,$$

$$\therefore \frac{BF}{DG} = \frac{CF}{CG},$$

$$\frac{EF}{AG} = \frac{CF}{CG},$$

$$\therefore \frac{BE}{DG} = \frac{EF}{AG},$$

$\because G$  是  $AD$  的中点,

$$\therefore DG = AG,$$

$$\therefore BF = EF.$$

(2) 连接  $AO$ ,  $AB$ ,

$\because BC$  是  $\odot O$  的直径,

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ,$$

在  $\text{Rt}\triangle BAE$  中, 由 (1) 知  $F$  是斜边  $BE$  的中点,

$$\therefore AF = FB = EF,$$

$$\therefore \angle FBA = \angle FAB,$$

又  $\because OA = OB$ ,

$$\therefore \angle ABO = \angle BAO,$$

$\because BE$  是  $\odot O$  的切线,

$$\therefore \angle EBO = 90^\circ,$$

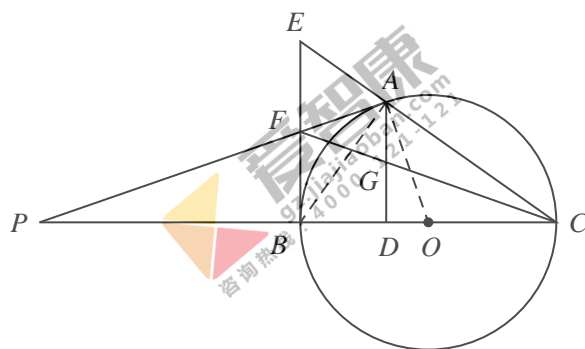
$$\therefore \angle EBO = \angle FBA + \angle ABO$$

$$= \angle FAB + \angle BAO = \angle FAO = 90^\circ,$$

$\therefore PA$  是  $\odot O$  的切线.

(3) 过点  $F$  作  $FH \perp AD$  于点  $H$ ,

$$\therefore BD \perp AD, FH \perp AD,$$



$$\therefore FH \parallel BC,$$

由 (2), 知  $\angle FBA = \angle BAF$ ,

$$\therefore BF = AF,$$

由已知, 有  $BF = FG$ ,

$\therefore AF = FG$ , 即  $\triangle AFG$  是等腰三角形.

$$\because FH \perp AD,$$

$$\therefore AH = GH,$$

$$\because DG = AG,$$

$$\therefore DG = 2HG, \quad \frac{HG}{DG} = \frac{1}{2},$$

$$\because FH \parallel BD, \quad BF \parallel AD, \quad \angle FBD = 90^\circ,$$

$\therefore$  四边形  $BDHF$  是矩形,  $BD = FH$ ,

$$\because FH \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle HFG \sim \triangle DCG,$$

$$\therefore \frac{FH}{CD} = \frac{FG}{CG} = \frac{HG}{DG},$$

$$\text{即 } \frac{BD}{CD} = \frac{FG}{CG} = \frac{HG}{DG} = \frac{1}{2},$$

$$\because \odot O \text{ 的半径长为 } 3\sqrt{2}, \quad BC = 6\sqrt{2},$$

$$\frac{BD}{CD} = \frac{BD}{BC - BD} = \frac{BD}{6\sqrt{2} - BD} = \frac{1}{2}, \quad \text{解得 } BD = 2\sqrt{2} = FH,$$

$$\therefore \frac{FG}{CG} = \frac{HG}{DG} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore CF = 3FG,$$

在  $\text{Rt}\triangle FEC$  中,

$$\because CF = 3FG, \quad BF = FG,$$

$$\therefore CF^2 = BF^2 + BC^2, \quad \text{即 } (3FG)^2 = FG^2 + (6\sqrt{2})^2,$$

解得  $FG = 3$ , 负值舍去,

$$\therefore FG = 3.$$

