


2015-2016 学年江苏省南京师大附中树人学校

八年级（上）期末数学试卷

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分。在每小题所给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项前的字母代号填在答题卷相应位置上）

1. (2 分) 下列表情中，是轴对称图形的是 ( )

- A.  B.  C.  D. 

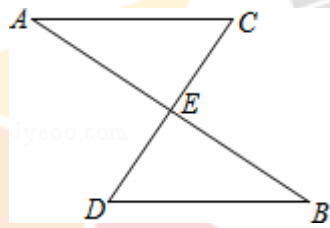
2. (2 分)  $\sqrt{4}$  的算术平方根是 ( )

- A. 2 B.  $\pm 2$  C.  $\sqrt{2}$  D.  $\pm\sqrt{2}$

3. (2 分) 在实数  $-\frac{1}{3}$ 、 $\sqrt{9}$ 、 $\frac{\pi}{2}$ 、 $\sqrt[3]{2}$  中，无理数的个数是 ( )

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

4. (2 分) 如图，AB、CD 相交于点 E. 若  $\triangle AEC \cong \triangle BED$ ，则下列结论中不正确的是 ( )

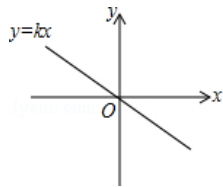


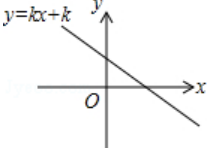
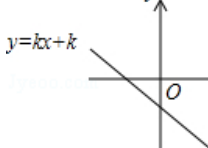
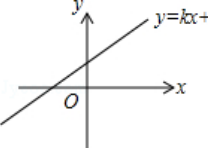
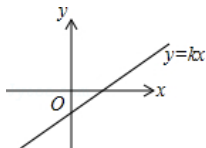
- A.  $AC=BD$  B.  $AC \parallel BD$  C. E 为 CD 中点 D.  $\angle A = \angle D$

5. (2 分) 下列各组数是勾股数的是 ( )

- A. 3, 4, 5 B. 1.5, 2, 2.5 C.  $3^2, 4^2, 5^2$  D.  $\sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}$

6. (2 分) 若正比例函数  $y=kx$  的图象如图所示，则一次函数  $y=kx+k$  的图象大致是 ( )



- A.  B.  C.  D. 

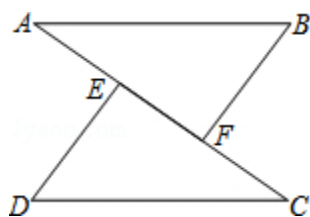
**二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分。无需写出解答过程，请把答案直接填写在答题卷相应位置上）**

7. (2分) 在平面直角坐标系中，若点 P 坐标为 (4, 3)，则它位于第\_\_\_\_\_象限.

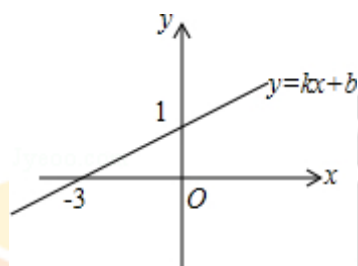
8. (2分) 某人一天饮水 2800mL，用四舍五入法将该数精确到 1000mL，用科学记数法可以将其表示为\_\_\_\_\_ mL.

9. (2分) 直角三角形斜边长为 10，则斜边中线长为\_\_\_\_\_.

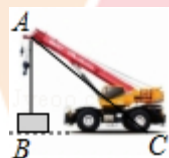
10. (2分) 如图, AB//CD, BF=DE, 要得到  $\triangle ABF \cong \triangle CDE$ , 需要添加的一个条件是\_\_\_\_\_.



11. (2分) 若一次函数  $y=kx+b$  的图象如图所示, 则关于  $x$  的不等式  $kx+b \geq 0$  的解集为\_\_\_\_\_.



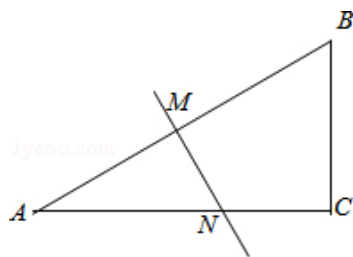
12. (2分) 如图, 起重机吊运物体,  $\angle ABC=90^\circ$ . 若  $BC=5m$ ,  $AC=13m$ , 则  $AB=$ \_\_\_\_\_  $m$ .



13. (2分) 若函数  $y=(m-1)x+m^2-1$  是正比例函数, 则  $m$  的值为\_\_\_\_\_.

14. (2分) 在平面直角坐标系中, 已知  $A(0, 0)$ 、 $B(4, 0)$ , 点  $C$  在  $y$  轴上. 若  $\triangle ABC$  的面积是 10, 则点  $C$  的坐标是\_\_\_\_\_.

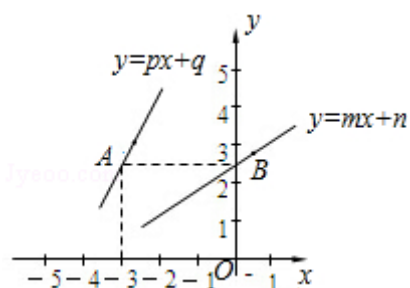
15. (2分) 如图, 在  $\triangle ACB$  中,  $\angle C=90^\circ$ ,  $AB$  的垂直平分线交  $AB$ 、 $AC$  于点  $M$ 、 $N$ ,  $AC=8$ ,  $BC=4$ , 则  $NC$  的长度为\_\_\_\_\_.



16. (2分) 如图是一次函数  $y=px+q$  与  $y=mx+n$  的图象, 动点  $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$  分别在这两个一次函数的图象上, 下列说法中:

- ①  $q$  和  $n$  均为正数;
- ② 方程  $px+q=mx+n$  的解是一个负数;
- ③ 当  $x_1=x_2=-2$  时,  $y_1>y_2$ ;
- ④ 当  $y_1=y_2=2$  时,  $x_2-x_1<3$ .

其中正确的说法的序号有\_\_\_\_\_.

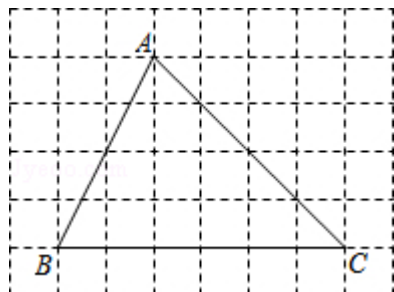


**三、解答题 (本大题共 10 小题, 共 68 分. 请在答题卷指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)**

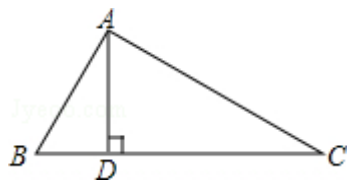
17. (6分) 求下列各式中的  $x$ :

- (1)  $4x^2=9$ ;
- (2)  $(x+1)^3=-8$ .

18. (5分) 如图,  $\triangle ABC$  的顶点均在格点上, 利用网格线在图中找一点  $O$ , 使得  $OA=OB=OC$ .



19. (5分) 如图,  $AD \perp BC$ , 垂足为  $D$ . 若  $BD=1$ ,  $AD=2$ ,  $CD=4$ , 则  $\angle BAC$  是直角吗? 证明你的结论.

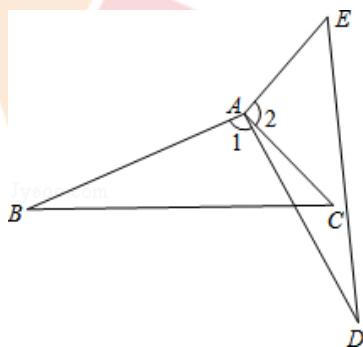


20. (8分) 已知一次函数  $y=kx+2$  与  $y=x-1$  的图象相交, 交点的横坐标为 2.

(1) 求  $k$  的值;

(2) 直接写出二元一次方程组  $\begin{cases} y=kx+2 \\ y=x-1 \end{cases}$  的解.

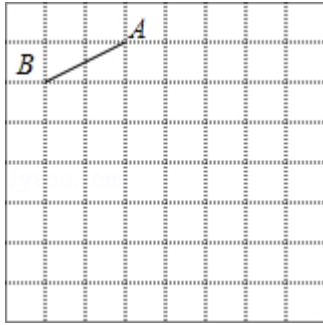
21. (8分) 已知: 如图,  $\angle B = \angle D$ ,  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $AB = AD$ . 求证:  $AC = AE$ .



22. (8分) 已知: 如图, 方格纸中格点 A, B 的坐标分别为  $(-1, 3)$ ,  $(-3, 2)$ .

(1) 请在方格内画出平面直角坐标系;

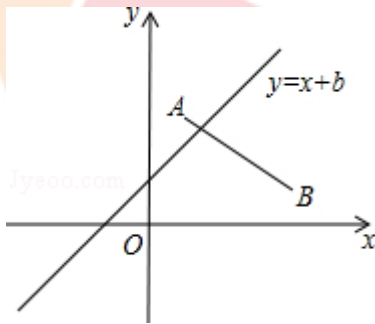
(2) 已知点 A 与点 C 关于  $y$  轴对称, 点 B 与点 D 关于  $x$  轴对称, 请描出点 C、D 的位置, 并求出直线 CD 的函数表达式.



23. (6分) 在平面直角坐标系中, O 是原点, 已知点 A  $(1, 3)$ 、B  $(4, 1)$ . 直线  $l$  是一次函数  $y=x+b$  的图象.

(1) 当  $b=3$  时, 求直线  $l$  与  $x$  轴的交点坐标;

(2) 当直线  $l$  与线段 AB 有交点时, 直接写出  $b$  的取值范围.



24. (8分) A、B 两地相距  $310\text{km}$ ，甲车从 A 地向 B 地行驶，速度为  $60\text{km/h}$ 。0.5 小时后，乙车从 B 地向 A 地行驶，速度为  $80\text{km/h}$ 。

如何用一次函数关系刻画该过程？以下是两位同学的设想：

甲：设乙车行驶了  $x$  小时，甲车、乙车之间距离为  $y\text{km}$ ；

乙：设乙车行驶了  $x$  小时，甲车、乙车距离 A 地的路程分别为  $y_1\text{km}$ 、 $y_2\text{km}$ 。

选择一个合适的设想，解决以下问题：

- (1) 求乙车出发后几小时和甲车相遇；
- (2) 利用函数，求何时两车相距  $70\text{km}$ 。

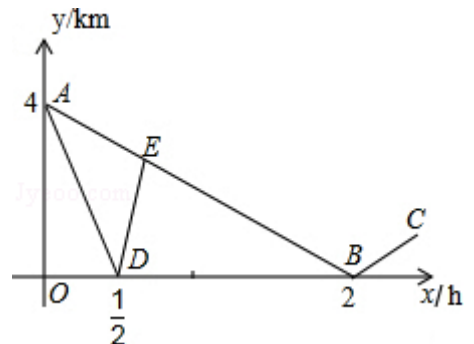
25. (8分) [实际情境]

甲、乙两人从相距  $4$  千米的两地同时、同向出发，甲每小时走  $6$  千米，乙每小时走  $4$  千米，小狗随甲一起出发，每小时跑  $12$  千米。小狗遇到乙的时候它就往甲这边跑，遇到甲时又往乙这边跑，遇到乙的时候再往甲这边跑...就这样一直跑下去。

[数学研究]

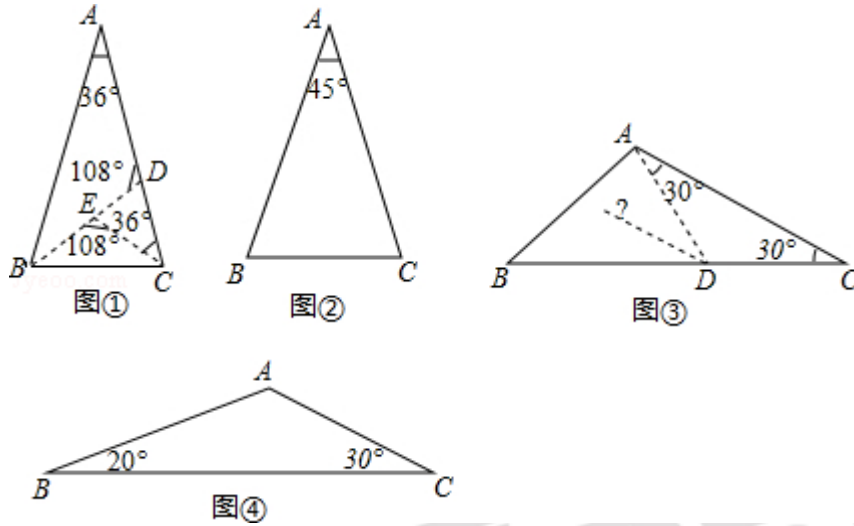
如图，折线 A—B—C、A—D—E 分别表示甲、小狗在行进过程中，离乙的路程  $y$  (km) 与甲行进时间  $x$  (h) 之间的部分函数图象。

- (1) 写出 D 点坐标的实际意义；
- (2) 求线段 AB 对应的函数表达式；
- (3) 求点 E 的坐标；
- (4) 小狗从出发到它折返后第一次与甲相遇的过程中，直接写出  $x$  为何值时，它离乙的路程与它离甲的路程相等？



26. (6分) 定义：如果两条线段将一个三角形分成3个等腰三角形，我们把这两条线段叫做这个三角形的“三阶等腰线”。

例如：如图①，线段BD、CE把一个顶角为 $36^\circ$ 的等腰 $\triangle ABC$ 分成了3个等腰三角形，则线段BD、CE就是等腰 $\triangle ABC$ 的“三阶等腰线”。



(1) 图②是一个顶角为 $45^\circ$ 的等腰三角形，在图中画出“三阶等腰线”，并标出每个等腰三角形顶角的度数；

(2) 如图③，在BC边上取一点D，令 $AD=CD$ 可以分割出第一个等腰 $\triangle ACD$ ，接着仅需要考虑如何将 $\triangle ABD$ 分成2个等腰三角形，即可画出所需要的“三阶等腰线”，类比该方法，在图④中画出 $\triangle ABC$ 的“三阶等腰线”，并标出每个等腰三角形顶角的度数；

(3) 在 $\triangle ABC$ 中， $BC=a$ ， $AC=b$ ， $\angle C=2\angle B$ 。

①作出 $\triangle ABC$ ；(尺规作图，不写作法，保留作图痕迹)

②画出 $\triangle ABC$ 的“三阶等腰线”，并做适当的标注。

2015-2016 学年江苏省南京师大附中树人学校

八年级（上）期末数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分。在每小题所给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项前的字母代号填在答题卷相应位置上）

1.（2 分）下列表情中，是轴对称图形的是（ ）

- A.  B.  C.  D. 

【分析】根据如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴进行分析即可。

【解答】解：A、不是轴对称图形，故此选项错误；

B、是轴对称图形，故此选项正确；

C、不是轴对称图形，故此选项错误；

D、不是轴对称图形，故此选项错误；

故选：B.

【点评】此题主要考查了轴对称图形，关键是正确找出对称轴的位置.

2.（2 分） $\sqrt{4}$  的算术平方根是（ ）

- A. 2 B.  $\pm 2$  C.  $\sqrt{2}$  D.  $\pm\sqrt{2}$

【分析】先求得 $\sqrt{4}$ 的值，再继续求所求数的算术平方根即可.

【解答】解： $\because\sqrt{4}=2$ ,

而 2 的算术平方根是 $\sqrt{2}$ ,

$\therefore\sqrt{4}$  的算术平方根是 $\sqrt{2}$ ,

故选：C.

【点评】此题主要考查了算术平方根的定义，解题时应先明确是求哪个数的算术平方根，否则容易出现选 A 的错误.



3. (2分) 在实数 $-\frac{1}{3}$ 、 $\sqrt{9}$ 、 $\frac{\pi}{2}$ 、 $\sqrt[3]{2}$ 中, 无理数的个数是 ( )

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

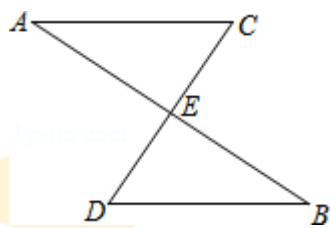
**【分析】**无理数就是无限不循环小数. 理解无理数的概念, 一定要同时理解有理数的概念, 有理数是整数与分数的统称. 即有限小数和无限循环小数是有理数, 而无限不循环小数是无理数. 由此即可判定选择项.

**【解答】**解: 无理数有 $\frac{\pi}{2}$ ,  $\sqrt[3]{2}$ 共2个.

故选 B.

**【点评】**此题主要考查了无理数的定义, 其中初中范围内学习的无理数有:  $\pi$ ,  $2\pi$  等; 开方开不尽的数; 以及像 0.1010010001..., 等有这样规律的数.

4. (2分) 如图, AB、CD 相交于点 E. 若 $\triangle AEC \cong \triangle BED$ , 则下列结论中不正确的是 ( )



- A.  $AC=BD$               B.  $AC \parallel BD$               C. E 为 CD 中点              D.  $\angle A = \angle D$

**【分析】**根据全等三角形的对应边相等、对应角相等解答即可.

**【解答】**解:  $\because \triangle AEC \cong \triangle BED$ ,

$\therefore AC=BD$ , A 说法正确, 不合题意;

$\angle C = \angle D$ ,

$\therefore AC \parallel BD$ , B 说法正确, 不合题意;

$EC=ED$ , C 说法正确, 不合题意;

$\angle C = \angle D$ , D 说法错误, 符合题意,

故选: D.

**【点评】**本题考查的是全等三角形的性质, 掌握全等三角形的对应边相等、对应角相等是解题的关键.

5. (2分) 下列各组数是勾股数的是 ( )

- A. 3, 4, 5              B. 1.5, 2, 2.5              C.  $3^2, 4^2, 5^2$               D.  $\sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}$

【分析】欲判断是否为勾股数，必须根据勾股数是正整数，同时还需验证两小边的平方和是否等于最长边的平方.

【解答】解：A、 $3^2+4^2=5^2$ ，能构成直角三角形，是正整数，故是勾股数；

B、 $1.5^2+2^2=2.5^2$ ，能构成直角三角形，不是正整数，故不是勾股数；

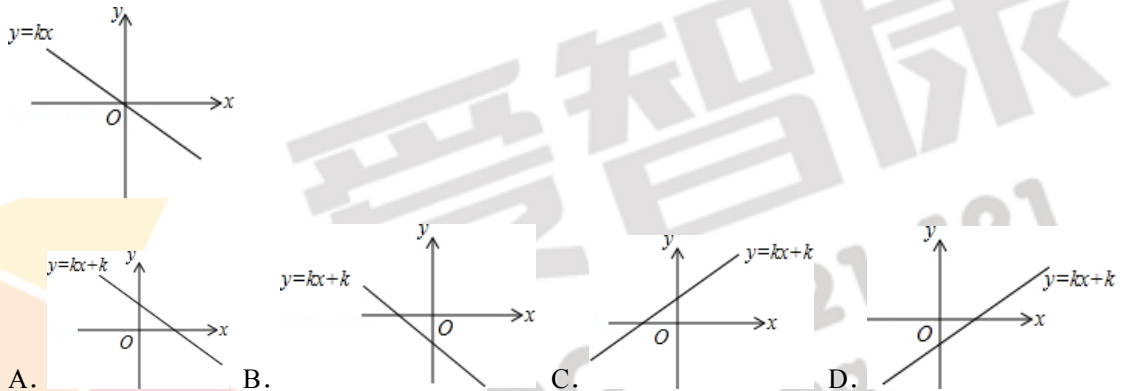
C、 $(3^2)^2+(4^2)^2\neq(5^2)^2$ ，不能构成直角三角形，故不是勾股数；

D、 $(\sqrt{4})^2+(\sqrt{3})^2=(\sqrt{5})^2$ ，不能构成直角三角形，不是正整数，故不是勾股数.

故选 A.

【点评】此题主要考查了勾股定理逆定理以及勾股数，解答此题掌握勾股数的定义，及勾股定理的逆定理：已知 $\triangle ABC$ 的三边满足 $a^2+b^2=c^2$ ，则 $\triangle ABC$ 是直角三角形.

6. (2分) 若正比例函数 $y=kx$ 的图象如图所示，则一次函数 $y=kx+k$ 的图象大致是 ( )



【分析】根据直线 $y=kx$ 的变化趋势确定 $k$ 符号即可判定一次函数 $y=kx+k$ 的图象所处的位置.

【解答】解： $\because$ 正比例函数 $y=kx$ 的图象呈下降趋势，

$\therefore k < 0$ ,

$\therefore y=kx+k$ 的图象经过二、三、四象限.

故选 B.

【点评】本题考查了一次函数的图象与系数的关系，解题的关键是了解系数与图象位置的关系，难度不大.

## 二、填空题(本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分. 无需写出解答过程，请把答案直接填写在答题卷相应位置上)

7. (2分) 在平面直角坐标系中，若点 P 坐标为 (4, 3)，则它位于第 一 象限.

【分析】直接利用第一象限点的坐标特征得出答案.

【解答】解： $\because 4 > 0, 3 > 0,$

$\therefore$ 点 P 坐标为  $(4, 3)$ ，则它位于第一象限.

故答案为：一.

【点评】本题考查了各象限内点的坐标的符号特征，记住各象限内点的坐标的符号是解决的关键.

8. (2 分) 某人一天饮水  $2800\text{mL}$ ，用四舍五入法将该数精确到  $1000\text{mL}$ ，用科学记数法可以将其表示为  $3 \times 10^3 \text{ mL}$ .

【分析】先用科学记数法表示，然后保留一位有效数字即可.

【解答】解： $2800\text{mL} \approx 3 \times 10^3\text{mL}$  (用四舍五入法精确到  $1000\text{mL}$ ).

故答案为： $3 \times 10^3$ .

【点评】本题考查了近似数和有效数字：经过四舍五入得到的数叫近似数；从一个近似数左边第一个不为 0 的数数起到这个数完为止，所有数字都叫这个数的有效数字.

9. (2 分) 直角三角形斜边长为 10，则斜边中线长为 5.

【分析】已知直角三角形斜边的长，则根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半即可求解.

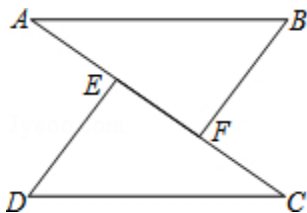
【解答】解： $\because$ 直角三角形斜边长为 10，

$\therefore$ 斜边中线长为 5.

故答案为：5.

【点评】此题主要考查直角三角形斜边上的中线的性质：直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半.

10. (2 分) 如图， $AB \parallel CD$ ， $BF = DE$ ，要得到  $\triangle ABF \cong \triangle CDE$ ，需要添加的一个条件是  $\angle B = \angle D$ .



**【分析】**根据平行线的性质可得 $\angle A = \angle C$ ，添加 $\angle B = \angle D$ ，再加上条件 $BF = DE$ ，可利用AAS判定 $\triangle ABF \cong \triangle CDE$ 。

**【解答】**解：添加 $\angle B = \angle D$ ；

$\because AB \parallel CD$ ,

$\therefore \angle A = \angle C$ ,

在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle CDE$ 中，
$$\begin{cases} \angle A = \angle C \\ \angle B = \angle D, \\ BF = DE \end{cases}$$

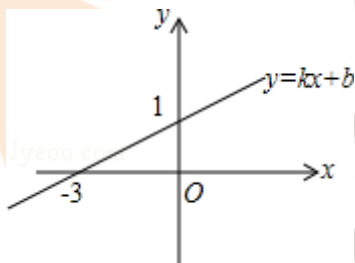
$\therefore \triangle ABF \cong \triangle CDE$  (AAS).

故答案为： $\angle B = \angle D$ 。

**【点评】**此题主要考查了全等三角形的判定，判定两个三角形全等的一般方法有：SSS、SAS、ASA、AAS、HL。

注意：AAA、SSA不能判定两个三角形全等，判定两个三角形全等时，必须有边的参与，若有两边一角对应相等时，角必须是两边的夹角。

11. (2分) 若一次函数 $y = kx + b$ 的图象如图所示，则关于 $x$ 的不等式 $kx + b \geq 0$ 的解集为  $x \geq -3$ 。



**【分析】**由图知：①当 $x < -3$ 时， $y < 0$ ；②当 $x \geq -3$ 时， $y \geq 0$ ；因此当 $y \geq 0$ 时， $x \geq -3$ ；由此可得解。

**【解答】**解：根据图示知：一次函数 $y = kx + b$ 的图象与 $x$ 轴的交点为 $(-3, 0)$ ，且 $y$ 随 $x$ 的增大而增大；

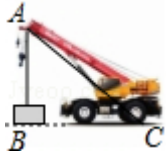
即当 $x \geq -3$ 时函数值 $y$ 的范围是 $y \geq 0$ ；

因而当不等式 $kx + b \geq 0$ 时， $x$ 的取值范围是 $x \geq -3$ 。

故答案为 $x \geq -3$ 。

**【点评】**本题主要考查的是关于一次函数与一元一次不等式的题目，在解题时，认真体会一次函数与一元一次不等式(组)之间的内在联系，理解一次函数的增减性是解决本题的关键。

12. (2分) 如图, 起重机吊运物体,  $\angle ABC=90^\circ$ . 若  $BC=5m$ ,  $AC=13m$ , 则  $AB=$  12  $m$ .



**【分析】** 根据题意直接利用勾股定理得出  $AB$  的长.

**【解答】** 解: 由题意可得:  $AB=\sqrt{AC^2-BC^2}=12(m)$ .

故答案为: 12.

**【点评】** 此题主要考查了勾股定理的应用, 正确应用勾股定理是解题关键.

13. (2分) 若函数  $y=(m-1)x+m^2-1$  是正比例函数, 则  $m$  的值为 -1.

**【分析】** 根据正比例函数的定义列式计算即可得解.

**【解答】** 解: 根据题意得,  $m^2-1=0$  且  $m-1\neq 0$ ,

解得  $m=\pm 1$  且  $m\neq 1$ ,

所以  $m=-1$ .

故答案为: -1.

**【点评】** 本题考查了正比例函数的定义, 解题关键是掌握正比例函数的定义条件: 正比例函数  $y=kx$  的定义条件是:  $k$  为常数且  $k\neq 0$ , 自变量次数为 1.

14. (2分) 在平面直角坐标系中, 已知  $A(0, 0)$ 、 $B(4, 0)$ , 点  $C$  在  $y$  轴上. 若  $\triangle ABC$  的面积是 10, 则点  $C$  的坐标是  $(0, 5)$  或  $(0, -5)$ .

**【分析】** 首先求得  $AB$  的长, 根据三角形的面积公式, 即可求得  $C$  的纵坐标, 进而得到  $C$  的坐标.

**【解答】** 解: 解: 设点  $C$  坐标是  $(0, y)$  根据题意得,  $\frac{1}{2}AB \times AC=10$  即  $\frac{1}{2} \times 4 \times |y|=10$ ,

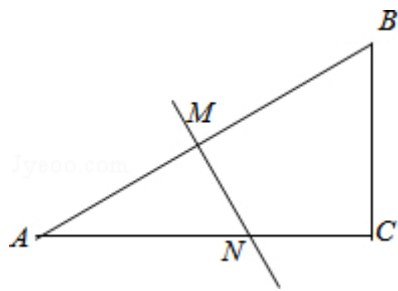
解得  $y=\pm 5$ .

所以点  $C$  坐标是:  $(0, 5)$  或  $(0, -5)$ .

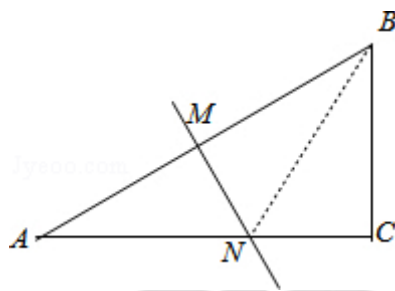
故答案是:  $(0, 5)$  或  $(0, -5)$ .

**【点评】** 本题考查了三角形的面积, 关键是理解三角形的面积公式, 把点的坐标的问题转化为三角形的高的问题.

15. (2分) 如图, 在 $\triangle ACB$ 中,  $\angle C=90^\circ$ ,  $AB$ 的垂直平分线交 $AB$ 、 $AC$ 于点 $M$ 、 $N$ ,  $AC=8$ ,  $BC=4$ , 则 $NC$ 的长度为 3.



**【分析】** 连接  $BN$ , 根据线段垂直平分线性质的性质求出  $BN=AN$ , 根据勾股定理得出方程, 求出方程的解即可.



**【解答】** 解:

连接  $BN$ ,

$\because AB$  的垂直平分线交  $AB$ 、 $AC$  于点  $M$ 、 $N$ ,

$\therefore AN=BN$ ,

设  $NC=x$ ,

则  $AN=BN=8-x$ ,

在  $Rt\triangle BCN$  中, 由勾股定理得:  $BN^2=BC^2+CN^2$ ,

即  $(8-x)^2=4^2+x^2$ ,

解得:  $x=3$ ,

即  $CN=3$ ,

故答案为: 3.

**【点评】** 本题考查了线段垂直平分线性质的应用, 勾股定理的应用, 解此题的关键是得出关于  $x$  的方程.

16. (2分) 如图是一次函数  $y=px+q$  与  $y=mx+n$  的图象, 动点  $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$  分别在这两个一次函数的图象上, 下列说法中:

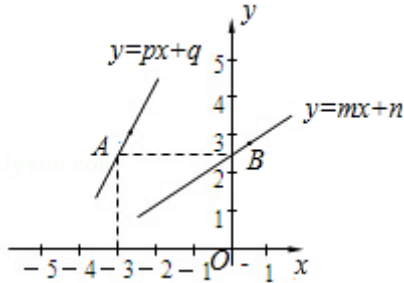
①  $q$  和  $n$  均为正数;

②方程  $px+q=mx+n$  的解是一个负数;

③当  $x_1=x_2=-2$  时,  $y_1>y_2$ ;

④当  $y_1=y_2=2$  时,  $x_2-x_1<3$ .

其中正确的说法的序号有 ①②③④.



**【分析】**观察函数图象,两个函数的图象都经过一二三象限则可对①进行判断;两个函数图象的交点在  $y$  轴的左侧,即可对②进行判断;观察函数图象,当  $x_1=x_2=-2$  时,函数  $y=px+q$  的图象在函数  $y=mx+n$  的图象上边,即可对③进行判断;当  $y_1=y_2=2$  时,  $x_1<-3$ ,  $x_2<0$ ,即可对④进行判断.

**【解答】**解:  $\because$ 两个函数的图象都经过一二三象限,

$\therefore q>0, n>0$ , 所以①正确;

$\because$ 两个函数图象的交点在  $y$  轴的左侧,

$\therefore$ 方程  $px+q=mx+n$  的解是一个负数, 所以②正确;

当  $x_1=x_2=-2$  时, 函数  $y=px+q$  的图象在函数  $y=mx+n$  的图象上边, 所以③正确;

当  $y_1=y_2=2$  时, 之间的距离比  $AB$  之间的距离要近,

$\therefore x_2-x_1<3$ , 所以④正确.

故答案为①②③④.

**【点评】**本题考查了两条直线相交或平行问题, 熟练掌握一次函数的性质是解题的关键.

### 三、解答题(本大题共 10 小题, 共 68 分. 请在答题卷指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (6 分) 求下列各式中的  $x$ :

(1)  $4x^2=9$ ;

(2)  $(x+1)^3=-8$ .

**【分析】**(1) 将  $x$  的系数化为 1, 然后两边同时直接开平方求解;

(2) 方程两边同时开立方即可求解.

【解答】解：(1)  $x^2 = \frac{9}{4}$ ,

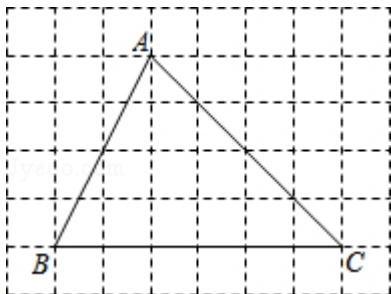
$$x = \pm \frac{3}{2};$$

(2)  $x+1 = -2$ ,

$$x = -3.$$

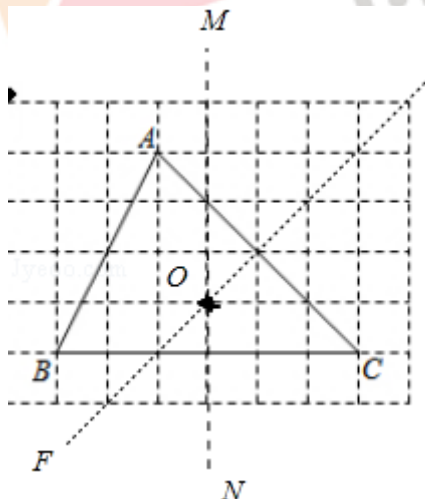
【点评】本题考查了平方根和立方根的概念. 注意一个正数有两个平方根, 它们互为相反数; 0 的平方根是 0; 负数没有平方根. 立方根的性质: 一个正数的立方根是正数, 一个负数的立方根是负数, 0 的立方根是 0.

18. (5 分) 如图,  $\triangle ABC$  的顶点均在格点上, 利用网格线在图中找一点  $O$ , 使得  $OA=OB=OC$ .



【分析】根据线段垂直平分线的性质可得点  $O$  在三角形各边的垂直平分线上, 找到  $BC$ 、 $AC$  的垂直平分线即可.

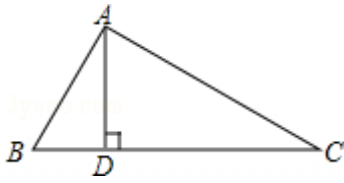
【解答】解: 如图, 直线  $MN$  是线段  $BC$  的垂直平分线, 直线  $EF$  是线段  $AC$  的垂直平分线, 直线  $MN$  与直线  $EF$  的交点为  $O$ , 点  $O$  就是所求的点.



【点评】本题考查线段垂直平分线的性质, 三角形各边垂直平分线的交点到三个顶点距离相等, 熟悉三角形中有关线段的性质是解题的关键.



19. (5分) 如图,  $AD \perp BC$ , 垂足为  $D$ . 若  $BD=1$ ,  $AD=2$ ,  $CD=4$ , 则  $\angle BAC$  是直角吗? 证明你的结论.



**【分析】** 根据勾股定理可得  $AB$ 、 $AC$  长, 然后再利用勾股定理逆定理可得  $AB^2+AC^2=BC^2$ , 进而可得  $\angle BAC$  是直角.

**【解答】** 解: 由勾股定理, 得  $AB=\sqrt{AD^2+BD^2}=\sqrt{5}$ ,  $AC=\sqrt{AD^2+CD^2}=2\sqrt{5}$ ,

$\because BD=1$ ,  $CD=4$ ,

$\therefore BC=1+4=5$ ,

$\therefore (\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{5})^2 = 5^2$ ,

$\therefore AB^2+AC^2=BC^2$ ,

$\therefore \angle BAC$  是直角.

**【点评】** 此题主要考查了勾股定理和勾股定理逆定理, 关键是掌握如果三角形的三边长  $a$ ,  $b$ ,  $c$  满足  $a^2+b^2=c^2$ , 那么这个三角形就是直角三角形.

20. (8分) 已知一次函数  $y=kx+2$  与  $y=x-1$  的图象相交, 交点的横坐标为 2.

(1) 求  $k$  的值;

(2) 直接写出二元一次方程组  $\begin{cases} y=kx+2 \\ y=x-1 \end{cases}$  的解.

**【分析】** (1) 先将  $x=2$  代入  $y=x-1$ , 求出  $y$  的值, 得到交点坐标, 再将交点坐标代入  $y=kx+2$ , 利用待定系数法可求得  $k$  的值;

(2) 方程组的解就是一次函数  $y=kx+2$  与  $y=x-1$  的交点, 根据交点坐标即可写出方程组的解.

**【解答】** 解: (1) 将  $x=2$  代入  $y=x-1$ , 得  $y=1$ ,

则交点坐标为  $(2, 1)$ .

将  $(2, 1)$  代入  $y=kx+2$ ,

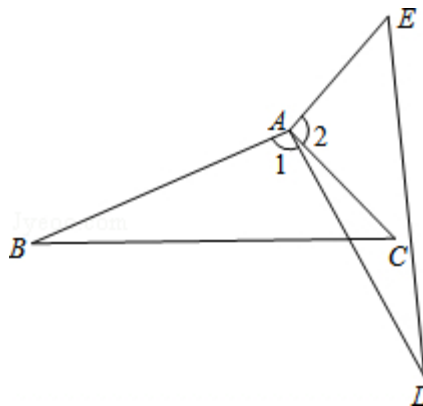
得  $2k+2=1$ ,

解得  $k=-\frac{1}{2}$ ;

(2) 二元一次方程组  $\begin{cases} y=kx+2 \\ y=x-1 \end{cases}$  的解为  $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ .

【点评】此题主要考查了一次函数与二元一次方程组的关系及待定系数法求字母系数，难度适中.

21. (8分) 已知：如图， $\angle B = \angle D$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ， $AB = AD$ . 求证： $AC = AE$ .



【分析】根据已知条件得到  $\angle EAD = \angle BAC$ ，根据全等三角形的判定定理证得  $\triangle ADE \cong \triangle ACB$  (AAS)，根据全等三角形的性质即可得到结论.

【解答】证明： $\because \angle 1 = \angle 2$ ,

$$\therefore \angle 1 + \angle CAD = \angle 2 + \angle CAD,$$

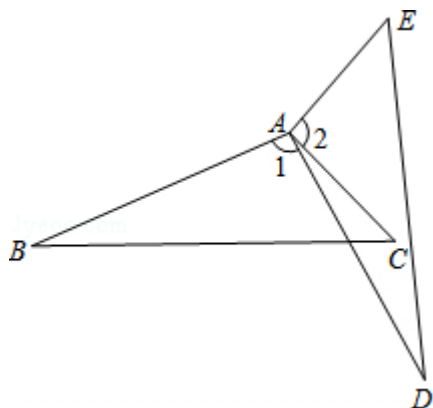
$$\therefore \angle EAD = \angle BAC,$$

在  $\triangle ADE$  和  $\triangle ABC$  中，

$$\begin{cases} \angle B = \angle D \\ AB = AD \\ \angle EAD = \angle BAC \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle ABC \text{ (AAS)},$$

$$\therefore AC = AE.$$

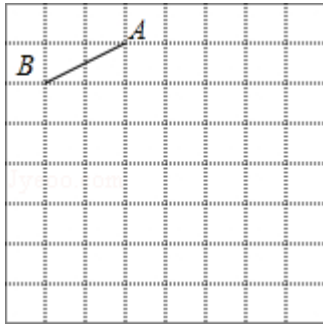


**【点评】** 本题考查了全等三角形的判定与性质，是基础题，熟记三角形全等的判定方法并求出  $\angle EAD = \angle BAC$  是解题的关键.

22. (8分) 已知：如图，方格纸中格点 A, B 的坐标分别为  $(-1, 3)$ ,  $(-3, 2)$ .

(1) 请在方格内画出平面直角坐标系；

(2) 已知点 A 与点 C 关于 y 轴对称，点 B 与点 D 关于 x 轴对称，请描出点 C、D 的位置，并求出直线 CD 的函数表达式.



**【分析】** (1) 根据 AB 两点的坐标建立平面直角坐标系即可；

(2) 描出点 C、D 的位置，并求出直线 CD 的函数表达式即可.

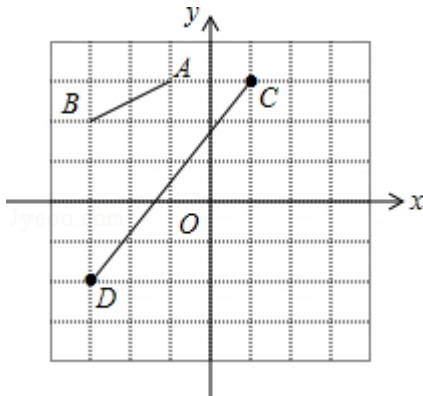
**【解答】** 解：(1) 如图所示；

(2) 如图所示，由图可知， $C(1, 3)$ ,  $D(-3, -2)$ ,

设直线 CD 的解析式为  $y = kx + b$  ( $k \neq 0$ ),

$$\text{则} \begin{cases} 3 = k + b \\ -2 = -3k + b \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k = \frac{5}{4} \\ b = \frac{7}{4} \end{cases},$$

故直线 CD 的解析式为  $y = \frac{5}{4}x + \frac{7}{4}$ .

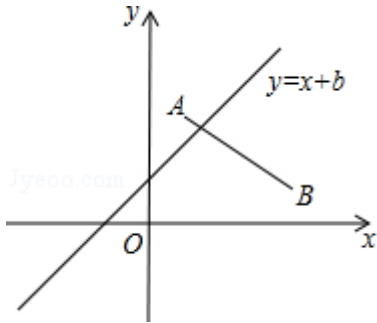


**【点评】** 本题考查的是作图—轴对称变换，熟知关于 x, y 轴对称的点的坐标特点是解答此  
第 20 页 (共 26 页)

题的关键.

23. (6分) 在平面直角坐标系中,  $O$  是原点, 已知点  $A(1, 3)$ 、 $B(4, 1)$ . 直线  $l$  是一次函数  $y=x+b$  的图象.

- (1) 当  $b=3$  时, 求直线  $l$  与  $x$  轴的交点坐标;
- (2) 当直线  $l$  与线段  $AB$  有交点时, 直接写出  $b$  的取值范围.



**【分析】**(1) 令  $y=0$ , 则  $x+3=0$ , 求得  $x$  的值, 即可求得与  $x$  轴的交点坐标;

(2) 把  $A$ 、 $B$  分别代入  $y=x+b$ , 分别求得  $b$  的值, 即可求得  $b$  的取值范围.

**【解答】**解: (1) 当  $b=3$  时, 一次函数为  $y=x+3$ ,

令  $y=0$ , 则  $x+3=0$ ,

$\therefore x=-3$ ,

$\therefore$  直线  $l$  与  $x$  轴的交点坐标  $(-3, 0)$ ;

(2)  $\because$  点  $A(1, 3)$ 、 $B(4, 1)$ .

$\therefore$  若过  $A$  点, 则  $3=1+b$ , 解得  $b=2$ ,

若过  $B$  点, 则  $1=4+b$ , 解得  $b=-3$ ,

$\therefore -3 \leq b \leq 2$ .

**【点评】**本题考查了一次函数图象上点的坐标特征, 图象上的点的坐标符合解析式是解题的关键.

24. (8分)  $A$ 、 $B$  两地相距  $310\text{km}$ , 甲车从  $A$  地向  $B$  地行驶, 速度为  $60\text{km/h}$ .  $0.5$  小时后, 乙车从  $B$  地向  $A$  地行驶, 速度为  $80\text{km/h}$ .

如何用一次函数关系刻画该过程? 以下是两位同学的设想:

甲: 设乙车行驶了  $x$  小时, 甲车、乙车之间距离为  $y\text{km}$ ;

乙: 设乙车行驶了  $x$  小时, 甲车、乙车距离  $A$  地的路程分别为  $y_1\text{km}$ 、 $y_2\text{km}$ .

选择一个合适的设想，解决以下问题：

- (1) 求乙车出发后几小时和甲车相遇；
- (2) 利用函数，求何时两车相距  $70\text{km}$ 。

**【分析】**选择甲设想，根据题意得出  $y$  关于  $x$  的解析式，并求出  $x$  的取值范围。(1) 将  $y=0$  代入解析式中，即可求得结论；(2) 两车相距  $70\text{km}$ ，即  $y=\pm 70$ ，代入解析式即可求得  $x$  的值。

**【解答】**解：选择甲同学的设想。

乙车出发时，甲车已行走的路程  $=60 \times 0.5 = 30\text{km}$ 。

甲车到 B 地还需要的时间  $= (310 - 30) \div 60 = 4\frac{2}{3}$  小时，

乙车到 A 地需要时间  $= 310 \div 80 = 3\frac{7}{8}$  小时。

故  $0 \leq x \leq 3\frac{7}{8}$ 。

根据题意可知  $y = 310 - 30 - (60 + 80)x = -140x + 280$  ( $0 \leq x \leq 3\frac{7}{8}$ )。

(1) 令  $y=0$ ，有  $0 = -140x + 280$ ，

解得  $x=2$ 。

故乙车出发后 2 小时和甲车相遇。

(2) 令  $y=70$ ，有  $70 = -140x + 280$ ，

解得  $x=1.5$ 。

令  $y=-70$ ，有  $-70 = -140x + 280$ ，

解得  $x=2.5$ 。

故当乙车出发 1.5 或 2.5 小时，两车相距  $70\text{km}$ 。

**【点评】**本题考查了一次函数的应用，解题的关键是：选择甲同学的设想，根据题意得出  $y$  关于  $x$  的解析式。

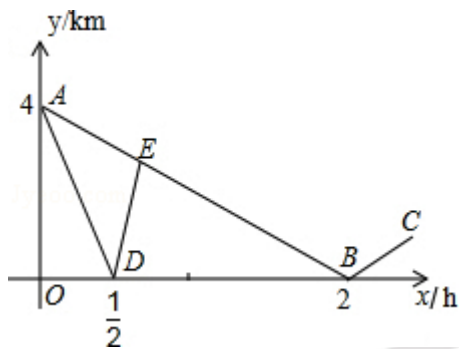
25. (8 分) [实际情境]

甲、乙两人从相距 4 千米的两地同时、同向出发，甲每小时走 6 千米，乙每小时走 4 千米，小狗随甲一起出发，每小时跑 12 千米。小狗遇到乙的时候它就往甲这边跑，遇到甲时又往乙这边跑，遇到乙的时候再往甲这边跑...就这样一直跑下去。

[数学研究]

如图，折线 A—B—C、A—D—E 分别表示甲、小狗在行进过程中，离乙的路程  $y$  (km) 与甲行进时间  $x$  (h) 之间的部分函数图象.

- (1) 写出 D 点坐标的实际意义;
- (2) 求线段 AB 对应的函数表达式;
- (3) 求点 E 的坐标;
- (4) 小狗从出发到它折返后第一次与甲相遇的过程中，直接写出  $x$  为何值时，它离乙的路程与它离甲的路程相等?



- 【分析】** (1) 根据图象得出信息解答即可;
- (2) 设 AB 的解析式为  $y_1=ax+b$ ，再利用待定系数法解答即可;
- (3) 根据题意，得出线段 DE 对应的函数关系式解答即可;
- (4) 线段 AD 对应的函数关系式为  $y_3=-8x+4$ ，分两种情况解答即可.

**【解答】** 解：(1) D 点坐标的实际意义是出发  $\frac{1}{2}$  后，小狗追上乙;

(2) 设 AB 的解析式为  $y_1=ax+b$ ，可得：

$$\begin{cases} b=4 \\ 2k+b=0 \end{cases},$$

解得：  $\begin{cases} k=-2 \\ b=4 \end{cases},$

所以解析式为：  $y_1=-2x+4$ ;

(3) 根据题意，得线段 DE 对应的函数关系式为  $y_2=(12+4)(x-\frac{1}{2})=16x-8$ ;

当  $y_1=y_2$  时，  $-2x+4=16x-8$ ，解得  $x=\frac{2}{3}$ ，把  $x=\frac{2}{3}$  代入  $y_1=-2x+4$ ，得  $y_1=\frac{8}{3}$ ;

即点 E 的坐标为  $(\frac{2}{3}, \frac{8}{3})$ ;

(4) 由题意可知：线段 AD 对应的函数关系式为  $y_3=-8x+4$ ，分两种情况：

①  $y_1 - y_3 = y_2$ , 即  $-2x + 4 = 2(-8x + 4)$ , 解得  $x = \frac{2}{7}$ ;

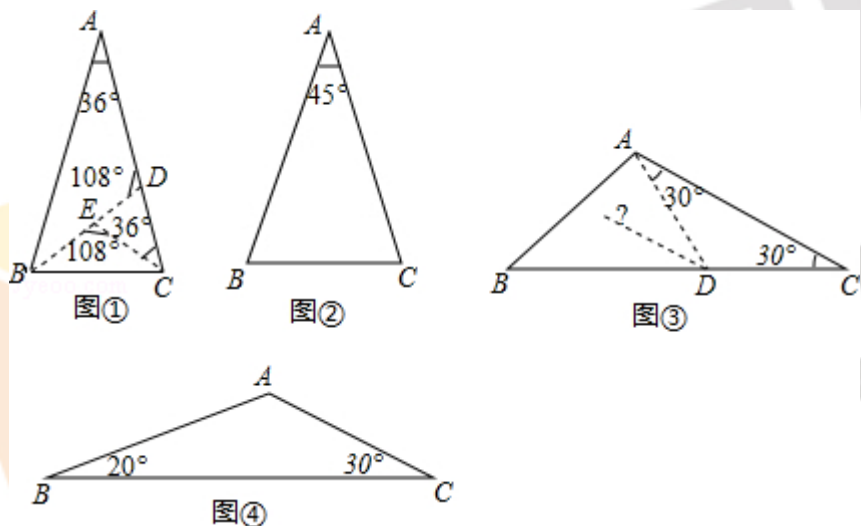
②  $y_1 - y_2 = y_3$ , 即  $-2x + 4 = 2(16x - 8)$ , 解得  $x = \frac{10}{17}$ .

综上, 小狗从出发到它折返后第一次与甲相遇的过程中, 当  $x$  为  $\frac{2}{7}$  或  $\frac{10}{17}$  时, 它离乙的路程与它离甲的路程相等.

**【点评】** 本题考查了一次函数的应用, 解答时运用待定系数法是关键.

26. (6分) 定义: 如果两条线段将一个三角形分成 3 个等腰三角形, 我们把这两条线段叫做这个三角形的“三阶等腰线”.

例如: 如图①, 线段  $BD$ 、 $CE$  把一个顶角为  $36^\circ$  的等腰  $\triangle ABC$  分成了 3 个等腰三角形, 则线段  $BD$ 、 $CE$  就是等腰  $\triangle ABC$  的“三阶等腰线”.



(1) 图②是一个顶角为  $45^\circ$  的等腰三角形, 在图中画出“三阶等腰线”, 并标出每个等腰三角形顶角的度数;

(2) 如图③, 在  $BC$  边上取一点  $D$ , 令  $AD=CD$  可以分割出第一个等腰  $\triangle ACD$ , 接着仅需要考虑如何将  $\triangle ABD$  分成 2 个等腰三角形, 即可画出所需要的“三阶等腰线”, 类比该方法, 在图④中画出  $\triangle ABC$  的“三阶等腰线”, 并标出每个等腰三角形顶角的度数;

(3) 在  $\triangle ABC$  中,  $BC=a$ ,  $AC=b$ ,  $\angle C=2\angle B$ .

① 作出  $\triangle ABC$ ; (尺规作图, 不写作法, 保留作图痕迹)

② 画出  $\triangle ABC$  的“三阶等腰线”, 并做适当的标注.

**【分析】** (1) 根据三阶等腰线的定义, 可以分成的三个等腰三角形三个内角度数分别是  $45^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $90^\circ$ ;  $22.5^\circ$ 、 $22.5^\circ$ 、 $135^\circ$ ;  $67.5^\circ$ 、 $67.5^\circ$ 、 $45^\circ$ ;

(2) 根据三阶等腰线的定义，可以分成的三个等腰三角形三个内角度数分别是  $20^\circ$ 、 $20^\circ$ 、 $140^\circ$ ； $40^\circ$ 、 $40^\circ$ 、 $100^\circ$ ； $30^\circ$ 、 $30^\circ$ 、 $120^\circ$ ；

(3) ①以  $a-b$ 、 $b$ 、 $b$  为边作  $\triangle BEF$ ，再作边长为  $b$  的菱形  $EFAC$  ( $FA \parallel BE$ )，图 5 中  $\triangle ABC$  就是所求的三角形；

②) 根据三阶等腰线的定义，图中  $\triangle BCE$ 、 $\triangle AEF$ 、 $\triangle AFC$  都是等腰三角形，线段  $CE$ 、 $AF$  就是三阶等腰线；

**【解答】**解：(1) 如图 2 所示，线段  $DE$ 、 $CD$  就是三阶等腰线，

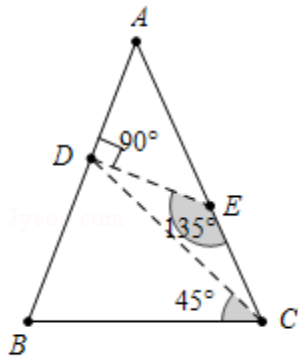


图2

(2) 如图 4 所示，图中线段  $DE$ 、 $AD$  就是三阶等腰线，

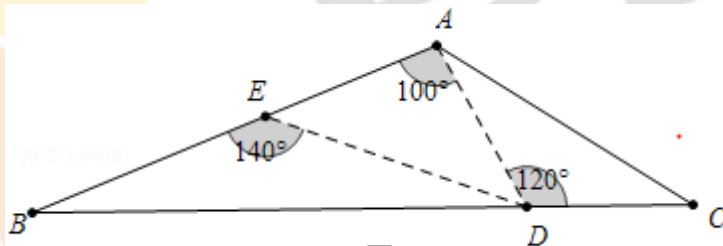


图4

(3) ①作法：以  $a-b$ 、 $b$ 、 $b$  为边作  $\triangle BEF$ ，再作边长为  $b$  的菱形  $EFAC$  ( $FA \parallel BE$ )，图 5 中  $\triangle ABC$  就是所求的三角形。

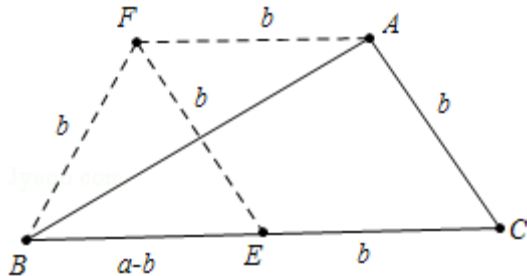


图5

②如图 6 所示， $\triangle ABC$  的“三阶等腰线”就是线段  $CE$ 、 $AF$ ，



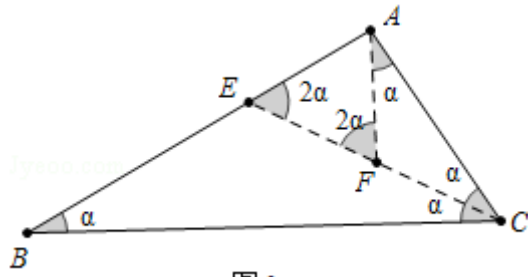


图6

【点评】本题考查设计与作图、等腰三角形的定义、尺规作图等知识，理解三阶等腰线的定义是解决问题的关键，第三个问题中的第一个问题有点难度，这种作图的方法叫做三角形奠基法。

