第30届全国中学生物理竞赛预赛试卷参考解答与评分标准

一、 选择题.

本题共5小题，每小题6分.在每小题给出的4个选项中，有的小题只有一项符合题意，有的小题有多项符合题意.把符合题意的选项前面的英文字母写在每小题后面的方括号内.全部选对的得6分，选对但不全的得3分，有选错或不答的得0分.

答案：

1. A、B　　2. D　　3. D　　4. B、C　　5. D

二、 填空题和作图题.

答案与评分标准：

6.（共8分）

^{133}Cs 跃迁时所对应的电磁波振动9192631770个周期的时间（4分）.

光在真空中再 $\frac{1}{299792458}$ 秒的时间内所传播距离的长度（4分）

7.（共8分）

$$\frac{m_1 \sin\theta\cos\theta}{m_2 + m_1\sin^2\theta} g$$

8.（共8分）

两个凸透镜（4分）.光源（1分）三棱镜（1分）.三棱镜（1分）屏（1分）

9.（共12分）

$0.10mg$（4分）

$0.10mg$（4分）

$2.2mg$（4分）

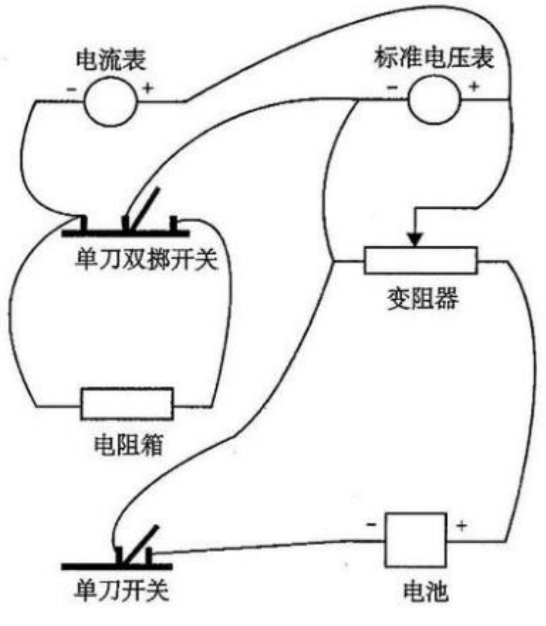
10.（共14分）

i.连线如图所示（8分）

ii.81.52（2分，只要小数点后是二位数，都给这2分）

5.532（2分，只要小数点后是三位数，都给这2分）

1.8424（2 分，只要小数点后是四位数，都给这2分）



三、 计算题.

计算题的解答应写出必要的文字说明、方程式和重要的演算步骤，只写出最后结果的不能得分.有数值计算的，答案中必须明确写出数值和单位.

11.参考解答：

取抛射点为坐标原点，x 轴沿水平方向，y 轴竖直向上，抛射角为 θ.抛出时刻时间

t 取为 0，对任何斜抛小球有

$$x = tv_0\cos\theta \tag{1}$$

$$y = tv_0\sin\theta - \frac{1}{2}gt^2 \tag{2}$$

消去 t 得小球运动的轨迹方程为

$$y = x\tan\theta - \frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta}x^2 \tag{3}$$

取 $y=0$，解出 x 即为射程 d

$$d = \frac{v_0^2\sin 2\theta}{g} \tag{4}$$

利用（4）式可得小球在空中运行的时间

$$T = \frac{d}{v_0\cos\theta} = \frac{2v_0\sin\theta}{g} \tag{5}$$

以 $\theta_{\rm A}$ 表示小球 A 的抛射角， $\theta_{\rm B}$ 表示小球 B 的抛射角，现要两小球射程相同，由（4）式有按题意有

$$\sin 2\theta_{\rm A} = \sin 2\theta_{\rm B} \tag{6}$$

而

$$2\theta_{\rm A} = \pi\text{-}2\theta_{\rm B} \tag{7}$$

由（5）式，小球 A 和 B 在空中运行的时间分别为

$$T_{\rm A} = \frac{2v_0\sin\theta_{\rm A}}{g} \tag{8}$$

$$T_{\rm B} = \frac{2v_0\sin\theta_{\rm B}}{g} \tag{9}$$

由（7）、（8）、（9）式可得

$$T_{\rm B} = \frac{\sqrt{4v_0^2 - \left(T_{\rm A}g\right)^2}}{g} \tag{10}$$

评分标准：

本题 20 分.（1）、（2）式各 4 分，（4）、（7）式各 3 分，（8）、（9）、（10）式各 2 分.

12. **参考解答**

地球绕太阳运行时，由万有引力定律和牛顿定律有

$$G\frac{M_{\rm E}M_{\rm S}}{r^2} = M_{\rm E}\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r \tag{1}$$

其中，G 为引力恒量，$M_{\rm E}$ 和 $M_{\rm S}$ 分别为地球和太阳的质量，r 为日地距离，T 为地球公转周期.令 $R_{\rm s}$ 表示太阳半径，根据题意有

$$\frac{2R_s}{r}=\theta \qquad (2)$$

由（1）和（2）式得

$$G\frac{M_s}{R_s^3}=8\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\left(\frac{1}{\theta}\right)^3 \qquad (3)$$

由万有引力定律和牛顿定律，对地球表面处质量为 m 的物体有

$$G\frac{M_{\mathrm{E}}m}{R_{\mathrm{E}}^2}=mg \qquad (4)$$

其中 R_E 为地球半径，据题意已知

$$2\pi R_{\mathrm{E}}=360l \qquad (5)$$

代入上式得

$$\frac{GM_{\mathrm{E}}}{R_{\mathrm{E}}^3}=\frac{\pi g}{180l} \qquad (6)$$

令 ρ_{S} 和 ρ_{E} 分别表示太阳和地球的密度，则有

$$\rho_{\mathrm{S}}=\frac{M_{\mathrm{S}}}{\frac{4}{3}\pi R_s^3} \qquad \rho_{\mathrm{E}}=\frac{M_{\mathrm{E}}}{\frac{4}{3}\pi R_{\mathrm{E}}^3} \qquad (7)$$

由（3）、（6）、（7）式得

$$\frac{\rho_{\mathrm{E}}}{\rho_{\mathrm{S}}}=\frac{gT^2\theta^3}{180l\times 32\pi} \qquad (8)$$

代入数据，得

$$\frac{\rho_{\mathrm{E}}}{\rho_{\mathrm{S}}}=3.92 \qquad (9)$$

评分标准：

本题 20 分.（1）、（2）式各 3 分，（3）式 1 分，（4）、（5）式各 3 分，（6）式 1 分，（7）、（8）式各 2 分，（9）式 2 分（在 3.91 到 3.93 范围内的都给这 2 分）.

13. 参考解答：

量热器、油和线圈构成的系统在单位时间内吸收的热量等于通过线圈的电流的电功率.设加在线圈两端的电压为 U，当线圈的电阻为 R_0 时，电流的功率

$$P_0=\frac{U^2}{R_0} \qquad (1)$$

根据题意有

$$v_0=kP_0 \qquad (2)$$

式中 v_0 为 0° 时系统升温的速率，k 为比例系数.同理当油温为 $30^\circ\mathrm{C}$ 时有

$$P_{30}=\frac{U^2}{R_0} \qquad (3)$$

$$v_{30} = kP_{30} \qquad (4)$$

式中v_{30}为$30^{\circ}\mathrm{C}$系统升温的速率.由（1）、（2）、（3）、（4）各式得

$$\frac{R_{30}}{R_0} = \frac{v_0}{v_{30}} = 1 + 30\alpha \qquad (5)$$

代入数据得

$$\alpha = 3.7 \times 10^{-3} K^{-1} \qquad (6)$$

评分标准：

本题 16 分.（1）式 3 分，（2）式 2 分，（3）式 3 分，（4）式 2 分，（5）式 4 分，（6）式 2 分.

14. **参考解答：**

令ΔU表示系统内能的增量，Q和W分别表示系统吸收的热量和外界对系统所做的功，由热力学第一定律

$$\Delta U = Q + W \qquad (1)$$

令T_1和T_2分别表示状态A和状态B的温度，有

$$\Delta U = \frac{3}{2}R\left(T_2 - T_1\right) \qquad (2)$$

令p_1、p_2和V_1、V_2分别表示状态A、B的压强和体积，由（2）式和状态方程可得

$$\Delta U = \frac{3}{2}\left(p_2 V_2 - p_1 V_1\right) \qquad (3)$$

由状态图可知，做功等于图线下所围面积，即

$$W = -\frac{1}{2}\left(p_1 + p_2\right)\left(V_2 - V_1\right) \qquad (4)$$

要系统吸热，即$Q > 0$，由以上各式可得

$$\frac{3}{2}\left(p_2 V_2 - p_1 V_1\right) + \frac{1}{2}\left(p_1 + p_2\right)\left(V_2 - V_1\right) > 0 \qquad (5)$$

按题意，$\dfrac{p_2}{p_1} = \dfrac{1}{2}$，代入上式，可得

$$\frac{V_2}{V_1} > \frac{3}{2} \qquad (6)$$

评分标准：

本题 18 分.（1）、（2）、（3）式各 3 分，（4）式 4 分，（5）式 3 分，（6）式 2 分.

15. **参考解答：**

i.令F表示此时刻外力的大小，v表示此时杆的速度，P表示外力的功率，则有

$$P = Fv = Fat \qquad (1)$$

在t时刻，由牛顿定律有

$$F - I_1 BL = ma \qquad (2)$$

由上两式得

$$P=\left(ma+I_1BL\right)at \qquad (3)$$

ii.在 t 时刻，杆运动产生的电动势

$$\mathrm{E}=BLat \qquad (4)$$

令 E_1、E_2 分别表示原、副线圈两端的感应电动势，并有 $\mathrm{E}_1=\mathrm{E}$ ，U_1、U_2 分别表示原、副线圈两端的电压，I_2 表示副线圈中的电流，由欧姆定律有

$$\mathrm{E}_1=\mathrm{E}=U_1+I_1r \qquad (5)$$

$$\mathrm{E}_2=U_2=I_2R \qquad (6)$$

根据题的假设，利用法拉弟电磁感应定律，有

$$\frac{\mathrm{E}_1}{\mathrm{E}_2}=\frac{N_1}{N_2} \qquad (7)$$

由（4）、（5）、（6）、（7）式可得

$$U_1=atBL-I_1r \qquad (8)$$

$$U_2=\frac{N_2}{N_1}\left(atBL-I_1r\right) \qquad (9)$$

$$I_2=\frac{N_2}{N_1R}\left(atBL-I_1r\right) \qquad (10)$$

外力的功率转化为：杆的动能的变化率

$$P_{\mathrm{Ek}}=ma^2t \qquad (11)$$

电阻 r 上消耗的功率

$$P_r=I_1^2r \qquad (12)$$

电阻 R 上消耗的功率

$$P_R=I_2^2R=\frac{N_2^2}{N_1^2R}\left(atBL-I_1r\right)^2 \qquad (13)$$

变压器内场能的变化率

$$W_{\mathrm{B}}=U_1I_1-U_2I_2=\left(atI_1BL-I_1^2r\right)-\left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2\frac{\left(atBL-I_1r\right)^2}{R} \qquad (14)$$

评分标准：

本题 23 分

第 i 问 5 分.（1）、（2）式各 2 分，（3）式 1 分.

第 ii 问 18 分.（4）式 2 分，（5）、（6）式各 1 分，（7）式 3 分，（8）、（9）、（10）式各 1 分，（11）式 2 分，（12）式 1 分，（13）式 2 分，（14）式 3 分.

16. **参考解答：**

以固定的光滑水平面为参考系，选开始时 C 所处的空间固定点为原点，沿水平向右为 x 轴的正方向.设 P 到达 C 孔时的速度为 v_1，球壳的速度为 v_2，由动量守恒和能量守恒

（规定 P 与球相距无限远时电势能为 0）有

$$mv_0 = mv_1 + mv_2 \tag{1}$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 + k\frac{Q^2}{R} \tag{2}$$

P 进入 C 后，因均匀带电球壳在壳内产生的场强为 0，故 P 和球壳都做匀速运动，相对速度为 $v_1 - v_2$，若经过 t_1 时间，P 与弹簧的左端相接触，因走过的相对距离为 R，故有

$$t_1 = \frac{R}{v_1 - v_2} \tag{3}$$

由以上各式，可得

$$t_1 = R\left(v_0^2 - \frac{4kQ^2}{Rm}\right)^{-\frac{1}{2}} \tag{4}$$

此后，弹簧将被压缩，以 x_1 和 x_2 分别表示弹簧两端的位置（即 P 和球壳右端的位置），则弹簧的形变为

$$X = R - \left(x_2 - x_1\right) \tag{5}$$

以 a_1 和 a_2 分别表示 P 和球壳的加速度，由胡克定律和牛顿定律，有

$$ma_1 = -\eta X \tag{6}$$

$$ma_2 = \eta X \tag{7}$$

得

$$m\left(a_1 - a_2\right) = -2\eta X \tag{8}$$

即两者的相对运动时简谐振动.其周期为

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2\eta}} \tag{9}$$

所以，从 P 开始于弹簧的左端接触，以后弹簧被压缩、恢复直到 P 刚要与弹簧分离，这一过程所经历的时间 t_2 应为

$$t_2 = \frac{T}{2} = \pi\sqrt{\frac{m}{2\eta}} \tag{10}$$

从两物体碰撞来看，从 P 开始与弹簧的左端接触，以后弹簧被压缩、恢复直到 P 刚要与弹簧碰撞，两物体的质量又相同，所以可证碰撞前后必然是交换速度，即 P 的速度变为前述的 v_2，而球壳的速度变为前述的 v_1，P 相对球壳的速度的大小仍为 $v_1 - v_2$，但方向向左，所以从开始分离到回到小孔 C 时所经历的时间 t_3 应和（3）、（4）式得结果相同.即

$$t_3 = R\left(v_0^2 - \frac{4kQ^2}{Rm}\right)^{-\frac{1}{2}} \quad (11)$$

所以从 P 进入 C 孔到由 C 孔出来所经历的时间为

$$t = t_1 + t_2 + t_3 = \pi\sqrt{\frac{m}{2\eta}} + 2R\left(v_0^2 - \frac{4kQ^2}{Rm}\right)^{-\frac{1}{2}} \quad (12)$$

评分标准：

本题 23 分.（1）、（2）式各 3 分，（4）式 2 分，（9）式 8 分，（10）式 2 分，（11）式 2 分，（12）式 3 分.