全等三角形测试题

一. 选择题：

1. 在△ABC 和△A′B′C′中, AB=A′B′, ∠B=∠B′, 补充条件后仍不一定能保证△ABC≌△A′B′C′, 则补充的这个条件是 ( )

   A. BC=B′C′　B. ∠A=∠A′　C. AC=A′C′　D. ∠C=∠C′

2. 直角三角形两锐角的角平分线所交成的角的度数是（ ）

   A. 45°　B. 135°　C. 45°或 135°　D. 都不对

3. 现有两根木棒，它们的长分别是 40cm 和 50cm，若要钉成一个三角形木架，则在下列四根木棒中应选取（ ）

   A. 10cm 的木棒　B. 40cm 的木棒　C. 90cm 的木棒　D. 100cm 的木棒

4. 根据下列已知条件，能惟一画出三角形 ABC 的是（ ）

   A. AB＝3, BC＝4, AC＝8；

   B. AB＝4, BC＝3, ∠A＝30；

   C. ∠A＝60, ∠B＝45, AB＝4；

   D. ∠C＝90, AB＝6

5. 如图 3, D，E 分别是△ABC 的边 BC，AC 上的点，若∠B＝∠C, ∠ADE＝∠AED，则（ ）

   A. 当∠B 为定值时，∠CDE 为定值

   B. 当∠α 为定值时，∠CDE 为定值

   C. 当∠β 为定值时，∠CDE 为定值

   D. 当∠γ 为定值时，∠CDE 为定值

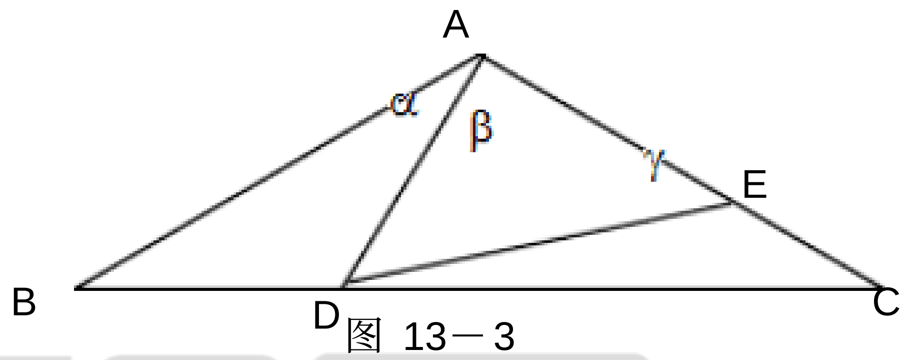


图 13－3

二、填空题：

6. 三角形 ABC 中，∠A 是∠B 的 2 倍，∠C 比∠A＋∠B 还大 12 度，则这个三角形是____三角形.

7. 以三条线段 3、4、x－5 为这组成三角形，则 x 的取值为________.

8. 杜师傅在做完门框后，为防止门框变形常常需钉两根斜拉的木条，这样做的数学原理是________.

9. △ABC 中，∠A＋∠B＝∠C，∠A 的平分线交 BC 于点 D，若 CD＝8cm，则点 D 到 AB 的距离为________ cm.

10. AD 是△ABC 的边 BC 上的中线，AB＝12，AC＝8，则边 BC 的取值范围是________；中线 AD 的取值范围是________.

三、解答题：

11. 已知：如图 13－4，AE=AC，AD=AB，∠EAC=∠DAB，求证：△EAD≌△CAB.

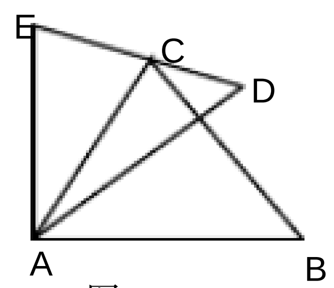


图 13－4

12. 如图 13－5，△ACD 中，已知 AB⊥CD，且 BD>CB，△BCE 和△ABD 都是等腰直角三角形，王刚同学说有下列全等三角形：

   ①△ABC≌△DBE；②△ACB≌△ABD；

   ③△CBE≌△BED；④△ACE≌△ADE.

   这些三角形真的全等吗？简要说明理由.

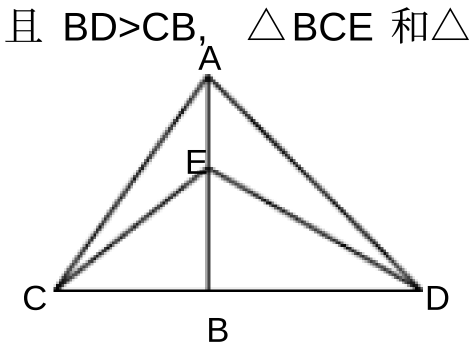


图 13－5

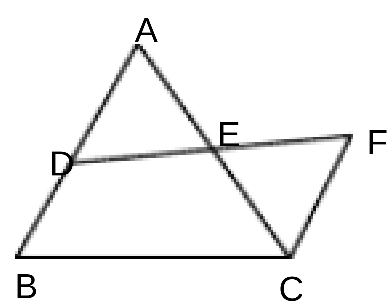
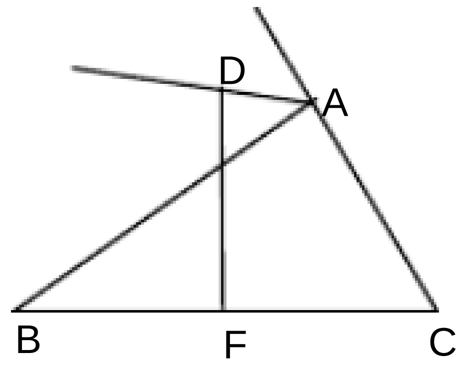


图 13－6

13. 已知，如图 13－6，D 是△ ABC 的边 AB 上一点，DF 交 AC 于点 E, DE=FE, FC ∥ AB,

求证：AD=CF .



14. 如图 5－7，△ ABC 的边 BC 的中垂线 DF 交△ BAC 的外角平分线 AD 于 D, F 为垂足，DE⊥AB 于 E，且 AB>AC，

求证：BE－AC=AE .

15. 阅读下题及证明过程： 已知：如图 8， D 是△ ABC 中 BC 边上一点， E 是 AD 上一点，EB=EC，∠ ABE= ∠ ACE，求证：∠ BAE= ∠CAE .

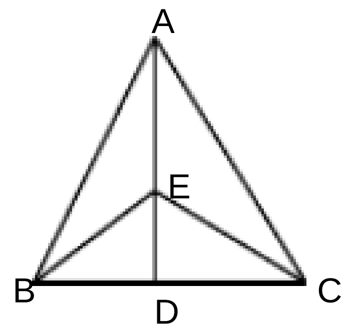


图 8

证明：在△ AEB 和△ AEC 中，

∵ EB=EC，∠ ABE= ∠ACE， AE=AE，

∴△ AEB ≌△ AEC……第一步

∴∠ BAE= ∠CAE……第二步

问上面证明过程是否正确？若正确，请写出每一步推理的依据；若不正确，请指出错在哪一步，并写出你认为正确的证明过程.

16. 如图 9 所示，△ ABC 是等腰直角三角形，∠ ACB＝90°，AD 是 BC 边上的中线，过 C 作 AD 的垂线，交 AB 于点 E，交 AD 于点 F，求证：∠ ADC ＝∠BDE .

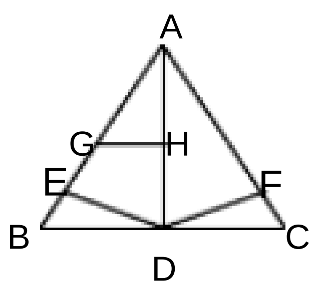


图 9

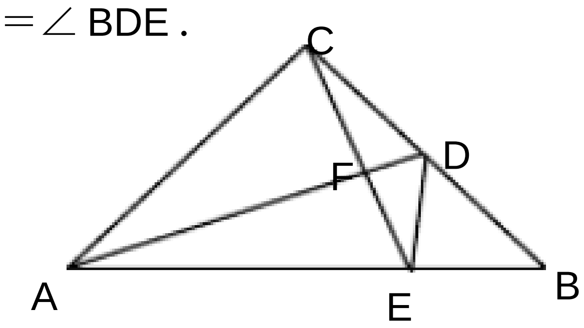


图 9

参考答案提示

1. C.（提示：边边角不能判定两个三角形全等．）
2. C.（提示：由三角形内角和为 $180°$ 可求，要注意有两个不同的角．）
3. B.（提示：利用三角形三边的关系，第三根木棒 x 的取值范围是：$10cm＜x＜90cm$．＝
4. C．（提示：A 不能构成三角形，B 满足边边角，不能判定三角形全等，D 项可画出无数个三角形．）
5. B．（提示：$\angle CDE＝\angle B＋\angle\alpha－\angle\gamma＝\angle\gamma－\angle B$，故得到 $2（\angle B－\angle\gamma）＋\angle\alpha＝0$．又∵$\angle\gamma－\angle B＝\angle\gamma－\angle C＝\angle CDE$，所以可得到$\angle CDE＝\dfrac{\alpha}{2}$，故当$\angle\alpha$ 为定值时，$\angle CDE$ 为定值．）
6. 钝角．（提示：由三角形的内角和可求出$\angle A$、$\angle B$ 和$\angle C$ 的度数）
7. $6＜x<12$．（提示：由三边关系可知：$4－3＜x－5＜4＋3$.
8. 三角形的稳定性.
9. 8.（提示：点 D 到 AB 的距离与 CD 的长相等．）
10. $4＜BC＜20$；$2＜AD＜10$.（提示：要注意三角形一边上的中线的取值范围是大于另两边之差的一半，小于两边之和的一半．）
11. 提示：先证$\angle EAD=\angle CAB$，再由 SAS 即可证明.
12. ①$\triangle ABC\cong\triangle DBE$，$BC=BE$，$\angle ABC=\angle DBE=90°$，$AB=BD$，符合 SAS；②$\triangle ACB$ 与$\triangle ABD$ 不全等，因为它们的形状不相同，$\triangle ACB$ 只是直角三角形，$\triangle ABD$ 是等腰直角三角形；③$\triangle CBE$ 与$\triangle BED$ 不全等，理由同②；④$\triangle ACE$ 与$\triangle ADE$ 不全等，它们只有一边一角对应相等.
13. 提示：由 ASA 或 AAS，证明$\triangle ADE\cong\triangle CFE$．
14. 过 D 作 $DN\perp AC$，垂足为 N，连结 DB、DC 则 $DN=DE$，$DB=DC$，又∵$DE\perp AB$，$DN\perp AC$，∴$Rt\triangle DBE\cong Rt\triangle DCN$，∴$BE=CN$．又∵$AD=AD$，$DE=DN$，∴$Rt\triangle DEA\cong Rt\triangle DNA$，∴$AN=AE$，∴$BE=AC+AN=AC+AE$，∴$BE－AC=AE$．
15. 上面证明过程不正确；错在第一步．正确过程如下：在$\triangle BEC$ 中，∵$BE=CE$，∴$\angle EBC=\angle ECB$，又∵$\angle ABE=\angle ACE$，∴$\angle ABC=\angle ACB$，∴$AB=AC$. 在$\triangle AEB$ 和$\triangle AEC$ 中，$AE=AE$. $BE=CE$, $AB=AC$，∴$\triangle AEB\cong\triangle AEC$，$\angle BAE=\angle CAE$.
16. 如图 11 所示，过 B 点作 $BH\perp BC$ 交 CE 的延长线于 H 点.

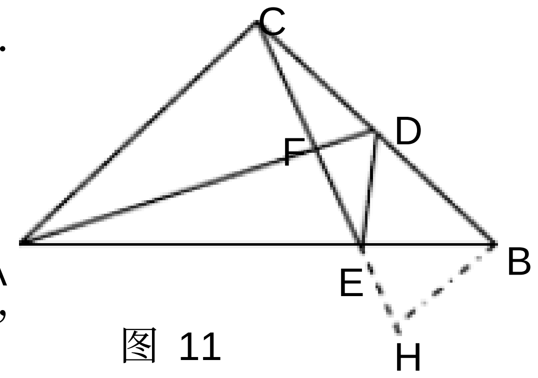


图 11

∵$\angle CAD＋\angle ACF＝90°$，$\angle BCH＋\angle ACF＝90°$，

∴$\angle CAD＝\angle BCH$．在$\triangle ACD$ 与$\triangle CBH$ 中，

∵$\angle CAD＝\angle BCH$，$AC＝CB$，$\angle ACD＝\angle CBH＝90°$，

∴$\triangle ACD\cong\triangle CBH$．∴$\angle ADC＝\angle H$ ① $CD＝BH$，

∵$CD＝BD$，∴$BD＝BH$．

∵$\triangle ABC$ 是等腰直角三角形，$\angle CBA＝\angle HBE＝45°$

∴在$\triangle BED$ 和 BEH 中，$\begin{cases}BD＝BH,\\ \angle EBD＝\angle EBH,\\ BE＝BE,\end{cases}$，∴$\triangle BED\cong\triangle BEH$．

∴$\angle BDE＝\angle H$，② 由①②得，$\angle ADC＝\angle BDE$．