

第29届全国中学生物理竞赛预赛试卷参考 解答与评分标准

一、选择题.

答案:

1.D 2.C 3.B 4.AC 5.CD

评分标准:

本题共5小题,每小题6分.每一小题中,全部选对的得6分,选对但不全的得3分,有选错或不答的得0分.

二、填空题和作图题.

答案与评分标准:

6. (共6分) 82 (3分) 206 (3分)

7. (共10分) i.6 (7分)

ii.如图 (3分)

8. $-\frac{gd}{c^2}v$ (10分)

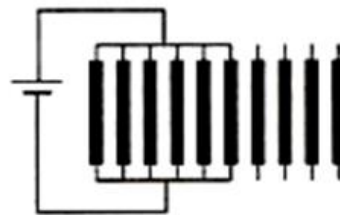
9. (共10分) $\frac{(M+m)\mu g}{\gamma}$ (5分)

$\frac{\mu^2 g^2 (M+m)}{2\gamma}$ (5分)

10. (共16分) 逐渐增大,最后趋向一恒定值. (4分)

逐渐减少,最后变到零. (4分)

$e \frac{V_1 - V_2}{v_1 - v_2}$ (4分) $\frac{V_1 v_2 - V_2 v_1}{v_1 - v_2} e$ (4分)



三、计算题.

11.参考解答:

设球A刚要离地面时联接球B的绳与其初始位置的夹角为 θ ,如图所示,这时球B的速度为 v ,绳对球B的拉力为 T ,根据牛顿定律和能量守恒,有

$$T - mg \sin \theta = m \frac{v^2}{l} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = m g l \sin \theta \quad (2)$$

当A球刚要离开地面时,有

$$T = mg \quad (3)$$

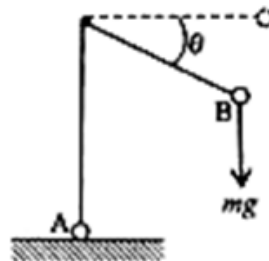
以 h 表示所求的高度差,则有

$$h = l \sin \theta \quad (4)$$

由(1)、(2)、(3)、(4)四式得

$$h = \frac{1}{3} l \quad (5)$$

评分标准: 本题共18分.



(1)、(2) 式各 6 分, (3)、(5) 式各 3 分.

12.参考解答:

设单位体积中自由电子数为 n , 则有

$$\frac{l}{S} = nqu \quad (1)$$

而

$$n = \frac{\rho}{\mu} N_0 \quad (2)$$

由以上两式得

$$u = \frac{\mu l}{\rho q S N_0} \quad (3)$$

代入已知数据得

$$u = 7.5 \times 10^{-5} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad (4)$$

评分标准: 本题 20 分.

(1) 式 6 分, (2) 式 8 分, (3) 式 2 分, (4) 式 4 分.

13.参考解答:

解法一

i. 由于 A 球始终以恒定的速度 v_0 运动, 故随 A 球一起运动的参考系 S' 为惯性系.

在参考系 S' 中, 因 A 球静止, 故作用于 A 球的外力 f 不做功, A、B 两球构成的系统的能量守恒. 当两球间的距离为 l_0 时, B 球以初速度 v_0 向左运动, 随着 B 球远离 A 球, 其动能在库仑力作用下逐渐变小, 两球的静电势能增大, 当 B 球动能减少到 0 时, A、B 间距达到最大值 l_M . 由能量守恒定律有

$$-k \frac{Qq}{l_M} = \frac{1}{2} M v_0^2 - k \frac{Qq}{l_0} \quad (1)$$

解得

$$l_M = \frac{2kQql_0}{2kQq - Mv_0^2} \quad (2)$$

ii. 为了计算变力 f 作的功, 应回到初始时 B 球相对它静止的参考系 S 来考察问题, 相对 S 系, 当两球间的距离为 l_0 时, A 球的速度为 v_0 , B 球的速度为 0; 当两球的速度相等时, 两球间距离达到最大值 l_M , 由功能关系, 在这过程中, 变力 f 的功

$$W = \left[\frac{1}{2} (M+m) v_0^2 - k \frac{Qq}{l_M} \right] - \left[\frac{1}{2} m v_0^2 - k \frac{Qq}{l_0} \right] \quad (3)$$

由 (2)、(3) 两式得

$$W = M v_0^2 \quad (4)$$

解法二

在开始时 B 球相对它静止的参考系 S 中来考察问题.初始时, A 球的速度为 v_0 , B 球的速度为 0, 当两球间距离达到最大值 l_M 时, 两球的速度相等, 都是 v_0 , 根据动量定理和功能关系有

$$J = (m + M)v_0 - mv_0 \quad (1)$$

$$W = \frac{1}{2}(m + M)v_0^2 - k \frac{qQ}{l_M} - \left(\frac{1}{2}mv_0^2 - k \frac{qQ}{l_0} \right) \quad (2)$$

式中 J 和 W 分别是在所考察过程中变为 f 的冲量和功.在所考察过程中某一时间间隔 Δt_i 内, f_i 的冲量为 $\Delta J_i = f_i \Delta t_i$, 在所考察的过程中, f 的总冲量

$$J = \sum_i \Delta J_i = \sum_i f_i \Delta t_i \quad (3)$$

在 Δt_i 时间内, A 球的位移 $\Delta s_i = v_0 \Delta t_i$, 力 f_i 做的功为 $\Delta W_i = f_i \Delta s_i = f_i v_0 \Delta t_i$, 在所考察的过程中, f 的总功

$$W = \sum_i \Delta W_i = \sum_i f_i v_0 \Delta t_i \quad (4)$$

由以上四式得

$$k \frac{Qq}{l_M} = \frac{1}{2} M v_0^2 + k \frac{Qq}{l_0} \quad (5)$$

由 (5) 式得

$$l_M = \frac{2kQql_0}{2kQq - Mv_0^2} \quad (6)$$

把 (6) 式代入 (2) 式得

$$W = Mv_0^2 \quad (7) \text{ 评}$$

分标准: 本题 20 分.

解法一

(2)、(4) 式各 10 分.

解法二

(6)、(7) 式各 10 分.

14. 参考解答.

以 m 表示碘蒸气的总质量, m_1 表示蒸气的温度为 T 时单原子分子的碘蒸气的质量, μ_1 、 μ_2 分别表示单原子分子碘蒸气和双原子分子碘蒸气的摩尔质量, p_1 、 p_2 分别表示容器中单原子分子碘蒸气和双原子分子碘蒸气的分压器, 则由理想气体的状态方程有

$$p_1 V = \frac{m_1}{\mu_1} RT \quad (1)$$

$$p_2 V = \frac{m - m_1}{\mu_2} RT \quad (2)$$

其中, R 为理想气体常量.

根据道尔顿分压定律, 容器中碘蒸气的总压强 p 满足关系式

$$p = p_1 + p_2 \quad (3)$$

设

$$\alpha = \frac{m_1}{m} \quad (4)$$

为单原子分子碘蒸气的质量与碘蒸气的总质量的比值, 注意到

$$\mu_1 = \frac{1}{2} \mu_2 \quad (5)$$

由以上各式解得

$$\alpha = \frac{\mu_2 V p}{m R T} - 1 \quad (6)$$

代入有关数据可得, 当温度为 1073K 时,

$$\alpha = 0.06 \quad (7)$$

当温度为 1473K 时,

$$\alpha = 0.51 \quad (8)$$

评分标准: 本题 20 分.

(1)、(2)、(3)、(6) 式各 4 分, (7)、(8) 式各 2 分.

15. 参考解答:

当线框绕转轴转过 $\theta = \omega t$ 的角度时, 其位置如图 1 所示, 俯视图如图 2 所示.

当线框以角速度 ω 绕 OO' 转动时, 线框与轴线平行的两条边的速度都是 v , 且

$$v = \alpha \omega \quad (1)$$

L 中的电流产生的磁场在这两条边所在处的磁感应强度分别为

$$B = k \frac{I}{r} \quad (2)$$

和

$$B' = k \frac{I}{r'} \quad (3)$$

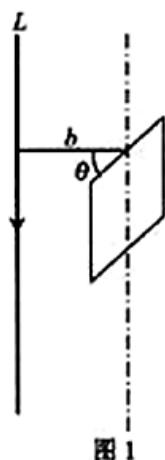


图 1

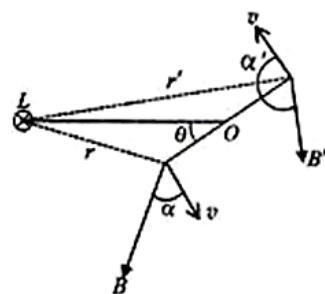


图 2

式中 r 和 r' 分别为这两条边到 L 的距离. 线

框的两条边的速度 v 的方

向与 B 和 B' 的方向间的夹角分别为 α 和 α' . 由电磁感应定律, 线框的感应电动势为

$$\mathcal{E} = 2Bav \sin \alpha + 2B'av \sin \alpha' \quad (4)$$

注意到

$$\frac{\sin \theta}{r} = \frac{\sin(\pi - \alpha)}{b} = \frac{\sin \alpha}{b} \quad (5)$$

$$\frac{\sin \theta}{r'^2} = \frac{\sin(\pi - \alpha')}{b} = \frac{\sin \alpha'}{b} \quad (6)$$

以及

$$r^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta \quad (7)$$

$$r'^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos \theta \quad (8)$$

由以上各式得

$$E = 2kIa^2b\omega \left(\frac{1}{a^2 + b^2 - 2ab\cos\omega t} + \frac{1}{a^2 + b^2 + 2ab\cos\omega t} \right) \sin\omega t \quad (9)$$

由欧姆定律得线框中的感应电流

$$i = \frac{E}{R} \quad (10)$$

由(9)、(10)两式得

$$i = \frac{2kIa^2b\omega}{R} \left(\frac{1}{a^2 + b^2 - 2ab\cos\omega t} + \frac{1}{a^2 + b^2 + 2ab\cos\omega t} \right) \sin\omega t \quad (11)$$

评分标准：本题 20 分.

(1) 式 2 分, (4) 式 8 分. (5)、(6)、(7)、(8) 式各 1 分. (10) 式 2 分, (11) 式 4 分.

16. 参考解答：

设一年前、后卫星的速度分别为 v_1 、 v_2 ，根据万有引力定律和牛顿定律有

$$G \frac{Mm}{R_1^2} = m \frac{v_1^2}{R_1} \quad (1)$$

$$G \frac{Mm}{R_2^2} = m \frac{v_2^2}{R_2} \quad (2)$$

式中 G 为万有引力恒量， M 为地球的质量. R_1 和 R_2 分别为一年前、后卫星轨道的半径，即

$$R_1 = R_0 + H \quad (3)$$

$$R_2 = R_0 + H - \Delta H \quad (4)$$

卫星在一年时间内动能的增量

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \quad (5)$$

由(1)、(2)、(5)三式得

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}GMm \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) \quad (6)$$

由(3)、(4)、(6)式可知， $\Delta E_k > 0$ ，表示在这过程中卫星的动能是增加的.

在这过程中卫星引力势能的增量

$$\Delta E_r = -GMm \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) \quad (7)$$

$\Delta E_r < 0$ ，表示在这过程中卫星的引力势能是减少的，卫星机械能的增量

$$\Delta E = \Delta E_k + \Delta E_r \quad (8)$$

由(6)、(7)、(8)式得

$$\Delta E = -\frac{1}{2}GMm \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) \quad (9)$$

$\Delta E < 0$, 表示在这过程中卫星的机械能是减少的.由(3)、(4)式可知, 因 R_1 、 R_2 非常接近, 利用

$$R_1 - R_2 = \Delta H \quad (10)$$

$$R_1 R_2 = R_1^2 \quad (11)$$

(9) 式可表示为

$$\Delta E = -\frac{1}{2} \frac{GMm}{R_1^2} \Delta H \quad (12)$$

卫星机械能减少时因为克服空气阻力做了功.卫星在沿半径为 R 的轨道运行一周过程中空气作用于卫星的阻力做的功

$$W_1 = -F \times 2\pi R = -\rho\pi AC R v^2 \quad (13)$$

$$\text{根据万有引力定律和牛顿定律有 } G \frac{Mm}{R^2} = m \frac{v^2}{R} \quad (14)$$

由(13)、(14)式得

$$W_1 = -\rho\pi AC GM \quad (15)$$

(15) 式表明卫星在绕轨道运行一周过程中空气阻力做的功是一恒量.与轨道半径无关.卫星绕半径为 R 的轨道运行一周经历的时间

$$T = \frac{2\pi R}{v} \quad (16)$$

由(14)、(16)式得

$$T = 2\pi R \sqrt{\frac{R}{GM}} \quad (17)$$

由于在一年时间内轨道半径变化不大, 可以认为 T 是恒量, 且

$$T = 2\pi R_1 \sqrt{\frac{R_1}{GM}} \quad (18)$$

以 τ 表示一年的时间, 有

$$\tau = 3600s \times 365 \times 24 = 3.15 \times 10^7 s \quad (19)$$

卫星在一年时间内作圆周运动的次数

$$n = \frac{\tau}{T} \quad (20)$$

在一年时间内卫星克服空气阻力作的功

$$W = nW_1 \quad (21)$$

由功能关系有

$$W = \Delta E \quad (22)$$

由(15)、(18)、(20)、(21)、(22) 各式并利用 $G \frac{M}{R_1^2} = g$ 得

$$\rho = \frac{m\Delta H}{\tau A C R_1 \sqrt{R_1 g}} \quad (23)$$

代入有关数据得

$$\rho = 1.54 \times 10^{-13} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \quad (24)$$

评分标准：本题 20 分.

(6) 式 3 分, (7) 式 2 分, (9)、(12) 式各 1 分, (15) 式 3 分, (23) 式 7 分, (24) 式 3 分.

