2016~2017学年北京东城区初二上学期期末数学试卷

一、选择题（本题共30分，每小题3分）

1. $\sqrt{2}$的相反数是（　）．

A. $\sqrt{2}$　　B. $-\sqrt{2}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

答案　B

解析　$\sqrt{2}$的相反数是$-\sqrt{2}$，故答案为B．

2. 用科学记数法表示0.000567正确的是（　）．

A. 5.67×10^{-3}　　B. 5.67×10^{-4}　　C. 5.67×10^{-5}　　D. 0.567×10^{-3}

答案　B

解析　0.000567用科学记数法表示为5.67×10^{-4}， 故答案为B．

3. 在下列图形中，对称轴最多的图形是（　）．

A. 等腰直角三角形　　B. 等边三角形　　C. 长方形　　D. 正方形

答案　D

解析　据轴对称图形的特点和定义可知：等腰直角三角形有1条对称轴，
等边三角形有3条对称轴，
长方形有2条对称轴，
正方形有4条对称轴；
所以在这几种图形中，
对称轴最多的图形是正方形，
故答案为D．

4. 以下各式一定成立的是（　）．

A. $a^5\div a^3=a^2$　　B. $a^5\cdot a^3=a^{15}$　　C. $a^5-a^3=a^2$　　D. $\left(a^3\right)^2=a^9$

答案　A

解析　A、$a^5 \div a^3 = a^2$，正确；

B、$a^5 \cdot a^3 = a^8 \neq a^{15}$，故B错误；

C、$a^5 - a^3 \neq a^2$，故C错误；

D、$\left(a^3\right)^2 = a^6 \neq a^9$，故D错误．

5. 下列各式中，成立的是（　）．

A. $\sqrt{4} = \pm 2$　　B. $\sqrt{(-2)^2} = -2$　　C. $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$　　D. $\sqrt{2\frac{2}{3}} = 2\sqrt{\frac{2}{3}}$

答案　D

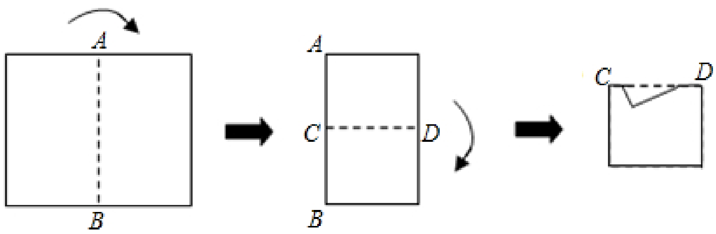
解析　A、$\sqrt{4} = 2 \neq \pm 2$，故A错误；

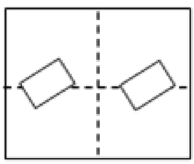
B、$\sqrt{(-2)^2} = 2 \neq -2$，故B错误；

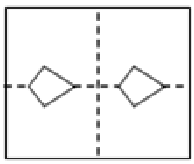
C、$\sqrt{2} + \sqrt{3} \neq \sqrt{5}$，故C错误；

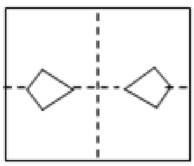
D、$\sqrt{2\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{8}{3}} = 2\sqrt{\frac{2}{3}}$，故D正确．

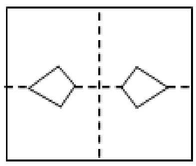
6. 如图所示，将矩形纸片先沿虚线AB按箭头方向向右对折，接着将对折后的纸片沿虚线CD向下对折，然后剪下一个小三角形，再将纸片打开，则打开后的展开图是（　）．



A. 

B. 

C. 

D. 

答案　D

解析　由图形翻折，对称轴的性质可知，选D．

7. 若分式$\frac{2x+1}{x^2+3}$的值为正，则x的取值范围是（　）．

A. $x > \frac{1}{2}$　　B. $x > -\frac{1}{2}$　　C. $x \neq 0$　　D. $x > -\frac{1}{2}$且$x \neq 0$

答案　B

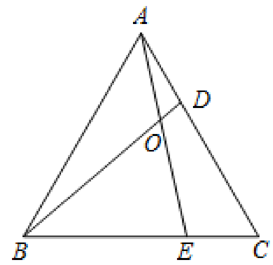
解析　$\because$分式$\dfrac{2x+1}{x^2+3}$的值为正，

又$\because x^2+3>0$，

$\therefore 2x+1>0$，

$\therefore x>-\dfrac{1}{2}$．

8. 如图，$\triangle ABC$是等边三角形，E分别是AC、BC上的点，且$AD=CE$，BD相交于点O，则$\angle BOE$的度数为（　）．



A. 30°　　B. 45°　　C. 60°　　D. 75°

答案　C

解析　$\because\triangle ABC$是等边三角形，

$\therefore AB=AC$，$\angle BAD=\angle C=60^\circ$，

在$\triangle ABD$和$\triangle CAE$中，

$$\begin{cases} AB=AC \\ \angle BAD=\angle C, \\ AD=CE \end{cases}$$

$\therefore\triangle ABD\triangle CAE\,(\mathrm{SAS})$，

$\therefore\angle ABD=\angle CAE$，

$\therefore\angle BOE=\angle ABE+\angle BAD=\angle CAD+\angle BAD=\angle BAC=60^\circ$．

9. 某公司准备铺设一条长$1200\mathrm{m}$的道路，由于采用新技术，实际每天铺设的速度比原计划快10%，结果提前2天完成任务，设原计划每天铺设道路$x\mathrm{m}$，根据题意可列方程为（　）．

A. $\dfrac{1200}{x}-\dfrac{1200}{(1+10\%)x}=2$　　B. $\dfrac{1200}{(1+10\%)x}-\dfrac{1200}{x}=2$

C. $\dfrac{1200}{(1-10\%)x}-\dfrac{1200}{x}=2$　　D. $\dfrac{1200}{x}-\dfrac{1200}{(1-10\%)x}=2$

答案　A

解析　原计划用时为$\dfrac{1200}{x}$天，而实际用时$\dfrac{1200}{(1+10\%)\,x}=\dfrac{1200}{1.1x}$天．

那么方程应该表示为$\dfrac{1200}{x}-\dfrac{1200}{(1+10\%)\,x}=2$．

10. 关于x的方程$\dfrac{a-1}{x-1}=4$的解为非负数，则a的取值范围是（　）．

A. $a > -3$　　B. $a \geqslant -3$　　C. $a \geqslant -3$且$a \neq 1$　　D. $a > -3$且$a \neq 1$

答案　C

解析　去分母得，$(a-1)=4(x-1)$，

$\therefore x=\frac{a+3}{4}$ ，

$\because$方程的解是非负数，

$\therefore a+3 \geqslant 0$即$a \geqslant -3$，

又$\because x-1 \neq 0 \therefore x \neq 1$ ，

$\therefore \frac{a+3}{4} \neq 1$ ，

$\therefore a \neq 1$.

则a的取值范围是$a \geqslant -3$且$a \neq 1$.

二、填空题（本题共24分，每小题3分）

11. 当$\frac{1}{x+2}$有意义时，实数x的取值范围是 ______ .

答案　$x \neq -2$

解析　$\because \frac{1}{x+2}$有意义

$\therefore x+2 \neq 0$

$\therefore x \neq -2$.

12. 计算$a^{-2}b^2 \cdot (ab)^3$的结果是 ______ .

答案　ab^5

解析　$a^{-2}b^2 \cdot (ab)^3 = a^{-2}b^2 \cdot a^3b^3 = ab^5$.

13. 当$x=$ ______ 时，式子$\frac{|x|-1}{1-x}$的值为0 .

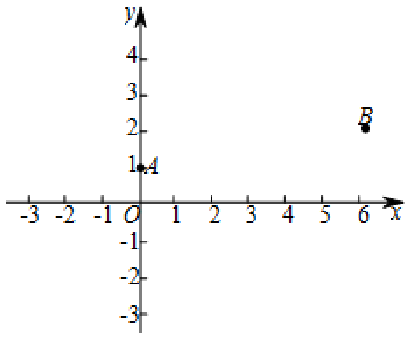
答案　-1

解析　由题意可得：

$\begin{cases} |x|-1=0 \\ 1-x \neq 0 \end{cases}$

解得$x=-1$.

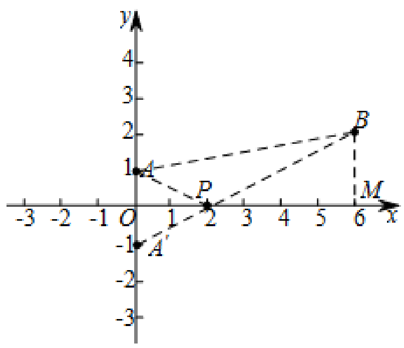
14. 如图，在平面直角坐标系xOy中，已知点$A(0,1)$，$B(6,2)$．在x轴上找一点P，使得$PA+PB$最小，则点P的坐标是 ______ ，此时$\triangle PAB$的面积是 ______ ．



答案　1．$(2,0)$

2．4

解析　如右图，做点A关于x轴的对称点A'，连接$A'B$交x轴与点P，



$\because A(0,1)$

$\therefore A'(0,-1)$

设直线$A'B$的解析式为$y=kx+b\,(k\neq 0)$，

$\therefore \begin{cases} 6k+b=2 \\ b=-1 \end{cases}$，

解得$\begin{cases} k=\frac{1}{2} \\ b=-1 \end{cases}$

$\therefore$直线$A'B$的解析式为$y=\dfrac{1}{2}x-1$，

当$y=0$时，$x=2$

$\therefore P(2,0)$

过B做$BM\perp x$轴于点M，

$S_{\triangle PAB}=S_{四边形AOBM}-S_{\triangle AOP}-S_{\triangle BMP}$

$=\dfrac{1}{2}\times(1+2)\times 6-\dfrac{1}{2}\times 1\times 2-\dfrac{1}{2}\times 2\times 4$

$=9-1-4$

$=4$．

15. 方程$\dfrac{3}{1-x}=\dfrac{1}{x-1}-2$的解为 ______ ．

答案　$x=3$

解析　$\dfrac{3}{1-x}=\dfrac{1}{x-1}-2$

去分母，得$-3=1-2(x-1)$

解得$x=3$

经检验：$x=3$是原方程的解．

16. 若等腰三角形的一个角是30°，则其它两个角的度数分别是 ______ ．

答案　75°，75°或30°，120°

解析　30°角是顶角时，底角为$\frac{1}{2}(180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$，

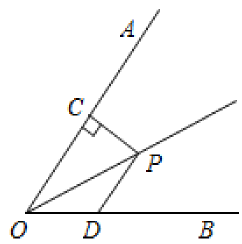
此时，其它两个内角的度数分别为75°，75°，

30°角是底角时，顶角为$180^\circ - 30^\circ \times 2 = 120^\circ$，

此时，其它两个内角的度数分别为30°，120°，

综上所述，其它两个内角的度数分别为：75°，75°或30°，120°．

17. 如图，$\angle AOB = 60^\circ$，点P在$\angle AOB$的平分线上，$PC \perp OA$于点C，点D在边OB上，且$OD = DP = 4$．则线段OC的长度为 ______ ．



答案　6

解析　过点P作$PE \perp OB$交OB于点E，

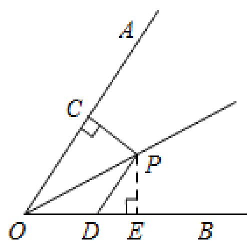
$\because \angle AOP = \angle BOP$，$PC \perp OA$，$PE \perp OB$

$\therefore OC = OE$

在$\mathrm{Rt}\triangle OCP$和$\mathrm{Rt}\triangle OEP$中

$$\begin{cases} OP = OP \\ OC = OE \end{cases}$$

$\therefore \mathrm{Rt}\triangle OCP \cong \mathrm{Rt}\triangle OEP\,(HL)$



$\therefore OC = OE$

$\because \angle AOP = \angle BOP = \frac{1}{2}\angle AOB = 30^\circ$，$PE \perp OB$

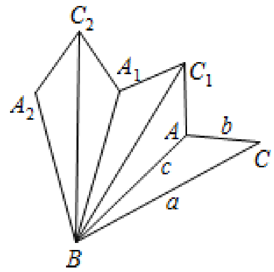
$\therefore \angle DPE = 30^\circ$

$\therefore DE = \frac{1}{2}DP = 2$

$\therefore OE = OD + DE = 4 + 2 = 6$

$\therefore OC = 6$．

18. 在$\triangle ABC$中，$\angle ABC < 20^\circ$，三边长分别为a，b，c．将$\triangle ABC$沿直线BA翻折，得到$\triangle ABC_1$；然后将$\triangle ABC_1$沿直线BC_1翻折，得到$\triangle A_1BC_1$；再将$\triangle A_1BC_1$沿直线A_1B翻折，得到$\triangle A_1BC_2$；$\cdots\cdots$．翻折4次后，所得图形$A_2BCAC_1A_1C_2$的周长为 ______ ，翻折15次后，所得图形的周长为 ______ ．(结果用含有a，b，c的式子表示)



答案　1．$a+5b+c$

2．$2a+16b$

解析　由翻折的性质可知：$AB=A_1B=A_2B=c$，$BC=BC_1=BC_2=a$，

$AC=AC_1=C_1A_1=A_1C_2=C_2A_2=b$，

所以图形$A_2BCAC_1A_1C_2$的周长

$=BC+BA_1+CA+AC_1+A_1C_1+A_1C_2+C_2A_2=BC+AB+5AC=a+5b+c$，

翻折15次后，所得图形的周长$=2BC+16AC=2a+16b$．

三、解答题（本题共46分，19~20，每小题3分，21~28，每小题5分）

19. 因式分解：$mx^2-2mx+m$．

答案　$m(x-1)^2$

解析　原式$=m\left(x^2-2x+1\right)$

$=m(x-1)^2$．

20. 化简：$(ab-1)^2+a(2b-1)$．

答案　a^2b^2-a+1

解析　原式$=(ab)^2-2ab+1+2ab-a$

$=a^2b^2-a+1$．

21. 计算：$(\sqrt{2}-1)^0-\left|\dfrac{\sqrt{2}}{2}-1\right|+(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)+\sqrt{\dfrac{2}{3}}\div\sqrt{3}$．

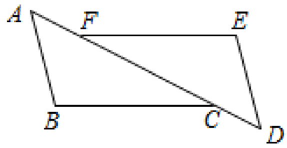
答案　$2+\dfrac{5\sqrt{2}}{6}$

解析　原式$=1-1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}+3-1+\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\times\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$=2+\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

$$=2+\frac{5\sqrt{2}}{6}.$$

22. 如图，点A、F、C、D在同一条直线上．$AB//DE$，$\angle B=\angle E$，$AF=DC$．求证：$BC=EF$．



答案　证明见解析．

解析　$\because AB//DE$，

$\therefore \angle A=\angle D$

$\because AF=DC$，

$\therefore AC=DF$

在$\triangle ABC$和$\triangle DEF$中，

$$\begin{cases}\angle B=\angle E\\ \angle A=\angle D\\ AC=DF\end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC\cong\triangle DEF$（AAS)

$\therefore BC=EF$．

23. 先化简，再求值：$\left(\frac{4m}{m-3}-\frac{m}{m+3}\right)\cdot\frac{m^2-9}{m^3}$，其中$\frac{m+5}{m^2}=2$．

答案　6

解析　原式$=\left(\frac{4m}{m-3}-\frac{m}{m+3}\right)\cdot\frac{(m+3)(m-3)}{m^3}$

$=\frac{4(m+3)}{m^2}-\frac{m-3}{m^2}$

$=\frac{3m+15}{m^2}$

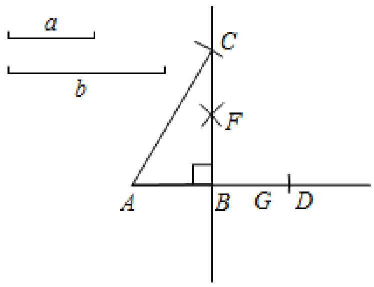
$=\frac{3(m+5)}{m^2}$

$\because \frac{m+5}{m^2}=2$

$\therefore$原式$=6$．

24. 数学课上，老师提出问题：任画两条长度不等的线段a、b，利用尺规作图作$\mathrm{Rt}\triangle ABC$使所画线段分别为三角形的一条直角边和斜边．

在交流讨论环节，小明看到小勇所作之图如下，



所以：Rt△ABC为所求作的三角形

请你回答下列问题：

（1）在以下作图步骤中，小勇的作图顺序可能是________．（只填序号）

①以点B为圆心，BA的长为半径画弧，交射线AG于点D．

②画直线BF．

③分别以点A，D为圆心，大于线段AB的长为半径画弧，交于点F．

④以点A为圆心，线段b的长为半径画弧，交直线BF于点C，联结AC

⑤画射线AG，并在AG上截取线段$AB = a$．

答案　⑤①③②④

解析　⑤①③②④

（2）小勇以线段a为直角边，线段b为斜边的理由是 ______ ．

答案　在直角三角形中，斜边大于直角边

解析　在直角三角形中，斜边大于直角边．

（3）$\angle ABC = 90°$的理由是 ______ ．

答案　等腰三角形的三线合一

解析　等腰三角形的三线合一．

25. 列分式方程解应用题．

某校初二年级的甲、乙两个班的同学以班级为单位分别乘坐大巴车去某基地参加拓展活动，此基地距离该校90千米．甲班的甲车出发10分钟后，乙班的乙车才出发，为了比甲车早到5分钟，乙车的平均速度是甲车的平均速度的1.2倍．求乙车的平均速度．

答案　72千米/小时

解析　设甲车的速度是x千米/时，则乙车的速度是$1.2x$千米/时．

列方程，得$\dfrac{90}{x} = \dfrac{1}{4} + \dfrac{90}{1.2x}$

去分母，得$108 = 0.3x + 90$

合并同类项，得$0.3x = 18$

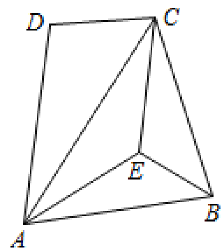
系数化1，得$x = 60$

经检验:$x = 60$是原方程的解，且符合实际意义．

此时，$1.2x = 72$

答：乙车的平均速度是72千米/小时．

26. 如图，在$\triangle ABC$中，$BA = BC$，点D为$\triangle ABC$外一点，连接DA，$\angle DAC$恰好为25°，线段AD沿直线AC翻折得到线段AD'．过点C作AD的平行线交AD'于点E，连接BE．



（1）求证：$AE = CE$．

答案　证明见解析．

解析　由翻折可知，$\angle DAC = \angle CAE = 25^\circ$，

$\because DA // EC$，

$\therefore \angle DAC = \angle ACE = 25^\circ$，

$\therefore \angle CAE = \angle ACE = 25^\circ$，

$\therefore AE = CE$．

（2）求$\angle AEB$的度数．

答案　115°

解析　由（1）可知，$\angle AEC = 180^\circ - 25^\circ - 25^\circ = 130^\circ$，

在$\triangle AEB$和$\triangle CEB$中，

$$\begin{cases} AE = CE \\ AB = CB \\ EB = EB \end{cases}，$$

$\therefore \triangle AEB \cong \triangle CEB$，

$\therefore \angle AEB = \angle CEB$，

$\therefore \angle AEB = \frac{1}{2}(360^\circ - \angle AEC) = \frac{1}{2}(360^\circ - 130^\circ) = 115^\circ$．

27. 如果一个分式的分子或分母可以因式分解，且这个分式不可约分，那么我们称这个分式为“和谐分式”．

（1）下列分式中，_________是和谐分式．(填写序号即可)

①$\dfrac{x-1}{x^2+1}$；②$\dfrac{a-2b}{a^2-b^2}$；③$\dfrac{x+y}{x^2-y^2}$；④$\dfrac{a^2-b^2}{(a+b)^2}$．

答案 ②

解析 ②

（2）若a为正整数，且$\dfrac{x-1}{x^2+ax+4}$为和谐分式，请写出所有a的值．

答案 4，5

解析 4，5

（3）在化简$\dfrac{4a^2}{ab^2-b^3}-\dfrac{a}{b}\div\dfrac{b}{4}$时，

小东和小强分别进行了如下三步变形：

小东：原式$=\dfrac{4a^2}{ab^2-b^3}-\dfrac{a}{b}\times\dfrac{4}{b}=\dfrac{4a^2}{ab^2-b^3}-\dfrac{4a}{b^2}=\dfrac{4a^2b^2-4a\left(ab^2-b^3\right)}{\left(ab^2-b^3\right)b^2}$

小强：原式$=\dfrac{4a^2}{ab^2-b^3}-\dfrac{a}{b}\times\dfrac{4}{b}=\dfrac{4a^2}{b^2(a-b)}-\dfrac{4a}{b^2}=\dfrac{4a^2-4a(a-b)}{(a-b)b^2}$

显然，小强利用了其中的和谐分式，第三步所得结果比小东的结果简单，原因是：__________．

请你接着小强的方法完成化简．

答案 $\dfrac{4a}{ab-b^2}$

解析 小强通分时，利用和谐分式找到了最简公分母．

解：原式$=\dfrac{4a^2-4a^2+4ab}{(a-b)b^2}$

$=\dfrac{4ab}{(a-b)b^2}$

$=\dfrac{4a}{(a-b)b}$

$=\dfrac{4a}{ab-b^2}$．

28. 如图1，在△ABC中，$\angle A$的外角平分线交BC的延长线于点D．

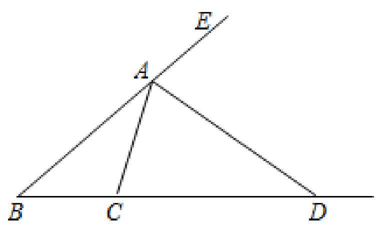


图1

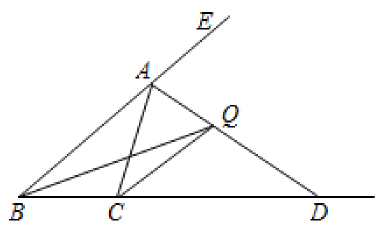


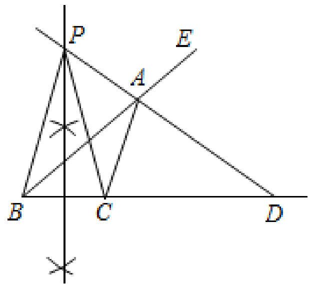
图2

（1）线段BC的垂直平分线交DA的延长线于点P，连接PB，PC．

① 利用尺规作图补全图形1，不写作法，保留痕迹．

答案 如图．

解析



② 求证：$\angle BPC=\angle BAC$．

答案　证明见解析．

解析　在AE上截取$AF=AC$，连接PF．

$\because AD$平分$\angle CAE$，

$\therefore \angle CAD=\angle FAD$．

$\because \angle CAD+\angle CAP=180^{\circ}$，

$\angle FAD+\angle FAP=180^{\circ}$，

$\therefore \angle CAP=\angle FAP$．

在$\triangle PAC$和$\triangle PAF$中，

$$\begin{cases}PA=PA\\ \angle CAP=\angle FAP\\ AC=AF\end{cases}，$$

$\therefore \triangle PAF\cong\triangle PAC\,(\mathrm{SAS})$．

$\therefore \angle 1=\angle 2$，$PF=PC$．

$\because$点P在线段BC的垂直平分线上，

$\therefore PC=PB$．

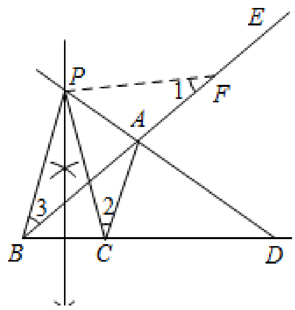
$\therefore PF=PB$．

$\therefore \angle 1=\angle 3$．

$\therefore \angle 2=\angle 3$．

$\because \angle PGB=\angle AGC$，

$\therefore \angle BPC=\angle BAC$．



（2）如图2，若Q是线段AD上异于A，D的任意一点，判断$QB+QC$与$AB+AC$的大小，并予以证明．

答案　证明见解析．

解析　判断：$PB+PC>AB+AC$．

证明：在AE上截取一点M，使得$AM=AC$，连接QM．

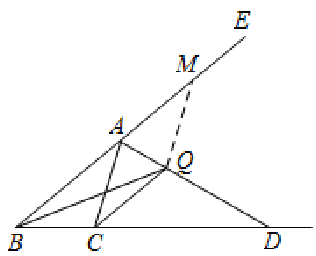
$\because \angle CAQ=\angle MAQ$，

$\therefore \triangle CAQ\cong\triangle MAQ\,(\mathrm{SAS})$．

$\therefore QC=QM$．

$\because$在$\triangle BMQ$中，$QB+QM>BM$，

且$BM=AB+AM=AB+AC$，



$\therefore QB + QC > AB + AC$.