



2010 年北京市春季普通高中会考

数 学 试 卷

考生须知	<p>1. 考生要认真填写考场号和座位序号。</p> <p>2. 本试卷共 4 页，分为两部分，第一部分选择题，20 个小题（共 60 分）；第二部分非选择题，二道大题（共 40 分）。</p> <p>3. 试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色的签字笔作答。</p> <p>4. 考试结束后，考生应将试卷、答题卡及草稿纸放在桌面上，待监考员收回。</p>
------	--

参考公式

锥体的体积公式 $V = \frac{1}{3}Sh$ ，其中 S 是锥体的底面积， h 是锥体的高。

第一部分 选择题（每小题 3 分，共 60 分）

在每个小题给出的四个备选答案中，只有一个是符合题目要求的。

1. 已知全集为 \mathbf{R} ，集合 $A = \{x | x \geq 1\}$ ，那么集合 $\complement_{\mathbf{R}} A$ 等于

- A. $\{x | x > 1\}$ B. $\{x | x > -1\}$ C. $\{x | x < 1\}$ D. $\{x | x < -1\}$

2. 已知函数 $f(x)$ 是 \mathbf{R} 上的奇函数，且 $f(1) = 1$ ，那么 $f(-1)$ 等于

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

3. 已知直线 l 经过坐标原点，且与直线 $x - 2y - 2 = 0$ 平行，那么直线 l 的方程是

- A. $2x + y = 0$ B. $x + 2y = 0$

- C. $2x - y = 0$ D. $x - 2y = 0$

4. 已知向量 $\mathbf{a} = (2, 8)$ ， $\mathbf{b} = (-4, 2)$ ，且 $\mathbf{c} = \frac{1}{2}(\mathbf{a} + \mathbf{b})$ ，那么向量 \mathbf{c} 等于

- A. $(-1, 5)$ B. $(-2, 10)$ C. $(-6, -6)$ D. $(-3, -3)$

5. 已知点 $A(-2, 0)$ ， $B(0, b)$ ，如果直线 AB 的倾斜角为 45° ，那么实数 b 等于

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

6. 已知函数 $y = \sin x$ 在区间 M 上是增函数，那么区间 M 可以是

- A. $(0, 2\pi)$ B. $(0, \frac{3\pi}{2})$ C. $(0, \pi)$ D. $(0, \frac{\pi}{2})$

7. 已知 $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ ，且 $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ ，那么 $\cos \alpha$ 等于

- A. $-\frac{3}{4}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $-\frac{3}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

8. 在数列 $\{a_n\}$ 中，如果 $a_1 = 2$ ， $a_{n+1} = a_n - 1$ ($n \in \mathbf{N}^*$)，那么 a_5 等于

- A. -4 B. -3 C. -2 D. -1



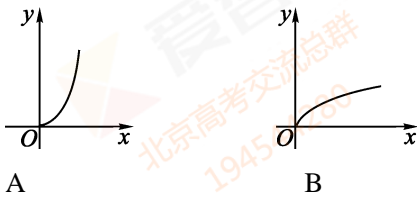
9. 为做好家电下乡工作, 质检部门计划对 300 台 I 型电视机和 500 台 II 型电视机进行检测. 如果采用分层抽样的方法抽取一个容量为 16 的样本, 那么应抽取 I 型电视机的台数为

A. 3 B. 5 C. 6 D. 10

10. 已知 $a > 0$, 那么 $a + \frac{1}{a}$ 的最小值是

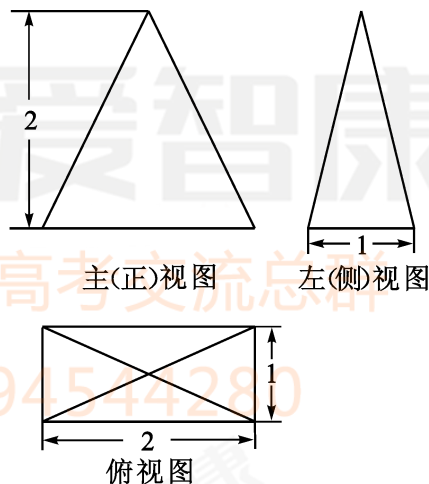
A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

11. 函数 $y = x^{\frac{1}{2}}$ 的图象大致是



12. 一个空间几何体的三视图如右图所示, 该几何体的体积为

A. $\frac{1}{3}$
B. $\frac{2}{3}$
C. $\frac{4}{3}$
D. $\frac{8}{3}$



13. 设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 如果 $a_1 = -1$, $a_2 = 2$, 那么 S_4 等于

A. 6 B. 5 C. 4 D. 3

14. 已知圆 M 经过点 $(1, 2)$, 且圆心为 $(2, 0)$, 那么圆 M 的方程为

A. $(x-2)^2 + y^2 = 5$ B. $(x+2)^2 + y^2 = 5$

C. $(x-2)^2 + y^2 = 3$ D. $(x+2)^2 + y^2 = 3$

15. 已知 $a = \lg 3$, $b = \lg 2$, $c = \lg \frac{1}{2}$, 那么 a, b, c 的大小关系为

A. $c > b > a$ B. $c > a > b$ C. $a > c > b$ D. $a > b > c$

16. 如果等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 2, 且 a_1, a_2, a_4 成等比数列, 那么 a_1 等于

A. 2 B. 1 C. -1 D. -2



17. 盒中装有大小形状都相同的5个小球，分别标以号码1,2,3,4,5，从中随机取出一个小球，其号码为偶数的概率是
- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$
18. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{-x}, & x \geq 0, \\ -\frac{1}{x}, & x < 0. \end{cases}$ 如果 $f(x_0) = \frac{1}{2}$ ，那么 x_0 等于
- A. 1或-2 B. -1或2 C. 1或2 D. -1或-2
19. 已知点 $A(-2,0)$ ， $B(2,0)$ ，如果直线 $3x-4y+m=0$ 上有且只有一个点 P 使得 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = 0$ ，那么实数 m 等于
- A. ± 4 B. ± 5 C. ± 8 D. ± 10
20. 某种放射性物质的质量 M (kg) 随时间 t (年) 的变化规律是 $M = M_0 e^{-0.001t}$ ，其中 M_0 为该物质的初始质量. 如果计算中 $\ln 2$ 取 0.693，那么这种放射性物质的半衰期（质量变为初始质量的一半所需要的时间）约为
- A. 347 年 B. 693 年 C. 1386 年 D. 2772 年

第二部分 非选择题 (共40分)

一、填空题 (共4个小题，每小题3分，共12分)

二、

21. 如果向量 $a = (4, -2)$ ， $b = (x, 1)$ ，且 a ， b 共线，那么实数 $x = \underline{\hspace{1cm}}$.

22. 在冬季征兵过程中，对甲、乙两组青年进行体检，得到如图所示的身高数据（单位：cm）的茎叶图，那么甲组青年的平均身高是 $\underline{\hspace{1cm}}$ cm.

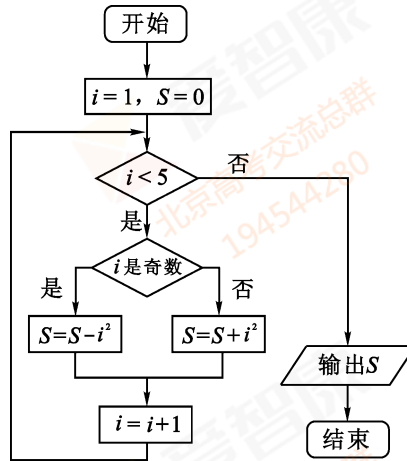
若从乙组青年中随机选出一人，他的身高恰为 179 cm 的概率为 $\underline{\hspace{1cm}}$.

甲组				乙组		
1	3	4	18	5	2	4
3	3	2	17	8	5	5
5	3	2	16	4	8	6
						9

23. 化简 $\frac{\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha)}{\cos(\pi - \alpha)} = \underline{\hspace{1cm}}$.



24. 阅读下面的程序框图，运行相应的程序，输出的结果为__.



二、解答题 (共3个小题, 共28分)

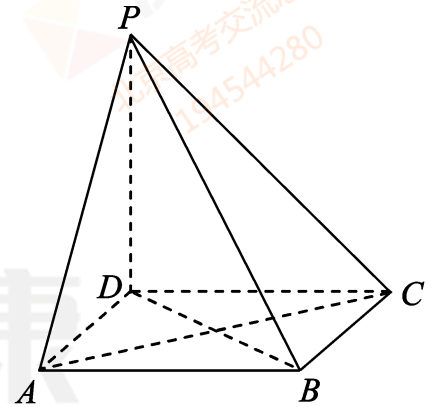
25. (本小题满分9分)

如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PD \perp$ 底面 $ABCD$,

底面 $ABCD$ 是正方形, 且 $PD = AB = 2$.

(I) 求 PB 的长;

(II) 求证: $AC \perp$ 平面 PBD .



北京高考交流总群

194544280

26. (本小题满分9分)

在 $\triangle ABC$ 中, $A = \frac{\pi}{6}$, $B \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}\right)$, $BC = 2$.

(I) 若 $B = \frac{2\pi}{3}$, 求 $\sin C$;

(II) 求证: $AB = 4 \sin\left(\frac{5\pi}{6} - B\right)$;

(III) 求 $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ 的取值范围.



27. (本小题满分10分)

已知函数 $f(x) = ax^2 + bx - 1$, 其中 $a \in (0, 4)$, $b \in \mathbf{R}$.

(I) 当 $a = 1$ 时, 解不等式 $f(x) + f(-x) < 3x$;

(II) 设 $b < 0$, 当 $x \in \left[-\frac{1}{a}, 0\right]$ 时, $f(x) \in \left[-\frac{3}{a}, 0\right]$, 求 a, b 的值;

(III) 若函数 $f(x)$ 恰有一个零点 $x_0 \in (1, 2)$, 求 $a - b$ 的取值范围.



爱智康

北京高考交流总群

194544280



数学试卷答案及评分参考

[说明]

1. 第一部分选择题, 机读阅卷.
2. 第二部分包括填空题和解答题. 为了阅卷方便, 解答题中的推导步骤写得较为详细, 考生只要写明主要过程即可. 若考生的解法与本解答不同, 正确者可参照评分标准给分. 解答右端所注分数, 表示考生正确做到这一步应得的累加分数.

第一部分 (机读卷 共 60 分)

选择题 (每小题 3 分, 共 60 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	A	D	A	B	D	C	C	C	C
题号	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
答案	B	C	B	A	D	A	B	A	D	B

第二部分 (非机读卷 共 40 分)

一、填空题 (每小题 3 分, 共 12 分)

21. -2 22. $173, \frac{1}{10}$ 23. -1 24. 10

二、解答题 (共 3 个小题, 共 28 分)

25. (本小题满分 9 分)

如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PD \perp$ 底面 $ABCD$,

底面 $ABCD$ 是正方形, 且 $PD = AB = 2$.

(I) 求 PB 的长;

(II) 求证: $AC \perp$ 平面 PBD .

(I) 解:

因为 $PD \perp$ 底面 $ABCD$,

所以 $PD \perp BD$.

因为 底面 $ABCD$ 是正方形, 且 $AB = 2$,

所以 $BD = 2\sqrt{2}$.

在 $\text{Rt} \triangle PBD$ 中,

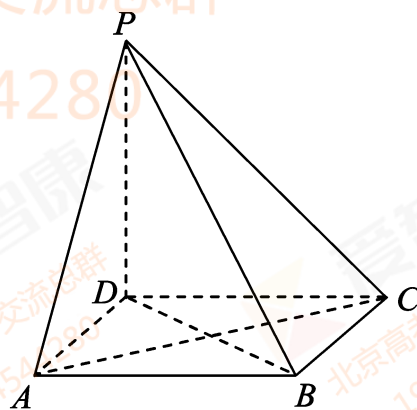
因为 $PD = 2$, $BD = 2\sqrt{2}$,

所以 $PB = \sqrt{PD^2 + BD^2} = 2\sqrt{3}$.

(II) 证明:

因为 底面 $ABCD$ 是正方形,

所以 $AC \perp BD$.



..... 4 分

因为 $PD \perp$ 底面 $ABCD$,

所以 $PD \perp AC$.

又 $PD \cap BD = D$,

所以 $AC \perp$ 平面 PBD .

..... 9 分

26. (本小题满分 9 分)

在 $\triangle ABC$ 中, $A = \frac{\pi}{6}$, $B \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}\right)$, $BC = 2$.

(I) 若 $B = \frac{2\pi}{3}$, 求 $\sin C$;

(II) 求证: $AB = 4 \sin\left(\frac{5\pi}{6} - B\right)$;

(III) 求 $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ 的取值范围.

(I) 解:

$$\sin C = \sin(\pi - A - B) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}. \quad \text{..... 2 分}$$

(II) 证明:

在 $\triangle ABC$ 中, 由正弦定理得 $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A}$,

$$\text{所以 } AB = \frac{BC}{\sin A} \cdot \sin C = 4 \sin\left(\frac{5\pi}{6} - B\right). \quad \text{..... 5 分}$$

(III) 解:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} &= |\overrightarrow{BA}| |\overrightarrow{BC}| \cos B \\ &= 8 \sin\left(\frac{5\pi}{6} - B\right) \cos B \\ &= 8 \cos B \left(\frac{1}{2} \cos B + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin B\right) \\ &= 2(1 + \cos 2B) + 2\sqrt{3} \sin 2B \\ &= 2 \cos 2B + 2\sqrt{3} \sin 2B + 2 \\ &= 4 \sin\left(2B + \frac{\pi}{6}\right) + 2. \end{aligned}$$

因为 $B \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}\right)$,

$$\text{所以 } 2B + \frac{\pi}{6} \in \left(\frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\right).$$





所以 $\sin\left(2B + \frac{\pi}{6}\right) \in \left[-1, -\frac{1}{2}\right)$.

所以 $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ 的取值范围是 $[-2, 0)$ 9 分

27. (本小题满分 10 分)

已知函数 $f(x) = ax^2 + bx - 1$, 其中 $a \in (0, 4)$, $b \in \mathbf{R}$.

(I) 当 $a = 1$ 时, 解不等式 $f(x) + f(-x) < 3x$;

(II) 设 $b < 0$, 当 $x \in \left[-\frac{1}{a}, 0\right]$ 时, $f(x) \in \left[-\frac{3}{a}, 0\right]$, 求 a, b 的值;

(III) 若函数 $f(x)$ 恰有一个零点 $x_0 \in (1, 2)$, 求 $a - b$ 的取值范围.

(I) 解:

当 $a = 1$ 时, $f(x) + f(-x) < 3x$, 即 $2x^2 - 2 < 3x$,

整理得 $2x^2 - 3x - 2 < 0$, 解得 $-\frac{1}{2} < x < 2$.

所以原不等式的解集为 $\left\{x \mid -\frac{1}{2} < x < 2\right\}$ 2 分

(II) 解:

由 $a > 0$, $b < 0$, 得 $-\frac{b}{2a} > 0$,

所以 当 $x \in \left[-\frac{1}{a}, 0\right]$ 时, 函数 $f(x)$ 单调递减.

所以 $f(x)$ 的最大值是 $f\left(-\frac{1}{a}\right) = \frac{1-b}{a} - 1$, 最小值是 $f(0) = -1$.

由题意, 得 $\begin{cases} -\frac{3}{a} = -1, \\ \frac{1-b}{a} - 1 = 0. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a = 3, \\ b = -2. \end{cases}$ 5 分

(III) 解:

函数 $f(x)$ 恰有一个零点 $x_0 \in (1, 2)$, 分为两种情况:

① 方程 $f(x) = 0$ 有两个相等的实数根, 从而 $b^2 + 4a = 0$.

因为 $0 < a < 4$, 所以 $b^2 + 4a > 0$, 这种情况无解.

② 方程 $f(x) = 0$ 有两个不相等的实数根, 且恰有一个根 $x_0 \in (1, 2)$,

从而 $f(1)f(2) < 0$,



即 $(a+b-1)(4a+2b-1) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a+b > 1, \\ 4a+2b < 1, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a+b < 1, \\ 4a+2b > 1. \end{cases}$

当 $0 < a < 4$ 时, 不等式组 $\begin{cases} a+b > 1, \\ 4a+2b < 1 \end{cases}$ 无解.

当 $0 < a < 4$ 时, 不等式组 $\begin{cases} a+b < 1, \\ 4a+2b > 1 \end{cases}$ 表示的区域为

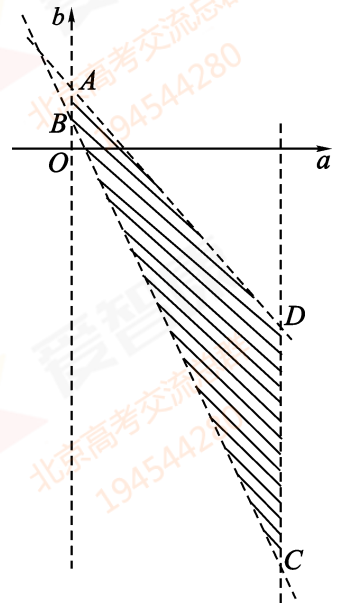
平面 aOb 上四条直线 $a=0$, $a=4$, $a+b=1$, $4a+2b=1$ 所围成的四边形 $ABCD$ 的内部 (如图).

其四个顶点分别是 $A(0,1)$, $B(0, \frac{1}{2})$, $C(4, -\frac{15}{2})$, $D(4, -3)$.

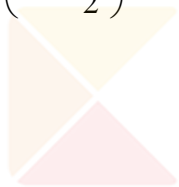
$a-b$ 在这四点的值依次是 -1 , $-\frac{1}{2}$, $\frac{23}{2}$, 7 .

所以 $a-b$ 的取值范围是 $(-1, \frac{23}{2})$.

.....



10 分



爱智康

北京高考交流总群

194544280

