



高二数学 (文科) 期末冲刺练习

1. 设命题 $p: \forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2 > 0$. 则 $\neg p$ 为 () .

- A. $\exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0^2 + 2 > 0$
- B. $\exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0^2 + 2 \leq 0$
- C. $\exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0^2 + 2 < 0$
- D. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2 \leq 0$

答案 B

解析 命题是全称命题, 则命题的否定是特称命题,
即 $\neg p: \exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0^2 + 2 \leq 0$.
故选B.

2. " $\cos \alpha = \frac{1}{2}$ " 是 " $\alpha = \frac{\pi}{3}$ " 的 () .

- A. 充要条件
- B. 充分不必要条件
- C. 必要不充分条件
- D. 不充分也不必要条件

答案 C

解析 当 $\alpha = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ 时, 满足 $\cos \alpha = \frac{1}{2}$ 但 $\alpha = \frac{\pi}{3}$ 不一定成立, 即充分性不成立,
当 $\alpha = \frac{\pi}{3}$ 时, $\cos \alpha = \frac{1}{2}$ 成立, 即必要性成立,
则 " $\cos \alpha = \frac{1}{2}$ " 是 " $\alpha = \frac{\pi}{3}$ " 的必要不充分条件.
故选C.

3. " $a = -3$ " 是 "两条直线 $ax + (1-a)y - 3 = 0$ 和 $(a-1)x + (2a+3)y - 2 = 0$ 互相垂直" 的 () 条件.

- A. 充分不必要
- B. 必要不充分
- C. 充分必要
- D. 既不充分也不必要

答案 A

解析 两条直线 $ax + (1-a)y - 3 = 0$ 和 $(a-1)x + (2a+3)y - 2 = 0$ 互相垂直,
可得 $a = -3$ 或者 $a = 1$,
所以是充分不必要条件.
故选A.

4. 已知命题 p : 方程 $\frac{x^2}{2m} + \frac{y^2}{1-m} = 1$ 表示焦点在 x 轴上的椭圆, 命题 q : 方程 $\frac{x^2}{m} - \frac{y^2}{1-m} = 1$ 表示双曲线, 则 p 是 q 的 () 条件.

- A. 充分不必要
 - B. 必要不充分
- 深圳智康 2017 新高一群 293049985;
深圳智康 2017 级高二群 148082199;
深圳智康-高中家长群 175743089

答案 A

解析 若方程 $\frac{x^2}{2m} + \frac{y^2}{1-m} = 1$ 表示焦点在 x 轴上的椭圆,

$$\begin{cases} 2m > 0 \\ 1-m > 0 \\ 2m > 1-m \end{cases}, \text{解得: } \frac{1}{3} < m < 1,$$

故 $p: \frac{1}{3} < m < 1$.

若方程 $\frac{x^2}{m} - \frac{y^2}{1-m} = 1$ 表示双曲线,

则 $m(1-m) > 0$, 解得: $0 < m < 1$,

故 $q: 0 < m < 1$,

故 p 是 q 的充分不必要条件,

故选: A.

5. 已知 a 是函数 $f(x) = x^3 - 12x$ 的极小值点, 则 $a = ()$.

- A. -4
- B. -2
- C. 4
- D. 2

答案 D

解析 $f'(x) = 3x^2 - 12 = 3(x+2)(x-2)$, 令 $f'(x) = 0$ 得 $x = -2$ 或 $x = 2$,

易得 $f(x)$ 在 $(-2, 2)$ 上单调递减, 在 $(2, +\infty)$ 上单调递增,

故 $f(x)$ 极小值为 $f(2)$, 由已知得 $a = 2$.

6. 关于函数 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 6x$ 的单调性是 () .

- A. 增函数
- B. 先增后减
- C. 先减后增
- D. 减函数

答案 A

解析 函数的导数为 $f'(x) = 3x^2 - 6x + 6 = 3(x^2 - 2x + 2) = 3(x-1)^2 + 3 > 0$ 恒成立,

即函数 $f(x)$ 在定义域上为增函数.

故选 A.

7. 设椭圆的两个焦点分别为 F_1, F_2 . 过 F_2 作椭圆长轴的垂线交椭圆于点 P , 若 $\triangle F_1PF_2$ 为等腰直角三角形, 则椭圆的离心率是

- () .
- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 - B. $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$
 - C. $2 - \sqrt{2}$
 - D. $\sqrt{2} - 1$

答案 D

深圳智康 2017 新高一群 293049985;
深圳智康 2017 级高二群 148082199;
深圳智康-高中家长群 175743089



8. 已知 A, B 分别为椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右顶点, 不同两点 P, Q 在椭圆 C 上, 且关于 x 轴对称, 设直线 AP, BQ 的斜率分别为 m, n , 则当 $\frac{2b}{a} + \frac{a}{b} + \frac{1}{2mn} + \ln|m| + \ln|n|$ 取最小值时, 椭圆 C 的离心率为 ().
- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$
C. $\frac{1}{2}$
D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

答案 D

解析 设 $P(x_0, y_0)$, 则 $Q(x_0, -y_0)$, $y_0^2 = \frac{b^2(a^2 - x_0^2)}{a^2}$.

$A(-a, 0), B(a, 0)$,

则 $m = \frac{y_0}{a + x_0}, n = \frac{y_0}{a - x_0}$,

$\therefore mn = \frac{y_0^2}{a^2 - x_0^2} = \frac{b^2}{a^2}$,

$\therefore \frac{2b}{a} + \frac{a}{b} + \frac{1}{2mn} + \ln|m| + \ln|n| = \frac{2b}{a} + \frac{a}{b} + \frac{a^2}{2b^2} + \ln \frac{b^2}{a^2} = f\left(\frac{a}{b}\right)$,

令 $\frac{a}{b} = t > 1$, 则 $f(t) = \frac{2}{t} + t + \frac{1}{2}t^2 - 2\ln t$.

$f'(t) = -\frac{2}{t^2} + 1 + t - \frac{2}{t} = \frac{(t+1)(t^2-2)}{t^2}$,

可知: 当 $t = \sqrt{2}$ 时, 函数 $f(t)$ 取得最小值 $f(\sqrt{2}) = \frac{2}{\sqrt{2}} + \sqrt{2} + \frac{1}{2} \times (\sqrt{2})^2 - 2\ln \sqrt{2} = 2\sqrt{2} + 1 - 2\ln 2$.

$\therefore \frac{a}{b} = \sqrt{2}$.

$\therefore e = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

故选: D.

9. 双曲线 $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 与抛物线 $y = \frac{1}{8}x^2$ 有一个公共焦点 F , 双曲线上过点 F 且垂直于 y 轴的弦长为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$, 则双曲线的离心率为 ().
- A. 2
B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
D. $\sqrt{3}$

答案 B

解析 抛物线 $y = \frac{1}{8}x^2$ 的焦点坐标为 $(0, 2)$,

\therefore 双曲线的一个焦点为 $(0, 2)$.

令 $y = 2$, 代入双曲线 $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$, 可得 $\frac{4}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$,

$\therefore x = \pm b\sqrt{\frac{4}{a^2} - 1}$,

\therefore 过点 F 且垂直于实轴的弦长为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$,

$\therefore 2b\sqrt{\frac{4}{a^2} - 1} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$,

且 $a^2 + b^2 = 4$,

解得 $a = \sqrt{3}, b = 1, c = 2$,

$\therefore e = \frac{c}{a} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

故选 B.

10. 若双曲线 $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$ 的一条渐近线经过点 $(3, -4)$, 则此双曲线的离心率为 ().

- A. $\sqrt{7}$
 学生版 教师版 答案版
 B. $\frac{c}{4}$
 C. $\frac{4}{3}$
 D. $\frac{5}{3}$

答案 D

解析 由已知得 $\frac{b}{a} = \frac{4}{3} \Rightarrow c = \frac{5}{3}a \Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{5}{3}$.
 故答案为D.

11. 已知命题 $p: \forall x \in \mathbf{R}, x > \sin x$, 则 p 的否定形式为 ().

- A. $\exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0 < \sin x_0$
 B. $\forall x \in \mathbf{R}, x \leq \sin x$
 C. $\exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0 \leq \sin x_0$
 D. $\forall x \in \mathbf{R}, x < \sin x$

答案 C

解析 \because 题 $p: \forall x \in \mathbf{R}, x > \sin x$,
 $\therefore p$ 的否定形式为 $\exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0 \leq \sin x_0$
 故选C.

12. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $AB = \sqrt{13}, BC = 3, \angle C = 120^\circ$, 则 $AC = ()$.

- A. 1
 B. 2
 C. 3
 D. 4

答案 A

解析 设 $AC = x$,

$$\text{由余弦定理得: } \cos 120^\circ = \frac{x^2 + 9 - 13}{2 \cdot x \cdot 3} = -\frac{1}{2}$$

$$x^2 - 4 = -3x \Rightarrow x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$x = 1 \text{ 或 } -4 \text{ (舍)}, \therefore AC = 1, \text{ 选A.}$$

13. 下列命题中真命题的个数是 ().

- (1) 对于命题 $p: \exists x \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2 + x - 1 < 0$, 则 $\neg p: \forall x \in \mathbf{R}$, 均有 $x^2 + x - 1 > 0$.
 (2) “ $m = -1$ ” 是 “直线 $l_1: mx + (2m - 1)y + 1 = 0$ 与直线 $l_2: 3x + my + 3 = 0$ 垂直” 的充分不必要条件.
 (3) 命题 $p: x \neq y$, $q: \sin x \neq \sin y$, 则 p 是 q 的必要不充分条件.
 (4) 设函数 $f(x)$ 的定义域是 \mathbf{R} , 则 “ $\forall x \in \mathbf{R}, f(x+1) > f(x)$,” 是 “函数 $f(x)$ 为增函数” 的充要条件.

- A. 1个
 B. 2个
 C. 3个
 D. 4个

深圳智康 2017 新高一群 293049985;

答 案 深 圳 智 康 2017 级 高 二 群 148082199;

深 圳 智 康 - 高 中 家 长 群 175743089

解 析 对 于 (1) 对 于 命 题 $p: \exists x \in \mathbf{R}$, 使 得 $x^2 + x - 1 < 0$, 则 $\neg p: \forall x \in \mathbf{R}$, 均 有 $x^2 + x - 1 \geq 0$, 故 错.

学生版

对于 (2) $m \in \mathbb{R}$ 时 直线 $l_1: mx + (2m-1)y + 1 = 0$ 与直线 $l_2: 3x + my + 3 = 0$ 垂直, 故正确.

教师版 答案版 显示试题来源 编辑

对于 (3), $x \neq y$ 时, $\sin x = \sin y$ 可能成立, $\sin x \neq \sin y$ 时, 一定有 $x \neq y$, 故正确.

对于 (4), 若函数 $f(x)$ 为增函数, 则 $f(x+1) > f(x)$ 成立, 必要性成立. 若 $\forall x \in \mathbb{R}, f(x+1) > f(x)$, 则函数 $f(x)$ 不一定为增函数.

例如分段函数: $f(x) = [x]$, 满足 $f(x+1) > f(x)$, 而 $f(x)$ 不是增函数. 充分性不成立.

即 " $\forall x \in \mathbb{R}, f(x+1) > f(x)$ " 是 "函数 $f(x)$ 为增函数" 的必要不充分条件. 故错.

故选: B.

14. 设 $f'(x)$ 是 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x$ 的导函数, 则 $f'(-1)$ 等于 ().

- A. -2
- B. 0
- C. 2
- D. $-\frac{4}{3}$

答案 B

解析 根据导数计算的基本公式 $f'(x) = x^2 - 1$, 代入 $x = -1$, 解得 $f'(-1) = 0$.

15. 若 $f(x) = x - e \ln x$, $0 < a < e < b$, 则下列说法一定正确的是 ().

- A. $f(a) < f(b)$
- B. $f(a) > f(b)$
- C. $f(a) > f(e)$
- D. $f(e) > f(b)$

答案 C

解析 $f'(x) = 1 - \frac{e}{x} = \frac{x-e}{x}$, 所以 $f(x)$ 在 $(0, e)$ 上单调递减, 在 $(e, +\infty)$ 上单调递增, 由 $0 < a < e < b$, 可知 $f(a) > f(e)$, $f(b) > f(e)$.



扫码回复“期末复习”获取答案;

更多资讯资料请加“深圳高二家长交流群”: 148082199

深圳智康 2017 新高一群 293049985;
深圳智康 2017 级高二群 148082199;
深圳智康-高中家长群 175743089