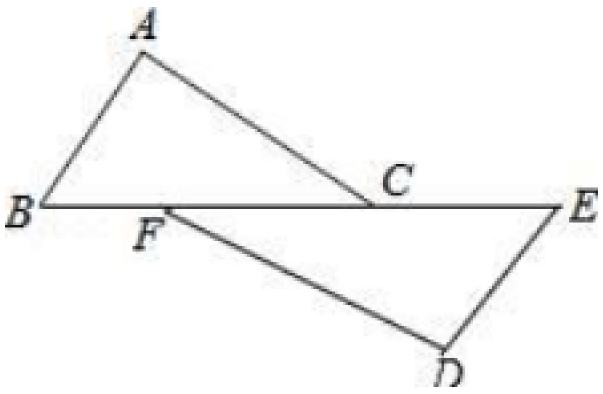
2017 中考真题分类汇编—三角形全等

一填空题

1.（2017 · 黔东南）如图，点 B、F、C、E 在一条直线上，已知 FB=CE，AC∥DF，请你添加一个适当的条件 ∠A=∠D 使得△ABC≌△DEF. www-2-1-cnjy-com



【考点】 KB：全等三角形的判定.

【分析】 根据全等三角形的判定定理填空.

【解答】 解：添加∠A=∠D. 理由如下：

∵FB=CE，

∴BC=EF.

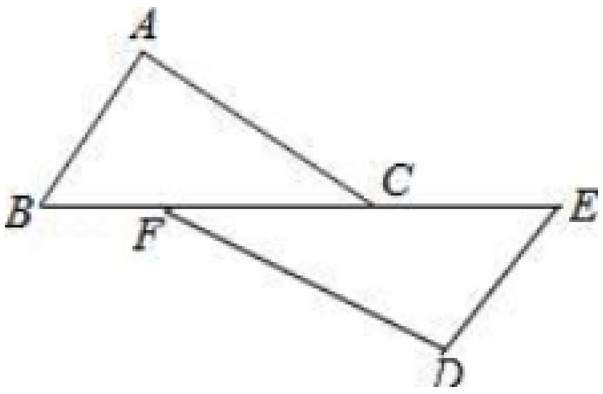
又∵AC∥DF，

∴∠ACB=∠DFE.

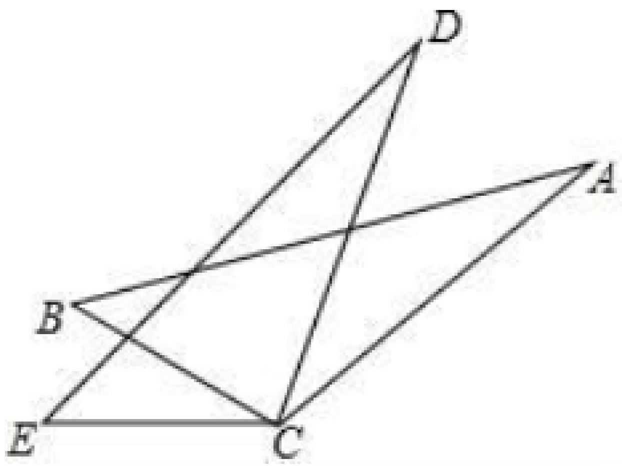
∴在△ABC与△DEF中，$\begin{cases} \angle A=\angle D \\ \angle ACB=\angle DFE, \\ BC=EF \end{cases}$

∴△ABC≌△DEF（AAS）.

故答案是：∠A=∠D.



2.（2017 · 怀化）如图，AC=DC，BC=EC，请你添加一个适当的条件： CE=BC ，使得△ABC≌△DEC.



【考点】 KB：全等三角形的判定.

【分析】 本题要判定△ ABC≌△ DEC，已知 AC=DC，BC=EC，具备了两组边对应相等，利用 SSS即可判定两三角形全等了.

【解答】 解：添加条件是： CE=BC，

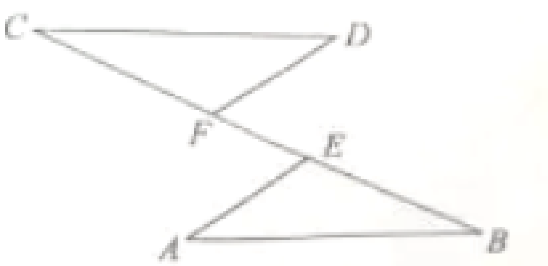
在△ ABC与△ DEC中， $\begin{cases}AC=DC\\BC=EC\\CE=BC\end{cases}$，

∴△ ABC≌△ DEC，

故答案为： CE=BC，本题答案不唯一.

三，解答题

3. （2017 · 武汉）如图，点 C, F, E, B 在一条直线上， $\angle CFD=\angle BEA$，$CE=BF, DF=AE$． 写出 CD 与 AB 之间的关系，并证明你的结论.



【答案】证明见解析：

【解析】 [来%^源: 中教网 #~*]

试题分析：通过证明 Δ CDF≌ Δ ABE，即可得出结论

试题解析： CD与 AB之间的关系是： CD=AB，且 CD∥ AB[中国 %&教育 ^出版网 ~]

证明：∵ CE=BF，∴ CF=BE

在 Δ CDF和 Δ BAE中

$$\begin{cases} CF=BE \\ \angle CFD=\angle BEA \\ DF=AE \end{cases}$$

∴ △CDF≌△BAE

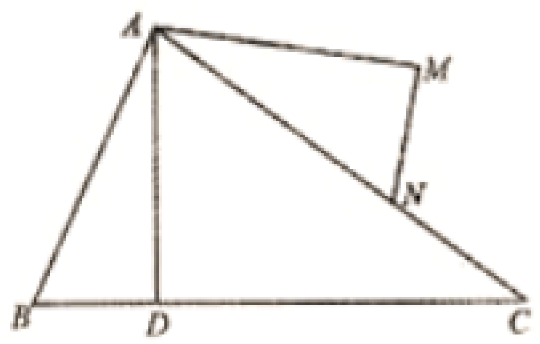
∴ CD=BA, ∠C=∠B

∴ CD∥BA

考点：全等三角形的判定与性质 .

4. （2017 · 黄冈）已知：如图, $\angle BAC=\angle DAM$, $AB=AN$, $AD=AM$. 求证：

$\angle B=\angle ANM$.



【考点】三角形全等

【分析】利用 SAS证明△ABD≌△ANM从而得 $\angle B=\angle ANM$

【解答】

解：

16.（6分）

证明∵ $\angle BAC=\angle DAM$,

∴ $\angle BAC-\angle DAC=\angle DAM-\angle DAC$, 即 $\angle BAD=\angle NAM$. ……………………2′

在△ABD 和△ANM 中,

$$\begin{cases} AB=AN, \\ \angle BAD=\angle NAM, \\ AD=AM, \end{cases}$$

∴ △ABD≌△ANM (SAS). ……………………………………5′

∴ $\angle B=\angle ANM$. ……………………………………6′

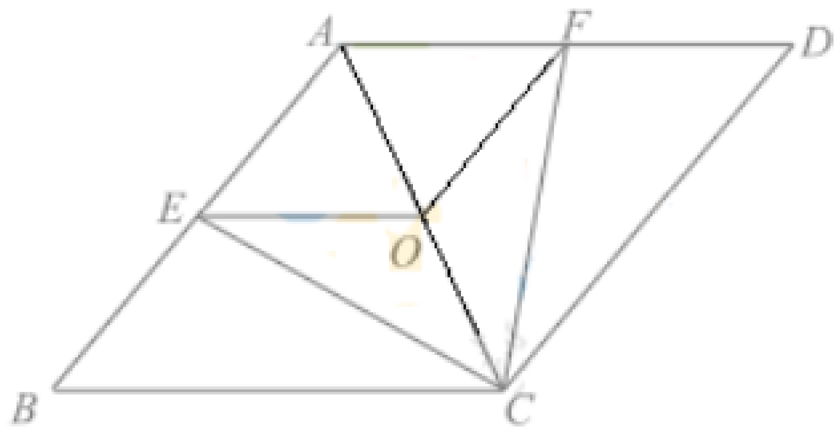
【点评】考查三角形全等，应理解并掌握全等三角形的判定定理： SSS,SAS,ASA,AAS,HL

5.（2017 · 青岛）（本小题满分 8 分）

已知：如图，在菱形 ABCD 中，点 E，O，F 分别是边 AB，AC，AD 的中点，连接 CE， CF、OF.

（1）求证：△BCE≌△DCF；

（2）当 AB 与 BC 满足什么条件时，四边形 AEOF 正方形？请说明理由.



考点： 菱形，全等三角形，正方形

【解析】

（1）利用 SAS 证明△BCE≌△DCF

（2）先证明 AEOF 为菱形，当 BC⊥AB，得∠BAD＝90°，再利用知识点：有一个角是 90°的菱形是正方形。

【解答】

（1）证明：∵四边形 ABCD 为菱形

∴AB=BC=CD=DA，∠B=∠D

又 E、F 分别是 AB、AD 中点，∴BE=DF

∴△ABE≌△CDF（SAS）

（2）若 AB⊥AD，则 AEOF 为正方形，理由如下

∵E、O 分别是 AB、AC 中点，∴EO∥BC，

又 BC∥AD，∴OE∥AD，即：OE∥AF

同理可证 OF∥AE，所以四边形 AEOF 为平行四边形

由（1）可得 AE＝AF

所以平行四边 AEOF 为菱形

因为 BC⊥AB，所以∠BAD＝90°，所以菱形 AEOF 为正方形。

6.（2017·临沂）数学课上，张老师出示了问题：如图 1，AC，BD 是四边形 ABCD 的对角线，若∠ACB=∠ACD=∠ABD=∠ADB=60°，则线段 BC，CD，AC 三者之间有何等量关系？

经过思考，小明展示了一种正确的思路：如图 2，延长 CB 到 E，使 BE=CD，连接 AE，证得

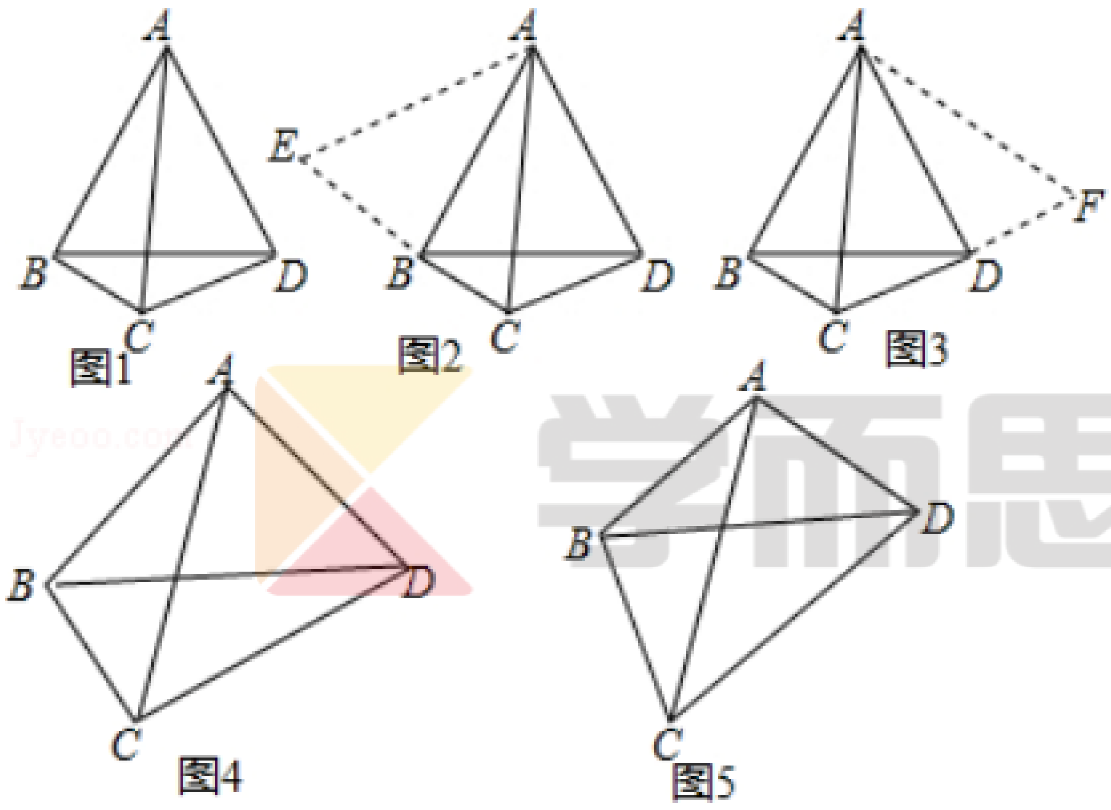
△ABE≌△ADC，从而容易证明△ACE是等边三角形，故 AC=CE，所以 AC=BC+CD.

小亮展示了另一种正确的思路：如图 3，将△ABC绕着点 A 逆时针旋转 60°，使 AB 与 AD 重合，从而容易证明△ACF是等边三角形，故 AC=CF，所以 AC=BC+CD.

在此基础上，同学们作了进一步的研究：

（1）小颖提出：如图 4，如果把“∠ACB=∠ACD=∠ABD=∠ADB=60°”改为“∠ACB=∠ACD=∠ABD=∠ADB=45°，”其它条件不变，那么线段 BC，CD，AC 三者之间有何等量关系？针对小颖提出的问题，请你写出结论，并给出证明.

（2）小华提出：如图 5，如果把“∠ACB=∠ACD=∠ABD=∠ADB=60°”改为“∠ACB=∠ACD=∠ABD=∠ADB=α，”其它条件不变，那么线段 BC，CD，AC 三者之间有何等量关系？针对小华提出的问题，请你写出结论，不用证明. [来源 :z^z#s*tep.~co&m]



【分析】（1）先判断出∠ADE=∠ABC，即可得出△ACE 是等腰三角形，再得出∠AEC=45°，即可得出等腰直角三角形，即可；（判断∠ADE=∠ABC 也可以先判断出点 A，B，C，D 四点共圆）[来^#源 :%中教 &@ 网]

（2）先判断出∠ADE=∠ABC，即可得出△ACE 是等腰三角形，再用三角函数即可得出结论. [w*ww.zz&^step.c~om@]

【解答】 解：（1）BC+CD=$\sqrt{2}$AC；

理由：如图 1，

延长 CD至 E，使 DE=BC，

∵∠ABD=∠ADB=45°，

∴AB=AD，∠BAD=180°﹣∠ABD﹣∠ADB=90°，

∵∠ACB=∠ACD=45°，[来源 :zz@s%tep~.c*&om]

∴$\angle ACB+\angle ACD=45°$，

∴$\angle BAD+\angle BCD=180°$，

∴$\angle ABC+\angle ADC=180°$，

∵$\angle ADC+\angle ADE=180°$，

∴$\angle ABC=\angle ADE$，

在△ABC和△ADE中，$\begin{cases} AB=AD \\ \angle ABC=\angle ADE \\ BC=DE \end{cases}$，

∴△ABC≌△ADE（SAS），

∴$\angle ACB=\angle AED=45°$，$AC=AE$，

∴△ACE是等腰直角三角形，

∴$CE=\sqrt{2}AC$，

∵$CE=CE+DE=CD+BC$，[来源 #:zzst*ep.~com@^]

∴$BC+CD=\sqrt{2}AC$；

（2）$BC+CD=2AC?\cos\alpha$．理由：如图 2，

延长 CD 至 E，使 $DE=BC$，

∵$\angle ABD=\angle ADB=\alpha$，

∴$AB=AD$，$\angle BAD=180°-\angle ABD-\angle ADB=180°-2\alpha$，[来@&^%源:#中教网]

∵$\angle ACB=\angle ACD=\alpha$，

∴$\angle ACB+\angle ACD=2\alpha$，

∴$\angle BAD+\angle BCD=180°$，

∴$\angle ABC+\angle ADC=180°$，

∵$\angle ADC+\angle ADE=180°$，

∴$\angle ABC=\angle ADE$，

在△ABC和△ADE中，$\begin{cases} AB=AD \\ \angle ABC=\angle ADE \\ BC=DE \end{cases}$，

∴△ABC≌△ADE（SAS），

∴$\angle ACB=\angle AED=\alpha$，$AC=AE$，

∴$\angle AEC=\alpha$，

过点 A 作 $AF\perp CE$ 于 F，

∴$CE=2CF$，在 Rt△ACF中，$\angle ACD=\alpha$，$CF=AC?\cos\angle ACD=AC?\cos\alpha$，[来*源:中@教网 &^%]

∴CE=2CF=2AC?cos，

∵CE=CD-DE=CD+BC，

∴BC+CD=2AC?cos．

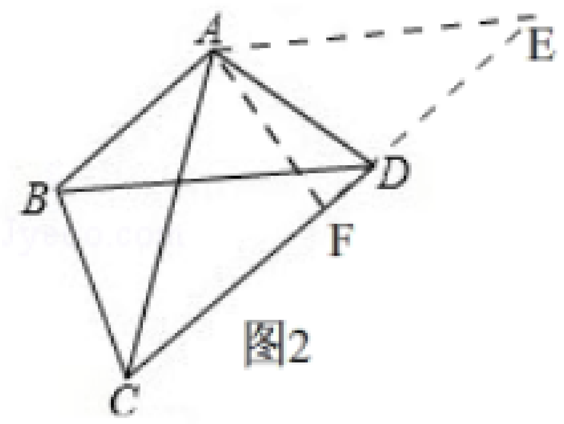


图2

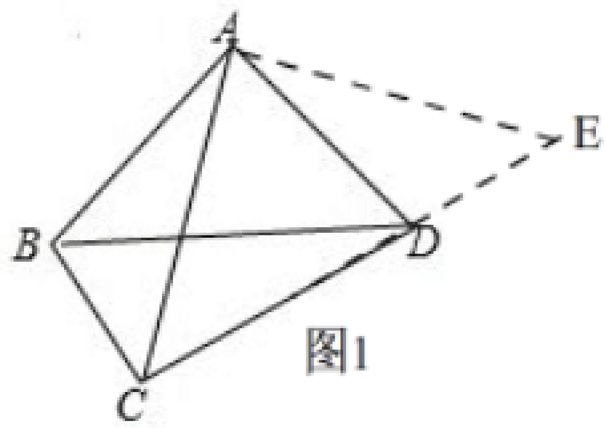


图1

【点评】 此题是几何变换综合题，主要考查了全等三角形的判定， 四边形的内角和，等腰三角形的判定和性质，解本题的关键是构造全等三角形，是一道基础题目．

7 （2017·湘潭）如图，在▱ABCD 中，DE ＝CE 连接 AE 并延长交 BC 的延长线于点 F．

（1）求证：$\Delta ADE \cong \Delta FCE$；

（2）若 $AB = 2BC$，$\angle F = 36°$，求 $\angle B$ 的度数．

考点：平行四边形，全等三角形

【解析】试题分析：（1）利用 AAS或 ASA,证明 $\Delta ADE \cong \Delta FCE$．（2）先证明三角形 ABF是等腰三角形，再 $\angle B$ 的度数．

【解答】

（1）∵▱ABCD

∴AD∥DF

∴∠ADE=∠EFC

∵ $DE = CE$，∠AED=∠CEF

∴ $\Delta ADE \cong \Delta FCE$

（2）∵ ▱ABCD

∴AD=BC

∵ $\Delta ADE \cong \Delta FCE$

∴AD=FC

∴FC=BC

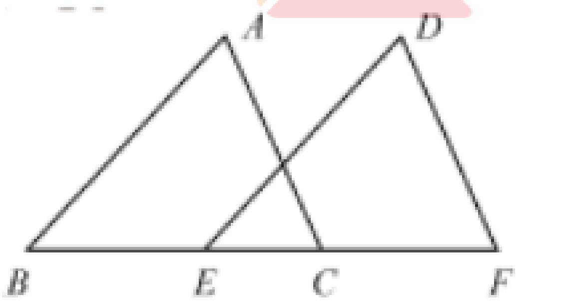
∵ $AB = 2BC$

∴AB=BF

∵ $\angle F = 36°$

∴ $\angle B = 108°$

8.（2017·福建）如图，点 B, E, C, F 在一条直线上， $AB = DE, AC = DF, BE = CF$ ．求证： $\angle A = \angle D$ ．

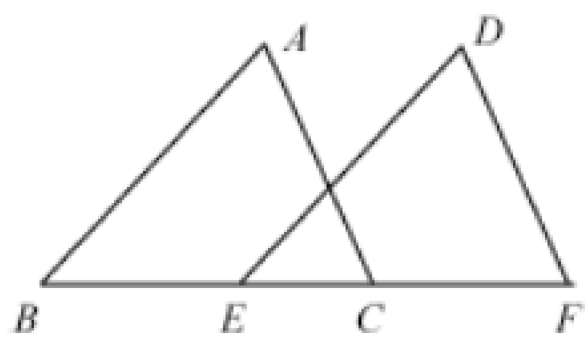


【答案】证明见解析

【解析】

试题分析：利用 SSS 证明△ABC 与△DEF 全等即可得.

试题解析：∵BE=CF，∴BE+EC=CF+EC，即 BC=EF，在△ABC 和△DEF 中 $\begin{cases} AB = DE \\ AC = DF \\ BC = EF \end{cases}$ ，∴△ABC≌△DEF（SSS），∴∠A=∠D.



9. （2017 · 广州）如图 10，点 E, F 在 AB 上，$AD = BC, \angle A = \angle B, AE = BF$．

求证：$\Delta ADF \cong \Delta BCE$．

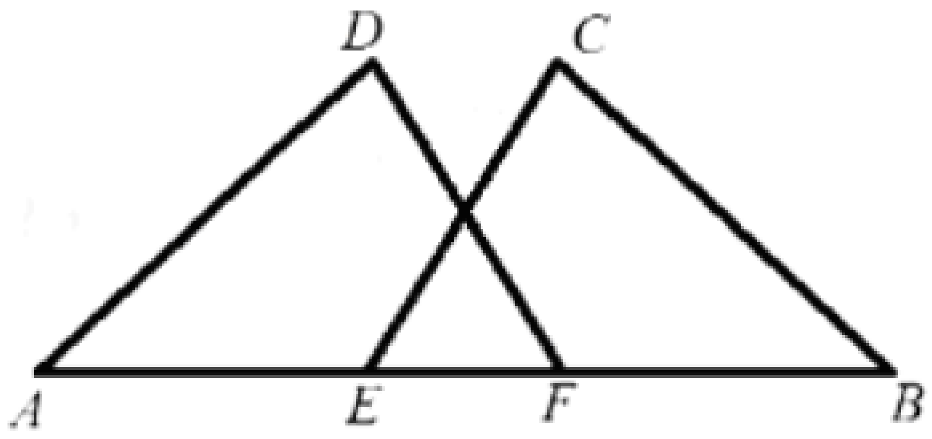


图 10

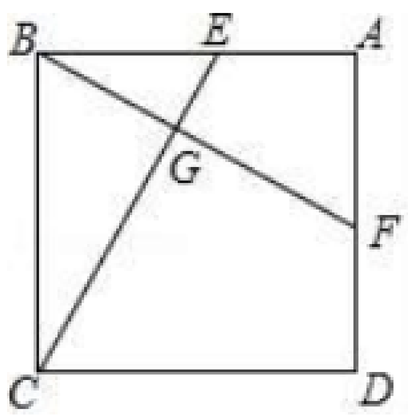
证明：因为 $AE = BF$，所以，$AE + EF = BF + EF$，即 $AF = BE$，

在△ADF和△BCE中，

$$\begin{cases} AD = BC \\ \angle A = \angle B \\ AF = BE \end{cases}$$

所以，$\Delta ADF \cong \Delta BCE$

19.（2017 · 广安）如图，四边形 ABCD是正方形，E、F分别是了 AB、AD上的一点，且 BF⊥CE，垂足为 G，求证：AF=BE．



【考点】 LE：正方形的性质； KD：全等三角形的判定与性质．

【分析】 直接利用已知得出∠BCE=∠ABF，进而利用全等三角形的判定与性质得出 AF=BE．

【解答】 证明：∵四边形 ABCD是正方形，

∴AB=BC，∠A=∠CBE=90°，

∵BF⊥CE，

∴∠BCE+∠CBG=90°，

∵∠ABF+∠CBG=90°，

∴∠BCE=∠ABF，

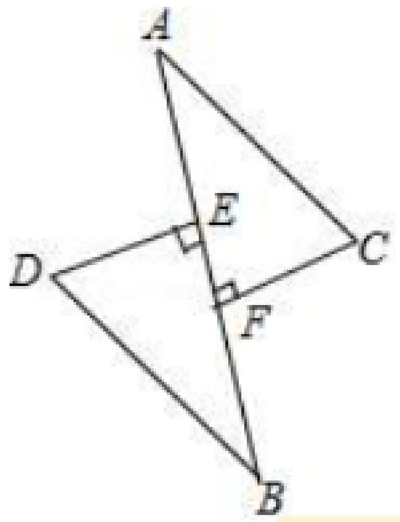
在△ BCE和△ ABF中

$$\begin{cases}\angle BCE=\angle ABF\\ BC=AB\\ \angle CBE=\angle A\end{cases},$$

∴△ BCE≌△ ABF（ASA），

∴BE=AF.

10．（2017 · 南充）如图， DE⊥AB， CF⊥AB， 垂足分别是点 E、 F， DE=CF， AE=BF， 求证： AC∥BD.



【考点】 KD：全等三角形的判定与性质．

【分析】 欲证明 AC∥BD， 只要证明∠A=∠B， 只要证明△DEB≌△CFA即可．

【解答】 证明：∵ DE⊥AB， CF⊥AB，

∴∠DEB=∠AFC=90°，

∵AE=BF，

∴AF=BE，

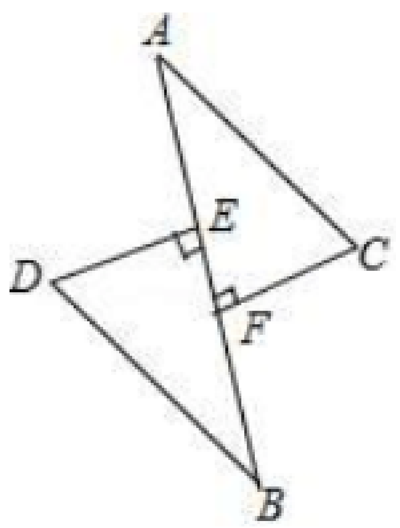
在△ DEB和△ CFA中，

$$\begin{cases}DE=CF\\ \angle DEB=\angle AFC,\\ AF=BE\end{cases}$$

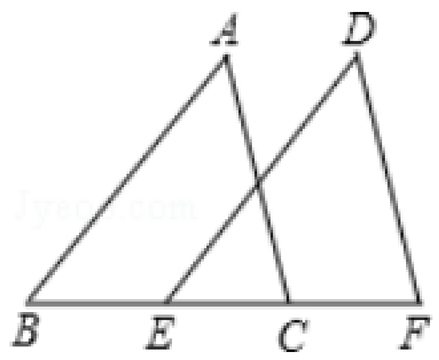
△DEB≌△ CFA，

∴∠A=∠B，

∴AC∥DB.



11．（2017?宜宾）如图，已知点 B、E、C、F 在同一条直线上，AB=DE，∠A=∠D，AC∥DF．求证：BE=CF．



【分析】欲证 BE=CF，则证明两三角形全等，已经有两个条件，只要再有一个条件就可以了，而 AC∥DF 可以得出∠ACB=∠F，条件找到，全等可证．根据全等三角形对应边相等可得 BC=EF，都减去一段 EC 即可得证．本题主要考查三角形全等的判定和全等三角形的对应边相等；要牢固掌握并灵活运用这些知识．

【解答】证明：∵ AC∥DF，

∴∠ACB=∠F，

在△ABC和△DEF中，$\begin{cases}\angle A=\angle D\\ \angle ACB=\angle F\\ AB=DE\end{cases}$，

∴△ABC≌△DEF（AAS）；

∴BC=EF，

∴BC－CE=EF－CE，

即 BE=CF．

【点评】本题主要考查三角形全等的判定和全等三角形的对应边相等；要牢固掌握并灵活运用这些知识．