成都七中 2017-2018 学年度上期
2020 届半期考试数学试卷

考试时间：120 分钟　总分：150 分

一.选择题(每小题 5 分,共 60 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合要求.)

1.已知集合 $M=\{0,1\}$, $N=\{0,2,3\}$, 则 $N\cap M=$ (　)

$(A)\{2\}$　$(B)\{1\}$　$(C)\{0\}$　$(D)\{0,1\}$

2.函数 $f(x)=\sqrt{2-x}+\lg(x+1)$ 的定义域为 (　)

$(A)(-1,2]$　$(B)[-1,2]$　$(C)[2,+\infty)$　$(D)(-\infty,-1)$

3.下列函数为 R 上的偶函数的是 (　)

$(A)y=x^2+x$　$(B)y=3^x+\dfrac{1}{3^x}$　$(C)y=x+\dfrac{1}{x}$　$(D)y=|x-1|-|x+1|$

4.集合 $C=\{(x,y)|\,y-x=0\}$,集合 $D=\left\{(x,y)\middle|\begin{cases}y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{2}\\ y=2-x\end{cases}\right\}$, 则集合 C,D 之间的关系为 (　)

$(A)D\in C$　$(B)C\in D$　$(C)C\subseteq D$　$(D)D\subseteq C$

5.下列结论正确的是 (　)

$(A)\sqrt[4]{(-2)^4}=-2$　$(B)\lg(3+5)=\lg 5+\lg 3$

$(C)(-\dfrac{1}{3})^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{\dfrac{1}{9}}$　$(D)\log_2 5=\dfrac{\ln 2}{\ln 5}$

6.下列各组函数中，表示同一组函数的是 (　)

$(A)f(x)=x-2, g(x)=\dfrac{x^2-1}{x-1}-3$　$(B)f(x)=x, g(x)=(\sqrt{x})^2$

$(C)f(x)=\sqrt{x^2}, g(x)=x$　$(D)f(t)=|t-1|, g(x)=\begin{cases}x-1, x\ge 1\\ -x+1, x<1\end{cases}$

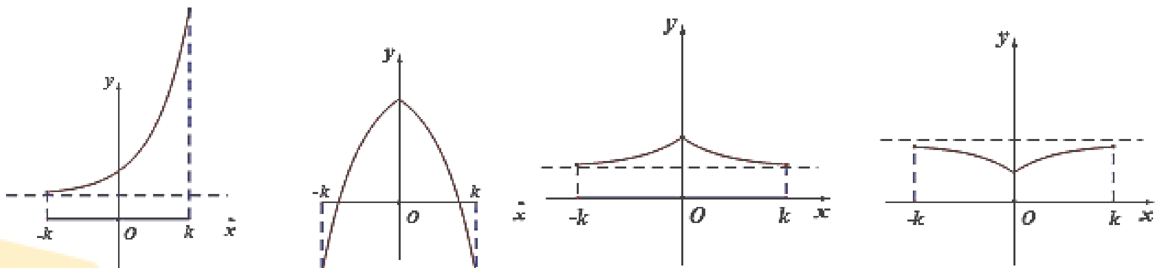
7.大西洋鲑鱼每年都要逆流而上,游回产地产卵.研究鲑鱼的科学家发现鲑鱼的游速可以表示为函数 $v=\dfrac{1}{2}\log_3\dfrac{O}{100}$，单位是 m/s，其中 O 表示鱼的耗氧量的单位数.则一条鲑鱼静止时耗氧量的单位数为（　）

$(A)100$　　$(B)300$　　$(C)3$　　$(D)1$

8.设 $a=0.99^{3.3}, b=3.3^{0.99}, c=\log_{3.3}0.99$, 则　（　）

$(A)c<b<a$　　$(B)c<a<b$　　$(C)a<b<c$　　$(D)a<c<b$

9.函数 $y=a^{|x|}+1(a>0$且$a\neq1)$, $x\in[-k,k], k>0$ 的图象可能为（　）



(A)　　(B)　　(C)　　(D)

10.方程 $4x^2+(m-2)x+m-5=0$ 的一根在区间 $(-1,0)$ 内，另一根在区间 $(0,2)$ 内，则 m 的取值范围是（　）

$(A)(\frac{5}{3},5)$　　$(B)(-\frac{7}{3},5)$　　$(C)(-\infty,\frac{5}{3})\cup(5,+\infty)$　　$(D)(-\infty,\frac{5}{3})$

11．函数 $f(x)=-x^2+2mx,(m>0)$ 在 $x\in[0,2]$ 的最大值为9，则 m 的值为（　）

$(A)1$或3　　$(B)3$或$\frac{13}{4}$　　$(C)3$　　$(D)\frac{13}{4}$

12.已知函数 $f(x)=\begin{cases}|\log_2(-x)|, x<0\\ x^2-2x+2, x\geq0\end{cases}$，函数 $F(x)=f(x)-a$ 有四个不同的零点 x_1,x_2,x_3,x_4 且满足：$x_1<x_2<x_3<x_4$，则 $\frac{x_2}{x_1}+\frac{x_3x_1^2+x_4x_1^2}{2}$ 的取值范围为（　）

$(A)\left(\frac{17}{4},\frac{257}{16}\right]$　　$(B)[2,+\infty)$　　$(C)\left(2,\frac{17}{4}\right]$　　$(D)(2,+\infty)$

二、填空题：本大题共4小题，每题5分，共20分，把答案填在题中的横线上

13. 已知：$a+a^{-1}=2$ 则 $a^2+a^{-2}=$__________.

14．若幂函数 $y=(m^2-m-1)\cdot x^m$ 的函数图象经过原点则 $m=$__________.

15．设函数 $f(x)=\log_2(3+2x-x^2)$，则 $f(x)$ 的单调递增区间为__________.

16．已知 $f(x)$ 为 R 上的偶函数，当 $x>0$ 时，$f(x)=\log_2 x$.对于结论

（1）当 $x<0$ 时，$f(x)=-\log_2(-x)$；（2）函数 $f\left[f(x)\right]$ 的零点个数可以为 4,5,7;

（3）若 $f(0)=2$，关于 x 的方程 $f^2(x)+mf(x)-2=0$ 有 5 个不同的实根，则 $m=-1$；

（4）若函数 $y=f(ax^2-x+\frac{1}{2})$ 在区间 $[1,2]$ 上恒为正，则实数 a 的范围是 $\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$.

说法正确的序号是__________.

三.解答题(17 题 10 分其余每小题 12 分，共 70 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.)

17. 计算下列各式的值：

(1)$(0.008)^{-\frac{1}{3}}+\sqrt{(\pi-4)^2}+2^{\frac{1}{2}}\times\sqrt[6]{\frac{1}{8}}$;

(2)$\lg 5+\lg^2 2+\lg 2\lg 5+\log_2 5\times\log_{25}4+5^{\log_5 2}$

18．已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+2x, & x\geq 0,\\ -x^2+2x, & x<0.\end{cases}$

（1）解不等式 $f(x)>3$;

（2）求证：函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上为增函数.

19．已知集合 $A=\left\{x\in R\middle|2^x<4\right\}$，$B=\left\{x\in R\middle|y=\lg(x-4)\right\}$.

（1）求集合 A,B;

（2）已知集合 $C=\left\{x\middle|1-m\leq x\leq m-1\right\}$，若集合 $C\subseteq(A\cup B)$，求实数 m 的取值范围.

20．《中华人民共和国个人所得税法》规定，公民全月工资所得不超过 3500 元的部分不必纳税，超过 3500 元的部分为全月应纳税所得额。此项税款按下表分段累计计算：

全月应纳税所得额	税率（%）
不超过 1500 元的部分	3
超过 1500 元至 4500 元的部分	10
超过 4500 元至 9000 元的部分	20

（1） 某人 10 月份应交此项税款为 350 元，则他 10 月份的工资收入是多少？

（2） 假设某人的月收入为 x 元，$0\le x\le 12500$，记他应纳税为 $f(x)$ 元，求 $f(x)$ 的函数解析式.

21．已知定义域为 R 的函数 $f(x)=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{a}{3^x+1}$ 是奇函数.

(1)求 a 的值；

(2)判断函数 $f(x)$ 的单调性并证明；

(3)若对任意的 $t\in(1,2)$，不等式 $f(-2t^2+t+1)+f(t^2-2mt)\le 0$ 有解，求 m 的取值范围.

22．已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-1,1)$，对任意实数 $x,y\in(-1,1)$，都有 $f(x)+f(y)=f(\dfrac{x+y}{1+xy})$.

（1）若 $f(\dfrac{m+n}{1+mn})=2$，$f(\dfrac{m-n}{1-mn})=1$，且 $m,n\in(-1,1)$，求 $f(m)$，$f(n)$ 的值；

（2）若 a 为常数，函数 $g(x)=\lg(a-\dfrac{2x}{x+1})$ 是奇函数，

①验证函数 $g(x)$ 满足题中的条件；

②若函数 $h(x)=\begin{cases}g(x), & -1<x<1,\\ k|x|+1, & x\le -1或x\ge 1,\end{cases}$ 求函数 $y=h[h(x)]-2$ 的零点个数.

成都七中学年上期2020届半期数学试卷(参考答案)

考试时间：120分钟　总分：150分

一．选择题（每小题5分，共60分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求.）

CABDC　DABCB　DA

二、填空题：本大题共4小题，每题5分，共20分，把答案填在题中的横线上

13. $\underline{\quad 2 \quad}$　　14. $\underline{\quad 2 \quad}$

15. $\underline{\quad (-1,1) \quad}$　注：$(-1,1]$也对　16. $\underline{\quad (2)(3) \quad}$

三. 解答题（17题10分其余每小题12分，共70分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤. ）

17解：

(1) $(0.008)^{-\frac{1}{3}}+\sqrt{(\pi-4)^2}+2^{\frac{1}{2}}\times\sqrt[6]{\frac{1}{8}}=5+|\pi-4|+1=10-\pi$ ……………5分

(2) $\lg 5+\lg^2 2+\lg 2\lg 5+\log_2 5\times\log_{25}4+5^{\log_5 2}=\lg 5+\lg 2(\lg 2+\lg 5)$

$+\frac{\lg 3}{\lg 2}\times\frac{2\lg 2}{2\lg 3}+2=\lg 5+\lg 2+1+2=4$ …………10分

18.解：（1）当$x\geq 0$时，由$f(x)=x^2+2x>3$，得$x^2+2x-3>0$,

解得$x>1$或$x<-3$, 又$x\geq 0$，

$\therefore x>1.$……………3分

当$x<0$时，由$f(x)=-x^2+2x>3$，得$x^2-2x+3<0$,

解得$x\in\varnothing$.

综上所述，原不等式的解集为$\{x|\,x>1\}$.……………6分

（2）证明：设任意$x_1,x_2\in(-\infty,0)$，且$x_1<x_2$.

则 $f(x_1)-f(x_2)=(-x_1^2+2x_1)-(-x_2^2+2x_2)$

$=(x_2^2-x_1^2)+(2x_1-2x_2)$

$=(x_2-x_1)(x_2+x_1-2)$

由$x_1<x_2$，得$x_2-x_1>0$，由$x_1,x_2\in(-\infty,0)$，得$x_2+x_1-2<0$.

所以$f(x_1)-f(x_2)<0$，即$f(x_1)<f(x_2)$.

所以函数$f(x)$在$(-\infty,0)$上为增函数. ……………12分

19解：

（1）$\because 2^x<2^2$　　$\therefore A=(-\infty,2)$……………3分

又$\because y=\lg(x-4)$可知$x>4$　　$\therefore B=(4,+\infty)$………………6分

（2）$\because (A\cup B)=(-\infty,2)\cup(4,+\infty)$又$\because C\subseteq(A\cup B)$

(i)若$C=\varnothing$,即$1-m>m-1$解得$m<1$满足：$C\subseteq(A\cup B)$ ……………8 分

$\therefore m<1$符合条件

(ii)若$C\neq\varnothing$,即$1-m\le m-1$解得$m\ge 1$要保证：$C\subseteq(A\cup B)$

$1-m>4$或$m-1<2$解得$m<-3$(舍)或$m-1<2$ 解得$m\in[1,3)$ ……11 分

综上：m的取值范围为$m<3$ ……………12 分

20.解：

(1)易知工资纳税是一个分段计费方式：

(i)若该人的收入刚达到5000元则其应纳税所得额为$1500\times0.03=45$元,

易知：其收入超过5000元;

(ii)若该人的收入刚达到8000元则$3000\times0.1=300$元,

易知：其应纳税所得额为:$300+45=345<350$故其收入超过8000元;

(iii)设其收入超过8000元的部分为x元,易知$0.2x=5$元解得$x=25$

则其10月份的工资收入是8025元.

…………………………6 分

(2)易知他应交此项税款$f(x)$为是一个分段函数

$$f(x)=\begin{cases}0,0\le x\le 3500,\\ 0.03\times(x-3500),3500<x\le 5000,\\ 0.1\times(x-5000)+45,5000<x\le 8000,\\ 0.2\times(x-8000)+345,8000<x\le 12500,\end{cases}$$

整理可得：$f(x)=\begin{cases}0,0\le x\le 3500,\\ 0.03x-105,3500<x\le 5000,\\ 0.1x-455,5000<x\le 8000,\\ 0.2x-1255,8000<x\le 12500.\end{cases}$ ……………12 分

……………3 分

21.解:(1)由$f(x)$为奇函数可知：$f(0)=0$,解得$a=1$.

(2)$f(x)=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3^x+1}$易知$3^x+1$为单调递增函数,$\dfrac{1}{3^x+1}$为单调递减函数,

$\therefore f(x)=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3^x+1}$单调递减的函数.

证明：设$x_1>x_2$, $f(x_1)-f(x_2)=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3^{x_1}+1}-(-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3^{x_2}+1})$

$=\dfrac{1}{3^{x_1}+1}-\dfrac{1}{3^{x_2}+1}=\dfrac{3^{x_2}-3^{x_1}}{(3^{x_1}+1)(3^{x_2}+1)}$ ………………6分

$\because 3^{x_1}+1>1>0$,同理$3^{x_2}+1>1>0$,$\because x_2<x_1\ \therefore 3^{x_2}-3^{x_1}<0$,

$\therefore \dfrac{3^{x_2}-3^{x_1}}{(3^{x_1}+1)(3^{x_2}+1)}<0$, $\quad \therefore f(x_1)-f(x_2)<0$, $\quad \therefore f(x_1)<f(x_2)$,

$\therefore f(x)$在R上单调递减……………8 分

(3)任意的$t\in(1,2)$, $f(-2t^2+t+1)+f(t^2-2mt)\le 0$可得$f(-2t^2+t+1)\le -f(t^2-2mt)$

$=f(2mt-t^2)$由单调性易知:$-2t^2+t+1\ge 2mt-t^2$ $\therefore 2mt\le -t^2+t+1$……………10分

可得$2m\le -t+\dfrac{1}{t}+1$有解$\therefore$易知:$-t+\dfrac{1}{t}+1\in(-\dfrac{1}{2},1)$

故$2m<1$解得$m<\dfrac{1}{2}$……………12分

22.解:(1)对题中条件取 $x=y=0$，得 $f(0)=0$，……………1 分

再取 $y=-x$，得 $f(x)+f(-x)=f(0)=0$，则 $f(-x)=-f(x)$，

即函数 $f(x)$ 在 $(-1,1)$ 内为奇函数. ……………3 分

所以 $f(\dfrac{m-n}{1-mn})=f(m)+f(-n)=f(m)-f(n)=1$，

又 $f(\dfrac{m+n}{1+mn})=f(m)+f(n)=2$，

解得 $f(m)=\dfrac{3}{2}$，$\quad f(n)=\dfrac{1}{2}$.……………5 分

(2)由函数 $g(x)=\lg(a-\dfrac{2x}{x+1})$ 是奇函数，得 $g(0)=\lg a=0=\lg 1$，则 $a=1$.

此时 $g(x)=\lg(1-\dfrac{2x}{x+1})=\lg\dfrac{1-x}{x+1}$，满足函数 $g(x)$ 是奇函数，且 $g(0)=0$ 有意义. ……………7 分

①由 $\dfrac{1-x}{x+1}>0$，得 $-1<x<1$，则对任意实数 $x,y\in(-1,1)$，

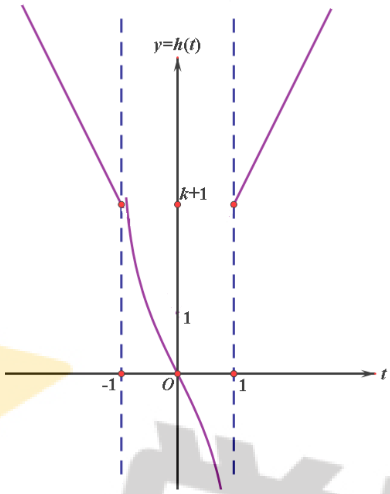
有 $g(x)+g(y)=\lg\dfrac{1-x}{x+1}+\lg\dfrac{1-y}{y+1}=\lg(\dfrac{1-x}{x+1}\cdot\dfrac{1-y}{y+1})=\lg\dfrac{1-x-y+xy}{1+x+y+xy}$，

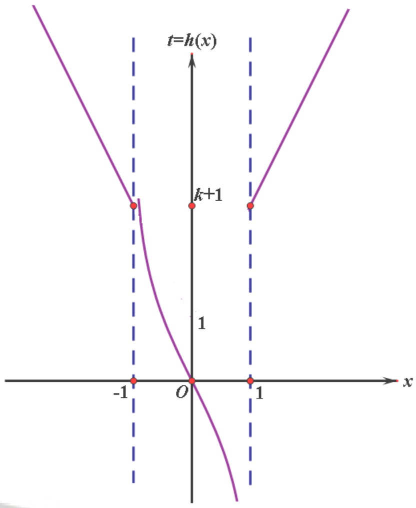
$$g(\frac{x+y}{1+xy})=\lg\frac{1-\frac{x+y}{1+xy}}{\frac{x+y}{1+xy}+1}=\lg\frac{1-x-y+xy}{1+x+y+xy},$$

所以 $g(x)+g(y)=g(\frac{x+y}{1+xy})$.……………9 分

②由 $y=h[h(x)]-2=0$，得 $h[h(x)]=2$，令 $t=h(x)$, 则 $h(t)=2$.

作出图像





由图可知，当 $k\le 0$时，只有一个$-1<t<0$，对应有 3 个零点；

当 $k>1$时，只有一个 t，对应只有一个零点；

当 $0<k\le 1$时，$1<k+1\le 2$，此时 $t_1<-1$，$-1<t_2<0$，$t_3=\frac{1}{k}\ge 1$，

由 $k+1-\frac{1}{k}=\frac{k^2+k-1}{k}=\frac{1}{k}(k+\frac{1+\sqrt{5}}{2})(k-\frac{\sqrt{5}-1}{2})$

得在 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}<k\le 1$时，$k+1>\frac{1}{k}$，三个 t 分别对应一个零点，共 3 个，

在 $0<k\le\frac{\sqrt{5}-1}{2}$时，$k+1\le\frac{1}{k}$，三个 t 分别对应 1 个，1 个，3 个零点，共 5 个.

综上所述，当 $k>1$时，函数 $y=h[h(x)]-2$ 只有 1 零点；

当 $k\le 0$或$\frac{\sqrt{5}-1}{2}<k\le 1$时，函数 $y=h[h(x)]-2$有 3 零点；

当 $0<k\le\frac{\sqrt{5}-1}{2}$时，函数 $y=h[h(x)]-2$有 5 点. ……………12 分