

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 2 分, 共 12 分)

1. 已知二次函数 $y = -\frac{1}{3}x^2 - 3$, 其图像的对称轴是 ()

- A. 直线 $x = -\frac{9}{2}$ B. 直线 $x = \frac{9}{2}$ C. 直线 $x = -\frac{2}{9}$ D. y 轴所在的直线

2. 有 x 支球队参加篮球比赛, 共比赛了 45 场, 每两队之间都比赛一场, 则下列方程中符合题意的是 ()

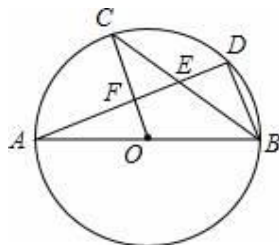
- A. $\frac{1}{2}x(x-1) = 45$ B. $\frac{1}{2}x(x+1) = 45$
C. $x(x-1) = 45$ D. $x(x+1) = 45$

3. 若二次函数 $y = x^2$ 与一次函数 $y = kx - 2$ 的图像有交点, 则 k 的值可以是 ()

- A. 1 B. 0 C. -1 D. -3

4. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C, D 是 $\odot O$ 上的点, 且 $OC \parallel BD$, AD 分别与 BC, OC 相交于点 E, F , 则下列结论: ① $AD \perp BD$; ② $\angle AOC = \angle AEC$; ③ CB 平分 $\angle ABD$; ④ $AF = DF$; ⑤ $BD = 2OF$; ⑥ $\triangle CEF \cong \triangle BED$, 其中一定成立的是 ()

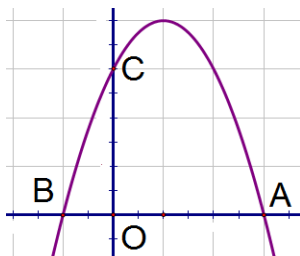
- A. ②④⑤⑥ B. ①③⑤⑥ C. ②③④⑥ D. ①③④⑤



第 4 题图

5. 如图, 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图像与 x 轴交于 A, B 两点, 与 y 轴交于 C 点, 且对称轴为直线 $x = 1$, 点 B 坐标为 $(-1, 0)$. 则下面的四个结论: ① $2a + b = 0$; ② $4a - 2b + c < 0$; ③ $ac > 0$; ④ 当 $y < 0$ 时, $x < -1$ 或 $x > 2$. 其中正确的个数是 ()

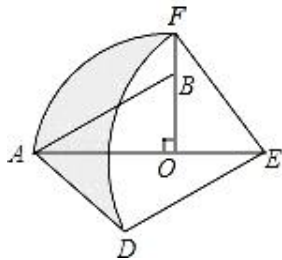
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4



第 5 题图

6. 如图, 在 $Rt\triangle AOB$ 中, $\angle AOB = 90^\circ$, $OA = 3$, $OB = 2$, 将 $Rt\triangle AOB$ 绕点 O 顺时针旋转 90° 后得 $Rt\triangle FOE$, 将线段 EF 绕点 E 逆时针旋转 90° 后得线段 ED , 分别以 O, E 为圆心, OA, ED 长为半径画弧 AF 和弧 DF , 连接 AD , 则图中阴影部分面积是 ()

- A. π B. $\frac{5\pi}{4}$ C. $3 + \pi$ D. $8 - \pi$



第 6 题图

二、填空题 (本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分)

7. 已知一组数据: 1, 8, 9, 2, 4, 5. 则这组数据的中位数是_____.

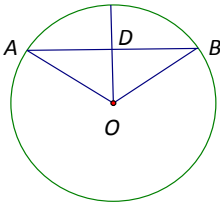
8. 二次函数 $y = x^2$ 的图像沿 x 轴向右平移 1 个单位长度, 则平移后函数图像对应的表达式是_____.

9. 若关于 x 的方程 $x^2 - 2\sqrt{5}x + 1 = 0$ 的一个根为 $x_1 = \sqrt{5} + 2$, 则另一个根 $x_2 =$ _____.

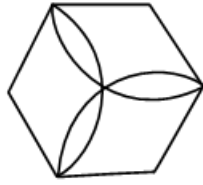
10. 圆锥的底面半径为 3 cm, 母线长为 5 cm, 则这个圆锥的侧面积是_____ cm^2 .

11. 若圆内接四边形 $ABCD$ 的内角度数满足 $\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 4$, 则 $\angle D =$ _____ $^\circ$.

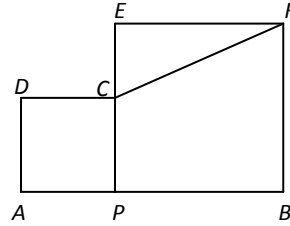
12. 如图, $\odot O$ 的直径为 20cm, 弦 $AB=16$ cm, $OD \perp AB$, 垂足为 D . 则 AB 沿射线 OD 方向平移_____cm 时可与 $\odot O$ 相切.



第 12 题图



第 13 题图



第 16 题图

13. 已知正六边形的边长为 a cm, 分别以它的三个不相邻的顶点为圆心, a cm 长为半径画弧 (如图), 则所得到的三条弧的长度之和为_____cm (结果保留 π).

14. PA 、 PB 分别切 $\odot O$ 于点 A 、 B , 点 C 在 $\odot O$ 上, 与 A 、 B 不重合, 如果 $\angle P=70^\circ$, 则 $\angle ACB=$ _____°.

15. 已知 $A(0, 3)$, $B(2, 3)$ 是二次函数 $y=-x^2+bx+c$ 图像上两点, 该函数图像的顶点坐标是_____.

16. 如图, $AB=5$, P 是线段 AB 上的动点, 分别以 AP 、 BP 为边, 在线段 AB 的同侧作正方形 $APCD$ 和正方形 $PBEF$, 连接 CF , 则 CF 的最小值是_____.

三、解答题 (本大题共 11 小题, 共 88 分)

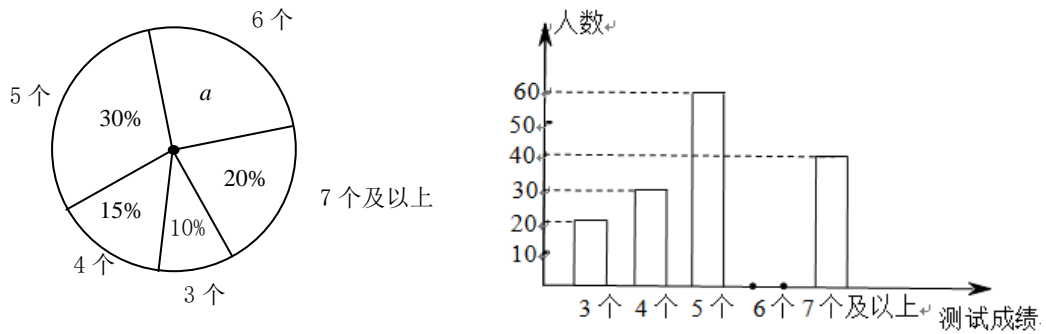
17. (6 分) 解方程: (1) $2x^2 - 3x + 1 = 0$ (配方法); (2) $(2x - 5)^2 - 4(3x - 1)^2 = 0$.

18. (6 分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 6x + (2m+1) = 0$ 有实数根.

(1) 求 m 的取值范围;

(2) 如果方程的两个实数根为 x_1, x_2 , 且 $2x_1x_2 + x_1 + x_2 \geq 20$, 求 m 的取值范围.

19. (6分)中考体育测试前,某区教育局为了了解选报引体向上的初三男生的成绩情况,随机抽测了本区部分选报引体向上项目的初三男生的成绩,并将测试得到的成绩绘成了下面两幅不完整的统计图:



请你根据图中的信息,解答下列问题:

- (1) 写出扇形图中 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ %, 并补全条形图;
- (2) 在这次抽测中,测试成绩的众数和中位数分别是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个、 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个.
- (3) 该区体育中考选报引体向上的男生共有 1800 人,如果体育中考引体向上达 6 个以上(含 6 个)得满分,请你估计该区体育中考中选报引体向上的男生能获得满分的有多少人?

20. (8分)已知一个口袋中装有 4 个只有颜色不同的球,其中 3 个白球,1 个黑球.

- (1) 则从中随机摸出一个黑球的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$;
- (2) 若从口袋中摸出一个球,记下颜色后不放回,再摸出一个球.请列表或作出树状图,求两次都摸出白球的概率.

21. (8分)商场销售某种冰箱,该种冰箱每台进价为 2500 元.已知原销售价为每台 2900 元时,平均每天能售出 8 台.若在原销售价的基础上每台降价 50 元,则平均每天可多售出 4 台.设每台冰箱的实际售价比原销售价降低了 x 元.

(1)填表(不需化简):

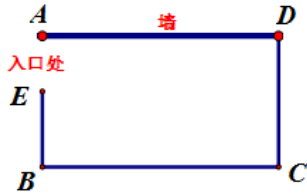
	每天的销售量/台	每台销售利润/元
降价前	8	400
降价后		

(2)商场为使这种冰箱平均每天的销售利润达到 5000 元,则每台冰箱的实际售价应定为多少元?

22. (8分) 现有长度为 60 米的篱笆, 要将其围成一个矩形场地.

(1) 如果该矩形场地四周都是由篱笆围成, 请用函数知识说明如何设计, 使得面积最大?

(2) 如图, 墙 AD 的长度为 a 米 ($a > 0$), 如果要靠墙 AD 建成一个矩形场地并留下一个宽度为 2 米的门, 那么 BE 的长为多少时, 面积最大? 最大值是多少?



23. (8分) 如图, 河上有一座抛物线形的拱桥, 水面宽 4m 时, 水面离桥孔顶部 2m. 当水面下降 1m 时, 水面的宽度是多少?



24. (8分) 小明在解一元二次方程时, 发现有这样一种解法:

如: 解方程 $x(x+4) = 6$.

解: 原方程可变形, 得: $[(x+2)-2][(x+2)+2] = 6$.

$$(x+2)^2 - 2^2 = 6,$$

$$(x+2)^2 = 6 + 2^2,$$

$$(x+2)^2 = 10.$$

直接开平方并整理, 得 $x_1 = -2 + \sqrt{10}, x_2 = -2 - \sqrt{10}$.

我们称小明这种解法为“平均数法”.

(1) 下面是小明用“平均数法”解方程 $(x+3)(x+7) = 5$ 时写的解题过程.

解: 原方程可变形, 得

$$[(x+a)-b][(x+a)+b] = 5.$$

$$(x+a)^2 - b^2 = 5,$$

$$(x+a)^2 = 5 + b^2.$$

直接开平方并整理, 得 $x_1 = c, x_2 = d$.

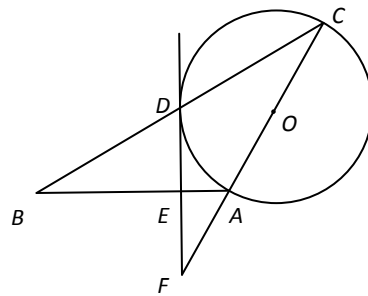
上述过程中的 a, b, c, d 表示的数分别为 ▲ , ▲ , ▲ , ▲ .

(2) 请用“平均数法”解方程: $(x-5)(x+3) = 6$.

25. (10分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 以 AC 为直径作 $\odot O$ 交 BC 于点 D , 过点 D 作 $DE \perp AB$, 垂足为 E , 交 CA 的延长线于点 F .

(1) 求证: DF 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\angle C=30^\circ$, $EF=\sqrt{3}$, 求 EB 的长.



第25题图

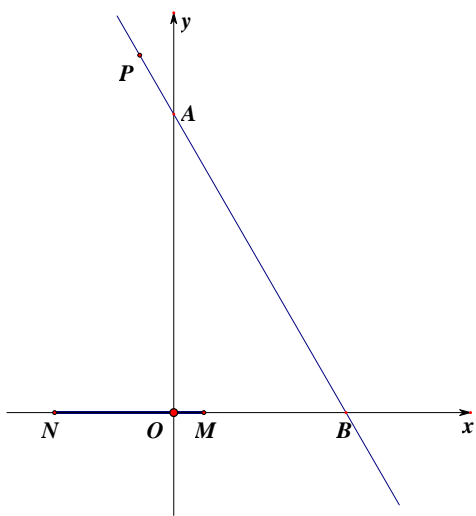
26. (10分) 如图, 函数 $y = -\sqrt{3}x + 2\sqrt{3}$ 的图像与坐标轴交于 A 、 B 两点, 在 x 轴上有点 $M(a, 0)$,

点 $N(a - \sqrt{3}, 0)$, P 为直线 AB 上一动点.

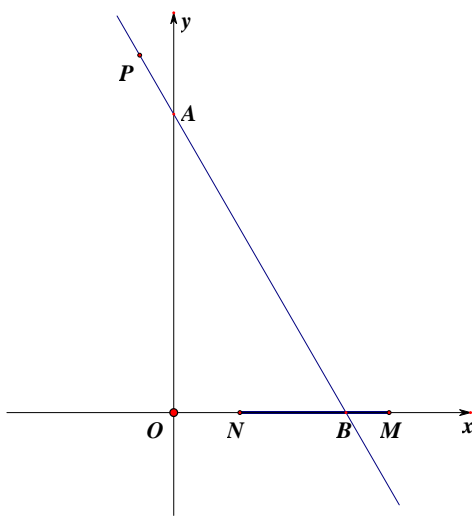
(1) $\angle ABO = \underline{\quad \blacktriangle \quad}^\circ$; 当 $\triangle MPN$ 为等边三角形时, a 的值是 $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$;

(2) 当 $\triangle MPN$ 为直角三角形时, 在图②中用尺规画出所有符合条件的点 P (不写画法, 保留作图痕迹);

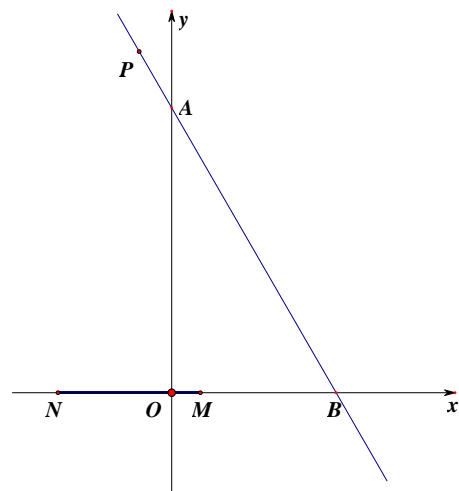
(3) 当 $\angle MPN = 30^\circ$ 时, 则 a 的取值范围为 $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$.



图①



图②



备用图

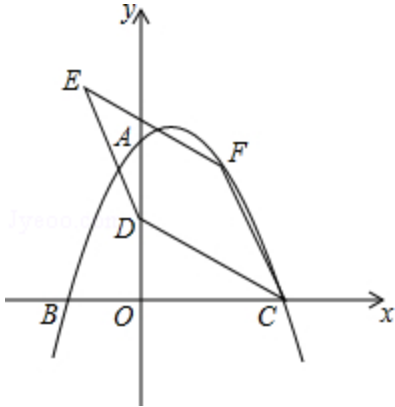
27. (10分) 如图, 在平面直角坐标系中, 二次函数 $y = -\frac{1}{4}x^2 + bx + c$ 的图象与坐标轴交于 A 、 B 、 C 三点, 其中点 A 的坐标为 $(0, 8)$, 点 B 的坐标为 $(-4, 0)$.

(1) 求该二次函数的表达式及点 C 的坐标;

(2) 点 D 的坐标为 $(0, 4)$, 点 F 为该二次函数在第一象限内图象上的动点, 连接 CD 、 CF , 以 CD 、 CF 为邻边作平行四边形 $CDEF$, 设平行四边形 $CDEF$ 的面积为 S .

①求 S 的最大值;

②在点 F 的运动过程中, 当点 E 落在该二次函数图象上时, 请直接写出此时 S 的值.



数学试题参考答案及评分标准

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 2 分, 共 12 分)

题号	1	2	3	4	5	6
答案	D	A	D	D	B	D

二、填空题 (本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分)

7、 $\frac{9}{2}$ 8、 $y=(x-1)^2$ 9、 $\sqrt{5}-2$ 10、 15π 11、90 12、4

13、 $2\pi a$ 14、55 或 125 15、(1, 4) 16、 $\sqrt{5}$

三、解答题 (本大题共 11 小题, 共 88 分)

17、(1) $2(x-\frac{3}{4})^2 = \frac{1}{8}$ -----1 分

$x_1 = 1$ $x_2 = \frac{1}{2}$ -----3 分

(2) $2x - 5 = \pm 2(3x - 1)$ -----4 分

$x_1 = -\frac{3}{4}$ $x_2 = \frac{7}{8}$ -----6 分

18、(1) 由题意得 $36 - 4(2m + 1) \geq 0$ -----1 分

$m \leq 4$ -----2 分

(2) $2(2m + 1) + 6 \geq 20$ -----4 分

$m \geq 3$ -----5 分

$\therefore 3 \leq m \leq 4$ -----6 分

19、(1) 25% 答: 如图即为所求图像 -----2 分

(2) 5 5 -----4 分

(3) 810 人 (没有单位和答都是扣一分) -----6 分

20、(1) $\frac{1}{4}$ -----2 分

(2) 表格或者树状图 -----4 分

罗列所有等可能情况 -----6 分

$\frac{1}{2}$ -----8 分 (没有答扣一分)

21、解：(1) 填表如下：

	每天的销售量/台	每台销售利润/元
降价前	8	400
降价后	$8 + 4 \cdot \frac{x}{50}$	$400 - x$

-----4 分

(2) 根据题意，可得： $(400 - x) \left(8 + 4 \times \frac{x}{50} \right) = 5000$ ， ----- 6 分

化简，整理得： $x^2 - 300x + 22500 = 0$ ，

即 $(x - 150)^2 = 0$ ，

解得： $x = 150$ 。 ----- 7 分

∴ 实际售价定为： $2900 - 150 = 2750$ （元）。

答：每台冰箱的实际售价应定为 2750 元。 ----- 8 分

22、(1) 设矩形一边长为 xm ，面积为 ym^2 ， ----- 1 分

$$y = x(30 - x) = -(x - 15)^2 + 225$$
 ----- 2 分

答：边长为 15，15 时面积最大 ----- 3 分

(2) $y = [60 - x - (x + 2)](x + 2)$ ----- 4 分

$$= -2x^2 + 54x + 116$$

$$= -2\left(x - \frac{27}{2}\right)^2 + \frac{961}{2}$$
 ----- 5 分

$a \geq 31$ 时，最大面积为 $\frac{961}{2}$ ----- 6 分

$0 < a < 31$ 时，最大面积为 $-2\left(29 - \frac{a}{2} - \frac{27}{2}\right)^2 + \frac{961}{2} = \frac{-a^2 + 62a}{2}$ ----- 8 分

23、(本题 8 分) 以桥孔的最高点为原点，过原点的水平线为 x 轴，过原点的铅垂线为 y 轴建立如图所示的平面直角坐标系。 ----- 2 分

设抛物线的关系式为 $y = ax^2$ ----- 3 分

由题意得 $A(2, -2)$

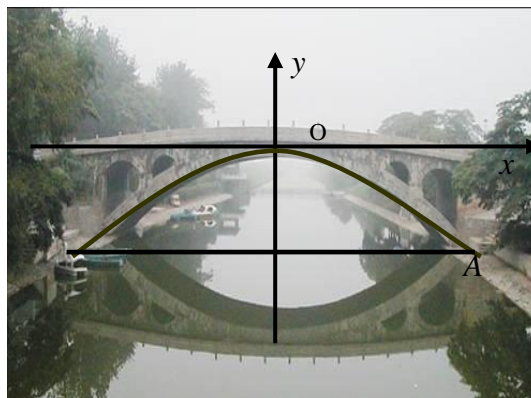
代入得 $a = -\frac{1}{2}$

所以 $y = -\frac{1}{2}x^2$ ----- 5 分

令 $y = -3$

$x_1 = \sqrt{6}$ $x_2 = -\sqrt{6}$ ----- 7 分

答：此时水面宽为 $2\sqrt{6}$ 米 ----- 8 分



24、(1) 5 , 2 , -8 , -2 (最后两空可交换顺序) ---4分

(2) $(x-5)(x+3)=6$.

原方程可变形, 得 $[(x-1)-4][(x-1)+4]=6$ -----6分

$$(x-1)^2 - 16 = 6,$$

$$(x-1)^2 = 22 . \quad \text{-----7分}$$

直接开平方并整理, 得 $x_1 = 1 + \sqrt{22}$, $x_2 = 1 - \sqrt{22}$. -----8分

25、(本题 10 分)

(1) 证明: 连接 OD、AD,

$\because AC$ 为 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ADC = 90^\circ$.

又 $\because AB = AC$,

$\therefore CD = DB$. 又 $CO = AO$,

$\therefore OD \parallel AB$.

$\because DE \perp AB$,

$\therefore OD \perp DF$.

又 $\because OD$ 为 $\odot O$ 的半径,

$\therefore DF$ 是 $\odot O$ 的切线. -----5分

(2) 解:

$\because \angle C = 30^\circ$,

$\therefore \angle AOD = 60^\circ$, 在 $Rt\triangle ODF$ 中, $\angle ODF = 90^\circ$,

$\therefore \angle F = 30^\circ$,

$$\therefore OA = OD = \frac{1}{2}OF.$$

在 $Rt\triangle AEF$ 中, $\angle AEF = 90^\circ$,

$\because EF = \sqrt{3}$, $\therefore AE = 1$.

$\because OD \parallel AB$, $OA = OC = AF$.

$\therefore OD = 2AE = 2$,

$\therefore AB = 2OD = 4$.

$\therefore EB = 3$. -----10分

26、(1) 60° 2 或 $2 + \sqrt{3}$ -----4分

(2) 图略 -----7分

(3) $0 \leq a \leq 4 + \sqrt{3}$ -----10分

27、解: (1) 把 A (0, 8), B (-4, 0) 代入 $y = -\frac{1}{4}x^2 + bx + c$ 得 $\begin{cases} c=8 \\ -4 - 4b + c = 0 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} b=1 \\ c=8 \end{cases}$,

所以抛物线的解析式为 $y = -\frac{1}{4}x^2 + x + 8$; -----2分

当 $y=0$ 时, $-\frac{1}{4}x^2 + x + 8 = 0$, 解得 $x_1 = -4$, $x_2 = 8$,

所以 C 点坐标为 (8, 0); -----3分

(2) ①连结 OF, 如图, 设 $F(t, -\frac{1}{4}t^2+t+8)$,

$\because S_{\text{四边形 OCFD}} = S_{\triangle CDF} + S_{\triangle OCD} = S_{\triangle ODF} + S_{\triangle OCF},$

$\therefore S_{\triangle CDF} = S_{\triangle ODF} + S_{\triangle OCF} - S_{\triangle OCD} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot (-\frac{1}{4}t^2+t+8) - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 8$

$= -t^2 + 6t + 16$

$= -(t-3)^2 + 25, \text{-----5分}$

当 $t=3$ 时, $\triangle CDF$ 的面积有最大值, 最大值为 25, -----6分

\because 四边形 CDEF 为平行四边形,

$\therefore S$ 的最大值为 50; -----7分

② \because 四边形 CDEF 为平行四边形,

$\therefore CD \parallel EF, CD=EF,$

\because 点 C 向左平移 8 个单位, 再向上平移 4 个单位得到点 D,

\therefore 点 F 向左平移 8 个单位, 再向上平移 4 个单位得到点 E, 即 $E(t-8, -\frac{1}{4}t^2+t+12),$

$\because E(t-8, -\frac{1}{4}t^2+t+12)$ 在抛物线上,

$\therefore -\frac{1}{4}(t-8)^2+t-8+8 = -\frac{1}{4}t^2+t+12, \text{解得 } t=7,$

当 $t=7$ 时, $S_{\triangle CDF} = -(7-3)^2 + 25 = 9,$

\therefore 此时 $S = 2S_{\triangle CDF} = 18. \text{-----10分}$

