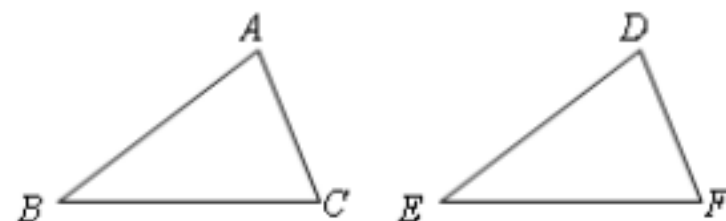


中考数学模拟试题分类汇编——全等三角形

一、选择题

1. (2010 年河南模拟) 如图，给出下列四组条件：

- ① $AB = DE, BC = EF, AC = DF$ ；
- ② $AB = DE, \angle B = \angle E, BC = EF$ ；
- ③ $\angle B = \angle E, BC = EF, \angle C = \angle F$ ；
- ④ $AB = DE, AC = DF, \angle B = \angle E$.



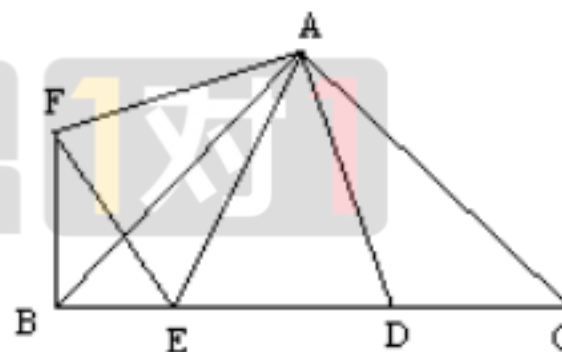
其中，能使 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 的条件共有 ()

- A. 1 组 B. 2 组 C. 3 组 D. 4 组

答案： C

2. (2010 年河南中考模拟题 3) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， D 、 E 是斜边 BC 上两点，且 $\angle DAE=45^\circ$ ，将 $\triangle ADC$ 绕点 A 顺时针旋转 90° 后，得到 $\triangle AFB$ ，连接 EF ，下列结论： (1) $\triangle AED \cong \triangle AEF$ ； (2) $\triangle ABE \sim \triangle ACD$ ； (3) $BE + DC = DE$ ； (4) $BE^2 + DC^2 = DE^2$. 其中正确的是 ()

- A. (2) (4) B. (1) (4)
C. (2) (3) D. (1) (3)

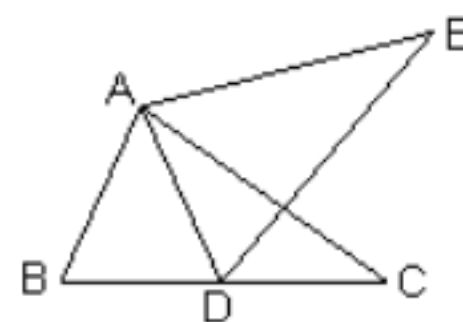


答案： B

二、填空题

1. (2010 年山东新泰) 如图，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中，有以下四个论断：

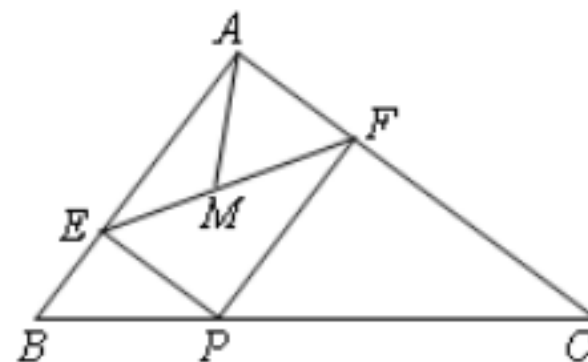
- ① $AB=AD$ ② $AC=AE$ ③ $\angle C=\angle E$ ④ $BC=DE$ 请以其中三个论断为条件，余下一个论断为结论，写出一个真命题（用序号“ ”的形式写出）：



第 1 题图

答案：①②④ ③，或 ②③④ ①；

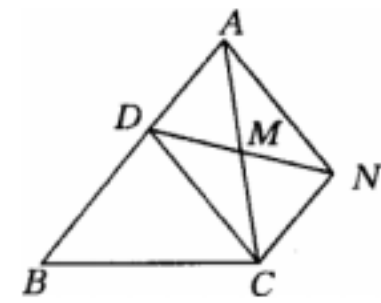
2. (2010 年浙江杭州) 在 $\triangle ABC$ 中， $AB=6$ ， $AC=8$ ， $BC=10$ ， P 为边 BC 上一动点， $PE \perp AB$ 于 E ， $PF \perp AC$ 于 F ， M 为 EF 中点，则 AM 的最小值为 _____.



答案： 2.4

三、解答题

1. (2010 年 河南模拟) 已知：如图，已知：D 是 $\triangle ABC$ 的边 AB 上一点， $CN \parallel AB$ ，DN 交 AC 于 M，若 $MA = MC$ ，求证： $CD = AN$ 。



第 1 题

证明：如图，因为 $AB \parallel CN$

所以 $\angle 1 = \angle 2$ 在 $\triangle AMD$ 和 $\triangle CMN$ 中

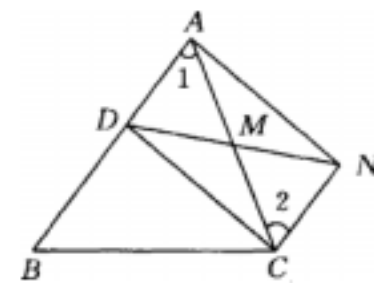
$$\begin{cases} \angle 1 = \angle 2 \\ AM = CM \\ \angle AMD = \angle CMN \end{cases}$$

$$\triangle AMD \cong \triangle CMN$$

$$\therefore AD = CN \text{ 又 } AD \parallel CN$$

$$\therefore \text{四边形 ADCN 是平行四边形}$$

$$\therefore CD = AN$$

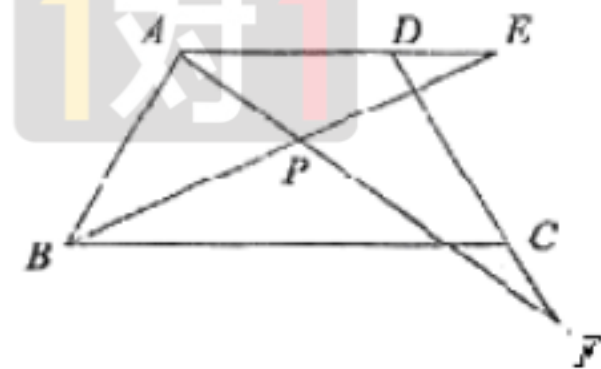


第 1 题

2. (2010 年中考模拟 2) 如图，在等腰梯形 ABCD 中， $\angle C = 60^\circ$ ， $AD \parallel BC$ 且 $AD = DC$ ，E、F 分别在 AD、DC 的延长线上，且 $DE = CF$ ，AF、BE 交于点 P。

(1) 求证： $AF = BE$ ；

(2) 请你猜测 $\angle BPF$ 的度数，并证明你的结论。



答案：

$$(1) \because BA = AD, \angle BAE = \angle ADF, AE = DF$$

$$\therefore \triangle BAE \cong \triangle ADF, \therefore BE = AF$$

$$(2) \text{猜想 } \angle BPF = 120^\circ.$$

$$\because \text{由 (1) 知 } \triangle BAE \cong \triangle ADF, \therefore \angle ABE = \angle DAF.$$

$$\therefore \angle BPF = \angle ABE + \angle BAP = \angle BAE, \text{ 而 } AD \parallel BC, \angle C = \angle ABC = 60^\circ,$$

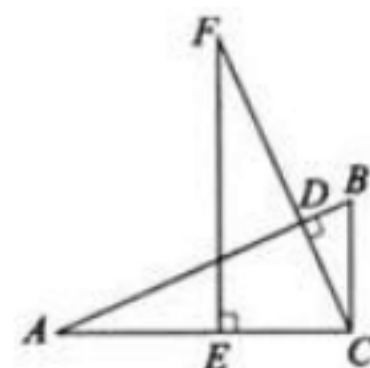
$$\therefore \angle BPF = 120^\circ$$

3. (2010 年北京市中考模拟) 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CD \perp AB$ 于点 D，点 E 在 AC 上， $CE = BC$ ，过 E 点作 AC 的垂线，交 CD 的延长线于点 F。

求证： $AB = FC$

答案：证明： $\because FE \perp AC$ 于点 E， $\angle ACB = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle FEC = \angle ACB = 90^\circ. \therefore \angle F + \angle ECF = 90^\circ.$$



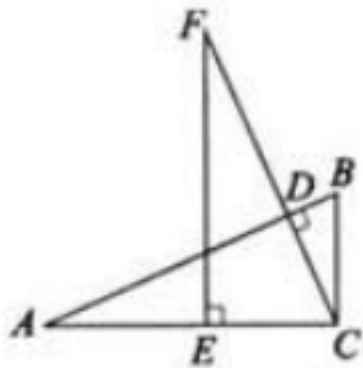
又∵ CD ⊥ AB 于点 D，∴ ∠A + ∠ECF = 90°。∴ ∠A = ∠F。

在 △ ABC 和 △ FCE 中，

$$\begin{cases} \angle A = \angle F, \\ \angle ACB = \angle FEC, \\ BC = CE, \end{cases}$$

∴ △ ABC ≅ △ FCE。

∴ AB = FC。



4.（2010 年赤峰市中考模拟）如图，在四边形 ABCD 中，AB=BC，BF 是 ∠ ABC 的平分线，AF // DC，连接 AC、CF，求证：CA 是 ∠ DCF 的平分线。

答案：

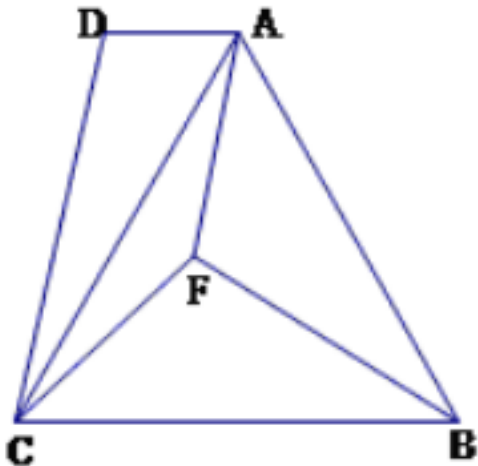
证明∵ AB=BC，BF 是 ∠ ABC 的平分线，

∴ ∠ ABF=∠ CBF，又∵ BF=BF，

∴ △ ABF ≅ △ CBF。∴ AF=CF。∴ ∠ ACF=∠ CAF。

又∵ AF // DC，∴ ∠ ACF=∠ ACD。

∴ CA 是 ∠ DCF 的平分线。



5.（2010 年 湖里区 二次适应性考试）已知：如图，直径为 OA 的 ⊙ M 与 x 轴交于点 O、A，点 B、C 把弧 OA 分为三等分，连结 MC 并延长交 y 轴于 D（0，3）。

（1）求证：△ OMD ≅ △ BAO；

（2）若直线 l：y = kx + b 把 ⊙ M 的面积分为二等分，

求证：√3k + b = 0。

答案：证明：

（1）连接 BM，∵ OA 是直径，且 B、C 把弧 OA 三等分，

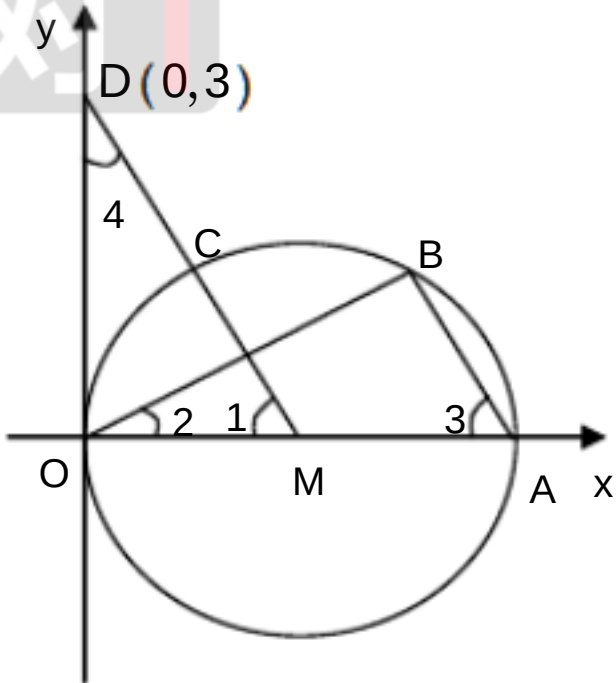
∴ ∠1 = ∠5 = 60°，

又∵ OM = BM，∴ ∠2 = 1/2 ∠5 = 30°，

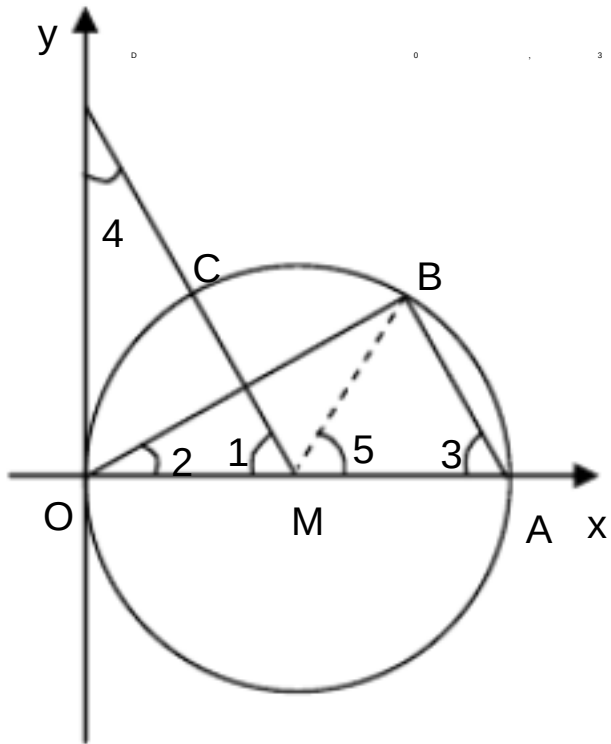
又∵ OA 为 ⊙ M 直径，∴ ∠ABO = 90°，

∴ AB = 1/2 OA = OM，∠3 = 60°，

∴ ∠1 = ∠3，∠DOM = ∠ABO = 90°，



（第 5 题图）



在 $\triangle OMD$ 和 $\triangle BAO$ 中, $\begin{cases} \angle 1 = \angle 3, \\ OM = AB, \\ \angle DOM = \angle ABO. \end{cases}$

$\therefore \triangle OMD \cong \triangle BAO$ (ASA)

(2) 若直线 l 把 $\odot M$ 的面积分为二等份,

则直线 l 必过圆心 M ,

$\because D(0,3), \angle 1 = 60^\circ,$

$\therefore$ 在 $Rt\triangle OMD$ 中,

$$OM = \frac{OD}{\tan 60^\circ} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3},$$

$\therefore M(\sqrt{3}, 0),$

把 $M(\sqrt{3}, 0)$ 代入 $y = kx + b$ 得: $\sqrt{3}k + b = 0$

6.(2010 年三亚市月考) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, E 是 AB 边上任意一点, $BG \perp CE$, 垂足为点 O , 交 AC 于点 F , 交 AD 于点 G .

(1) 证明: $BE = AG$;

(2) 点 E 位于什么位置时, $\angle AEF = \angle CEB$ 说明理由.

解 (1) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形

$\therefore \angle ABC = \angle BAD = 90^\circ, \therefore \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ,$

$\because BG \perp CE, \therefore \angle BOC = 90^\circ \therefore \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ,$

$\therefore \angle 1 = \angle 2$,,,,,,, 2 分

在 $\triangle GAB$ 和 $\triangle EBC$ 中,

$\because \angle GAB = \angle EBC = 90^\circ, AB = BC, \angle 1 = \angle 2$

$\therefore \triangle GAB \cong \triangle EBC$ (ASA) ,,,, 4 分

$\therefore AG = BE$,,,,,,, 5 分

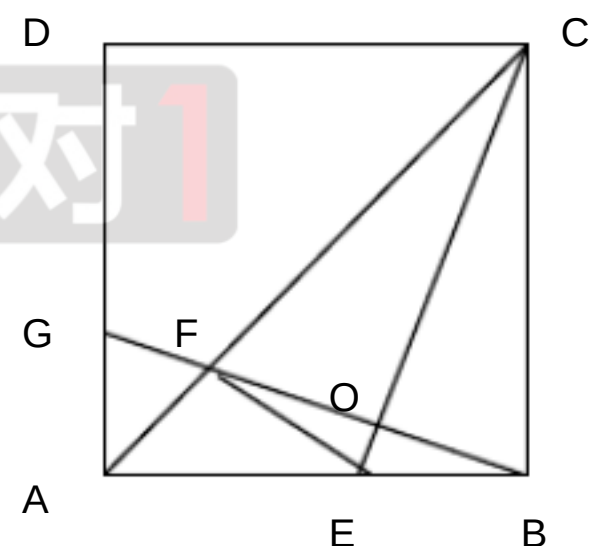
(2) 解: 当点 E 位于线段 AB 中点时, $\angle AEF = \angle CEB$,, 6 分

理由如下: 若当点 E 位于线段 AB 中点时, 则 $AE = BE$,

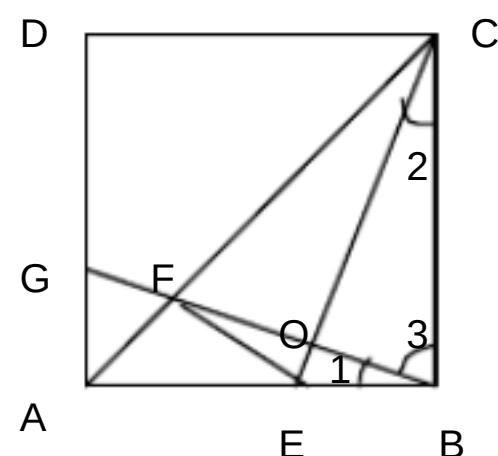
由 (1) 可知, $AG = BE \therefore AG = AE$,,,,,,, 7 分

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形, $\therefore \angle GAF = \angle EAF = 45^\circ$, 8 分

又 $\because AF = AF, \therefore \triangle GAF \cong \triangle EAF$ (SAS)



第 6 题图



第 6 题图

$\therefore \angle AGF = \angle AEF$ 10 分

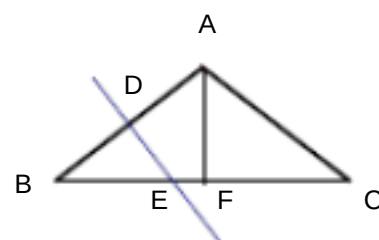
由 (1) 知, $\triangle GAB \cong \triangle EBC \therefore \angle AGF = \angle CEB$,

$\therefore \angle AEF = \angle CEB$ 11 分

7. (2010 年广州市中考六模) 、王叔叔家有一块等腰三角形的菜地, 腰长为 40 米, 一条笔直的水渠从菜地穿过, 这条水渠恰好垂直平分等腰三角形的一腰, 水渠穿过菜地部分的长为 15 米(水渠的宽不计), 请你计算这块等腰三角形菜地的面积.

答案: 情况 1: 锐角

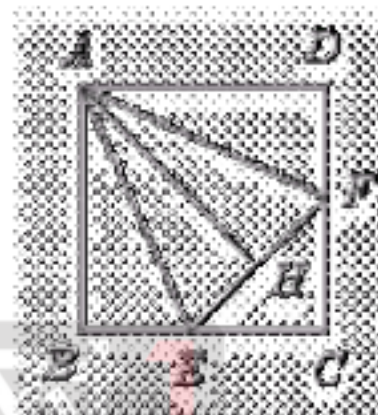
(1) 证明 $\triangle ADE \cong \triangle AFC$ 得到 $CF=24$ $S_{\triangle ABC}=480$



情况 2: 钝角

(2) 证明 $\triangle BDE \cong \triangle BFA$ 得到 $AF=24$, $BC=64$ $S_{\triangle ABC}=768$

8. (10 年广州市中考六模) 、如图, 在正方形 ABCD 中, 点 E、F 分别在 BC、CD 上移动, 但 A 到 EF 的距离 AH 始终保持与 AB 长相等, 问在 E、F 移动过程中:



(1) 求证: $\angle EAF = 45^\circ$;

(2) $\triangle ECF$ 的周长是否有变化? 请说明理由 .

答案:

(1) 得到 $\angle AHE = 90^\circ$, $Rt\triangle ABE \cong Rt\triangle AHE$

(2) 得到 $\angle BAE = \angle HAE$

(3) 同理: $\angle DAF = \angle HAF$

(4) 得到 $2\angle EAF = \angle BAD$ $\angle EAF = 45^\circ$

(2) $\triangle ECF$ 的周长是否有变化? 请说明理由

(1) 不变

(2) 由 $Rt\triangle ABE \cong Rt\triangle AHE$ 得到 $BE = HE$

(3) 同理: $DF = HF$

(4) $C_{\triangle ECF} = CE + CF + EF = CE + CF + BE + DF = 2AB$

9. (2010 年广西桂林适应训练) 已知: 如图点 C, E, B, F 在同一直线上,

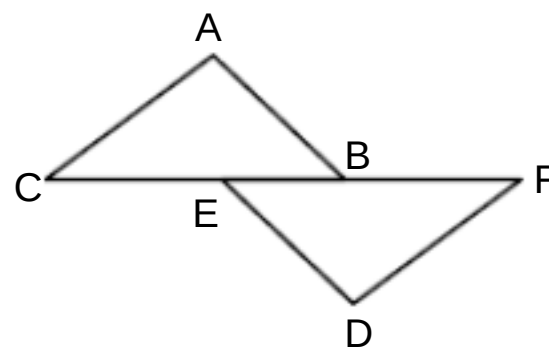
$AC \parallel DF$, $AC = DF$, $CE = BF$. 求证: $AB \parallel DE$.

证明: $\because AC \parallel DF$

$\therefore \angle C = \angle F$

$\because CE = BF$

$\therefore CE + BE = BF + BE$



9 题图

$$\therefore BC=EF$$

$$\therefore AC=DF$$

$$\therefore \triangle ACB \cong \triangle DFE$$

$$\therefore \angle ABC = \angle DEF$$

$$\therefore AB \parallel DE$$

10. (2010 年黑龙江一模) 如图, D 是 AB 上一点, DF 交 AC 于点 E, $AE=EC$, $CF \parallel AB$

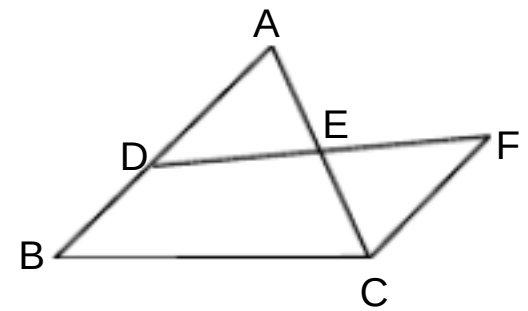
求证: $AD=CF$

证明: $\because AB \parallel CF$, $\therefore \angle A = \angle ECF$.

又 $\because \angle AED = \angle CEF$, $AE = CE$,

$$\therefore \triangle AED \cong \triangle CEF.$$

$$\therefore AD = CF.$$



11. (2010 年天水模拟) 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = \angle BAC = 45^\circ$, 点 P 在 AB 上, $AD \perp CP$, $BE \perp CP$, 垂足分别为 D, E, 已知 $DC=2$, 求 BE 的长。

解: $\because \angle ABC = \angle BAC = 45^\circ$

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ$$

又 $\because AD \perp CP$, $BE \perp CP$

$$\therefore BE \parallel AD$$

$$\text{又} \because \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ - \angle 3$$

$$\angle \alpha = \angle 2 + \angle 4$$

$$2\angle 2 + \angle 4 = 90^\circ - \angle 3$$

$$\text{又} \because 2(45^\circ - \angle 4) = 2\angle 2$$

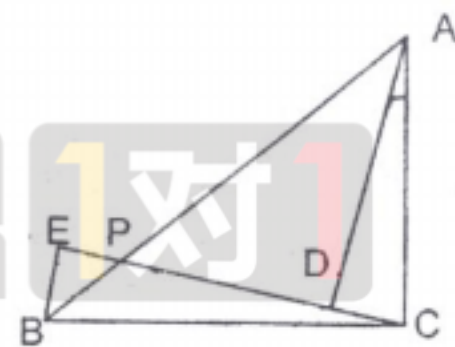
$$\therefore 90^\circ - 2\angle 2 + \angle 4 = 90^\circ - \angle 3$$

$$\therefore \angle 4 = \angle 3$$

又 $\because AC=BC$; $\angle ADC = \angle BEC$

$$\therefore \triangle ADC \cong \triangle BEC$$

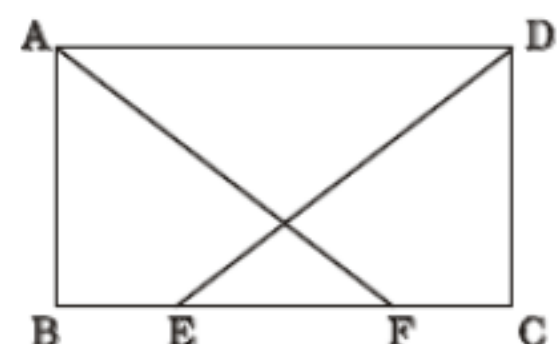
$$DC = BE = \sqrt{2} = 2$$



12. (2010 年福建模拟) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, E, F 为 BC 两点, 且 $BE=CF$, $AF=DE$

求证: (1) $\triangle ABF \cong \triangle DCE$;

(2) 四边形 ABCD 是矩形.



证明：(1) $\because BE = CF \quad BF = BE + EF \quad CE = CF + EF$

$$\therefore BF = CE$$

又 $\because$ 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AB = CD$

$$\therefore \triangle ABF \cong \triangle DEC \text{ (sss)}$$

$$(2) \text{ 由 (1) 知 } \triangle ABF \cong \triangle DEC \quad \therefore \angle B = \angle C$$

又 $\because$ 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$

$$\therefore \angle B + \angle C = 180^\circ \quad \therefore \angle C = 90^\circ$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形 .

13. (2010 年广州中考数学模拟试题 (四)) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, AE 平分 $\angle DAB$ 交 DC 于点 E , 连接 BE , 过 E 作 $EF \perp BE$ 交 AD 于 F .

(1) $\angle DEF$ 和 $\angle CBE$ 相等吗? 请说明理由;

(2) 请找出图中与 EB 相等的线段 (不另添加辅助线和字母), 并说明理由 .

答案: (1) 相等 .

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore \angle C = \angle D = 90^\circ .$$

$$\therefore \angle BEC + \angle CBE = 90^\circ .$$

$$\because EF \perp BE,$$

$$\therefore \angle BEF = 90^\circ .$$

$$\therefore \angle DEF + \angle BEC = 90^\circ .$$

$$\therefore \angle DEF = \angle CBE .$$

(2) $BE = EF$.

$$\because AE \text{ 平分 } \angle DAB \quad \therefore \angle DAE = \angle BAE .$$

$$\because AB \parallel CD, \quad \therefore \angle BAE = \angle DEA .$$

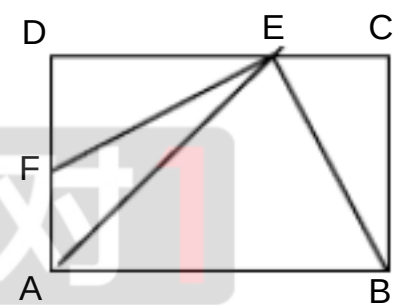
$$\therefore \angle DAE = \angle DEA .$$

$$\therefore AD = ED = BC$$

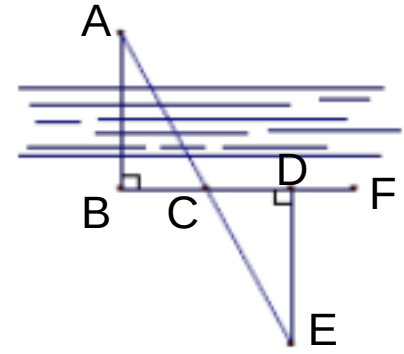
$$\because \angle C = \angle D = 90^\circ, \quad \angle DEF = \angle CBE,$$

$$\therefore \triangle DEF \cong \triangle CBE \text{ (ASA)} .$$

$$\therefore BE = EF$$



14. (2010 年河南中考模拟题 1) 如图, 要测量河两岸相对的两点 A、B 的距离, 可以在 AB 的垂线 BF 上取两点 B、D, 使 $BC=CD$ 再定出 BF 的垂线 DE, 使 A、C、E 在一条直线上, 这时测得 DE 的长就是 AB 的长。请说明理由。



答案：理由： $\because AB \perp BF, ED \perp BF$

$$\therefore \angle ABC = \angle EDC = 90^\circ$$

又 $\because A, C, E$ 三点在一条直线上

$$\therefore \angle ACB = \angle ECD$$

又 $\because BC = DC$

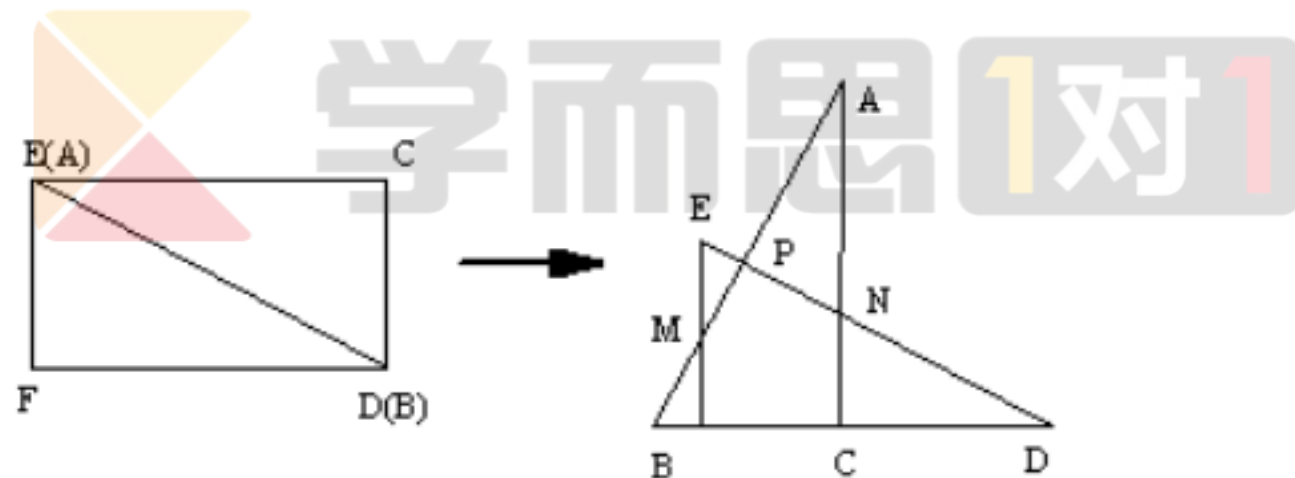
$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle EDC$$

$$\therefore AB = DE$$

15. (2010 年河南中考模拟题 2) 将一张矩形纸片沿对角线剪开, 得到两张纸片, 再将这两张三角形纸片摆放成如图所示的形式, 使点 B、F、C、D 在同一条直线上。

(1) 求证： $AB \perp ED$ 。

(2) 若 $PB = BC$, 请找出图中与此条件有关的一对全等三角形, 并给予证明。



答案：

(1) 由已知得 $\text{Rt} \triangle ABC \cong \text{Rt} \triangle DEF \therefore \angle A = \angle D$

$$\because AC \perp BD \therefore \angle ACD = 90^\circ$$

$$\text{又} \angle DNC = \angle ANP \therefore \angle APN = 90^\circ$$

$$\therefore AB \perp ED$$

(2) $\triangle ABC \cong \triangle DBP$

证明：由 (1) 得 $\angle A = \angle D, \angle BPD = \angle ACB = 90^\circ$,

又 $PB = BC$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DBP$$

16. (2010 年河南中考模拟题 6) 如图, $\triangle ACB$ 和 $\triangle ECD$ 都是等腰直角三角形, $\angle ACB = \angle ECD = 90^\circ$,

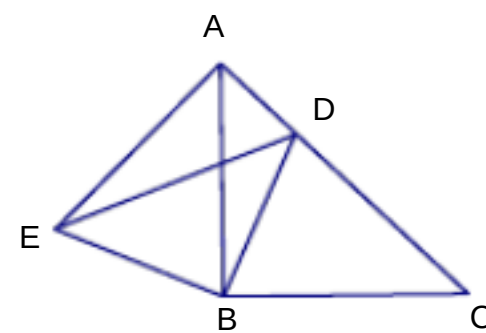
D为 AB边上一点。

求证：(1) $\triangle ACE \cong \triangle BCD$;

(2) $AD^2 + DB^2 = DE^2$ 。

答案：(1) 略,

(2) 提示：由 (1) 可知 $BD=AE$, $\angle BAE = \angle BCD = 45^\circ$ 。



学而思 1对1