



2011 年北京市夏季普通高中会考

数 学 试 卷

第一部分 选择题 (每小题 3 分, 共 60 分)

在每个小题给出的四个备选答案中, 只有一个是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 4\}$, 那么集合 $A \cup B$ 等于

- (A) $\{1\}$ (B) $\{4\}$ (C) $\{2, 3\}$ (D) $\{1, 2, 3, 4\}$

2. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_1 = 2, a_2 = 4$, 那么 a_4 等于

- (A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 16

3. 函数 $f(x) = |x| - 1$ 的零点的个数是

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

4. 一个空间几何体的三视图如图所示, 这个几何体的体积是

- (A) 18 (B) 12 (C) 6 (D) 4

5. 已知函数 $y = 2^x$ 的图象经过点 $(-1, y_0)$, 那么 y_0 等于

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $-\frac{1}{2}$ (C) 2 (D) -2

6. 函数 $y = \sqrt{x^2 - 1}$ 的定义域是

- (A) $(-\infty, -1]$ (B) $(-1, 1)$
(C) $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ (D) $[1, +\infty)$

7. 在菱形 $ABCD$ 中, 与 \overrightarrow{AB} 相等的向量可以是

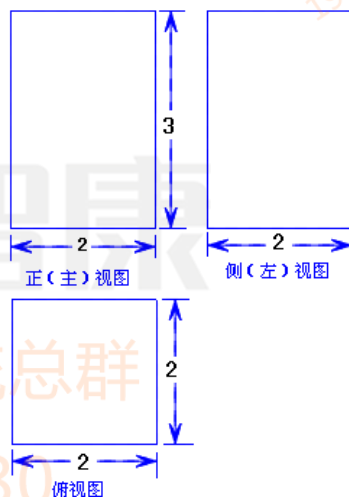
- (A) \overrightarrow{CD} (B) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$ (C) \overrightarrow{AD} (D) $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{DB}$

8. $\tan \frac{3\pi}{4}$ 的值等于

- (A) -1 (B) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (D) 1

9. 四个函数 $y = x^{-1}$, $y = x^{\frac{1}{2}}$, $y = x^2$, $y = x^3$ 中, 在区间 $(0, +\infty)$ 上为减函数的是

- (A) $y = x^{-1}$ (B) $y = x^{\frac{1}{2}}$ (C) $y = x^2$ (D) $y = x^3$





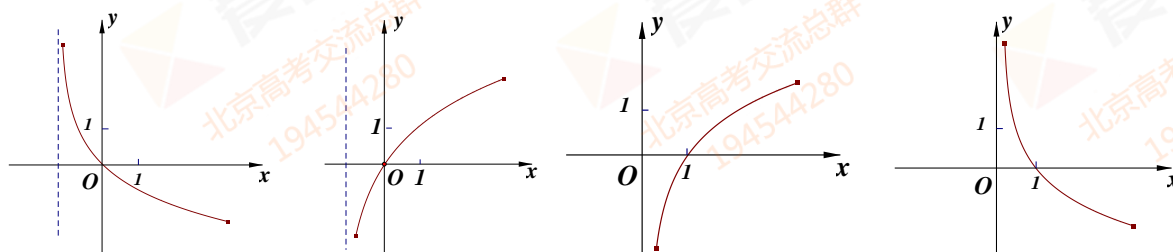
10. 如果直线 $ax + y + 2 = 0$ 与直线 $3x - y + 2 = 0$ 垂直, 那么 a 等于

- (A) 3 (B) -3 (C) $\frac{1}{3}$ (D) $-\frac{1}{3}$

11. 函数 $y = 2\sin x \cos x$ 的最小正周期是

- (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) π (C) 2π (D) 4π

12. 函数 $y = \log_2(x+1)$ 的图象大致是



(A)

(B)

(C)

(D)

13. 口袋中装有大小、材质都相同的 6 个小球, 其中有 3 个红球、2 个黄球和 1 个白球, 从中随机摸出 1 个球, 那么摸到红球或白球的概率是

- (A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$

14. 函数 $y = \frac{1}{2}\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x$ 的最大值是

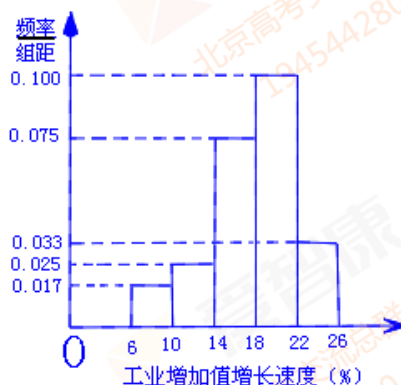
- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) 1 (D) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$

15. 经统计, 2011 年 3 月份 30 个地区工业增加值速度 (%) 全部介于 6 与 26 之间, 现将统计结果以 4 为组距分成

5 组: $[6,10]$, $(10,14]$, $(14,18]$, $(18,22]$, $(22,26]$, 得到如图所

频率分布直方图, 那么工业增加值增长速度 (%) 在 $(10,18]$ 的地区有

- (A) 3 个 (B) 7 个 (C) 9 个 (D) 12 个



示的

16. 平面 α 与平面 β 平行的条件可以是

- (A) α 内的一条直线与 β 平行 (B) α 内的两条直线与 β 平行
(C) α 内的无数条直线与 β 平行 (D) α 内的两条相交直线分别

与 β 平行



17. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数, 当 $x > 0$ 时, $f(x) = x(x+1)$, 那么 $f(-1)$ 等于

- (A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 2

18. 已知直线 a, b 和平面 α , 那么下列命题中的真命题是

- (A) 若 $a \perp \alpha, b \perp \alpha$, 则 $a \parallel b$ (B) 若 $a \parallel \alpha, b \parallel \alpha$, 则 $a \parallel b$
(C) 若 $a \perp b, b \perp \alpha$, 则 $a \parallel \alpha$ (D) 若 $a \parallel b, b \parallel \alpha$, 则 $a \parallel \alpha$

19. 当 x, y 满足条件 $\begin{cases} y \geq 1 \\ x - y \geq 0 \\ x + 2y - 6 \leq 0 \end{cases}$ 时, 目标函数 $z = x + y$ 的最小值是

- (A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 5

20. 把物体放在冷空气中冷却, 如果物体原来的温度是 $\theta_1^\circ C$, 空气的温度是 $\theta_0^\circ C$, t min 后物体的温度 $\theta^\circ C$ 可由

公式 $\theta = \theta_0 + (\theta_1 - \theta_0)e^{-0.24t}$ 求得. 把温度是 $100^\circ C$ 的物体, 放在 $10^\circ C$ 的空气中冷却 t min 后, 物体的温度是

$40^\circ C$, 那么 t 的值约等于

(参考数据: $\ln 3$ 取 1.099, $\ln 2$ 取 0.693)

- (A) 6.61 (B) 4.58 (C) 2.89 (D) 1.69

第二部分 非选择题 (共 40 分)

一、填空题 (共 4 个小题, 每小题 3 分, 共 12 分)

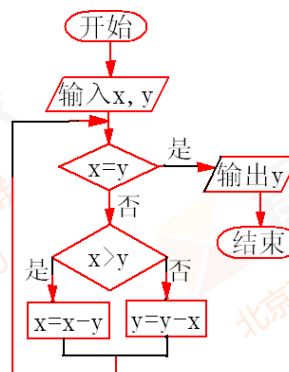
21. 已知 $\sin \theta = \frac{3}{5}$, 且 $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, 那么 $\cos \theta =$ _____

22. 已知 $x > 0$, $y > 0$, 且 $x + y = 4$, 那么 xy 的最大值是 _____

23. 某校共有学生 2000 人, 其中高三年级有学生 700 人. 为调查“亿万学生阳光体育运动”的落实情况, 现采用

按年级分层抽样的方法, 从该校学生中抽取一个容量为 400 的样本, 那么样本中高三年级的学生人数是 _____

24. 阅读下面的程序框图, 运行相应的程序. 当输入 $x = 16$, $y = 12$ 时, 输出的结果是 _____





二、解答题 (共3个小题, 共28分)

25. (本小题满分9分)

已知直线 l 经过两点 $P(1,0), Q(0,-1)$, 圆 $C: (x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$

(I) 求直线 l 的方程;

(II) 设直线 l 与圆 C 交于 A, B 两点, 求 $|AB|$ 的值.

26. (本小题满分9分)

在平面直角坐标系 xOy 中, $\overrightarrow{OA} = (4,0)$, $\overrightarrow{OB} = (1, \sqrt{3})$, 点 C 满足 $\angle OCB = \frac{\pi}{4}$.

(I) 求 $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{BA}$;

(II) 证明: $|\overrightarrow{OC}| = 2\sqrt{2} \sin \angle OBC$;

(III) 是否存在实数 λ , 使得 $\overrightarrow{BC} = \lambda \overrightarrow{BA}$ 成立? 若存在, 求出 λ 的值; 若不存在, 说明理由.

27. (本小题10分)

已知函数 $f(x) = \frac{x}{2x+1}$, 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = f(1)$, $a_{n+1} = f(a_n)$ ($n \in N^*$).

(I) 求 a_1, a_2 的值;

(II) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(III) 设 $b_n = a_n \cdot a_{n+1}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n , 并比较 S_n 与 $\frac{n}{2^n + 18}$



数学试题参考答案

1.D 2.D 3.C 4.B 5.A 6.C 7.B 8.A 9.A 10.C
11.B 12.B 13.D 14.C 15.D 16.D 17.A 18.A 19.D 20.B

21. $\frac{4}{5}$ 22. 4 23. 140 人 24. 4

25. (I) $y = x - 1$ (II) $\sqrt{14}$

26. (I) 求 $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{BA} = 0$;

(II) $\frac{1}{2} |\overrightarrow{OC}| \cdot |\overrightarrow{CB}| \sin \angle OCB = \frac{1}{2} |\overrightarrow{OB}| \cdot |\overrightarrow{CB}| \sin \angle OBC$, 面积相等, 化简得证;

(III) 是否存在实数 $\lambda = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$. 数形结合, 同向或反向.

27. (I) $a_1 = \frac{1}{3}$, $a_2 = \frac{1}{5}$;

(II) 倒数法: $\because a_{n+1} = \frac{a_n}{2a_n + 1} \therefore \frac{1}{a_{n+1}} = \frac{2a_n + 1}{a_n} = 2 + \frac{1}{a_n}$

则数列 $\{\frac{1}{a_n}\}$ 是首项为 3, 公差为 2 的等差数列, 则 $\frac{1}{a_n} = 2n + 1$, $a_n = \frac{1}{2n + 1}$

(III) $b_n = a_n \cdot a_{n+1} = \frac{1}{(2n+1)(2n+3)} = \frac{1}{2} (\frac{1}{2n+1} - \frac{1}{2n+3})$,

$S_n = \frac{n}{6n+9}$ (裂项求和)

S_n 与 $\frac{n}{2^n + 18}$ (分类), $n=3$ 时, S_n 小于 $\frac{n}{2^n + 18}$, 其他情况大于。

