

丰台区 2017~2018 学年度第一学期期末练习

初三数学

2018. 01

考生须知	<p>1. 本试卷共 6 页, 共三道大题, 28 道小题, 满分 100 分。考试时间 120 分钟。</p> <p>2. 在试卷和答题卡上认真填写学校名称、姓名和考号。</p> <p>3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上, 在试卷上作答无效。</p> <p>4. 在答题卡上, 选择题、作图题用 2B 铅笔作答, 其他试题用黑色字迹签字笔作答。</p> <p>5. 考试结束, 将本试卷和答题卡一并交回。</p>
------	---

一、选择题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

下列各题均有四个选项, 其中只有一个是符合题意的。

1. 如果 $3a = 2b$ ($ab \neq 0$), 那么下列比例式中正确的是

A. $\frac{a}{b} = \frac{3}{2}$

B. $\frac{b}{a} = \frac{2}{3}$

C. $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$

D. $\frac{a}{3} = \frac{b}{2}$

2. 将抛物线 $y = x^2$ 向上平移 2 个单位后得到新的抛物线的表达式为

A. $y = x^2 + 2$

B. $y = x^2 - 2$

C. $y = (x + 2)^2$

D. $y = (x - 2)^2$

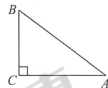
3. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 5$, $BC = 3$, 则 $\tan A$ 的值为

A. $\frac{3}{5}$

B. $\frac{3}{4}$

C. $\frac{4}{5}$

D. $\frac{4}{3}$



4. “黄金分割”是一条举世公认的美学定律。例如在摄影中, 人们常依据黄金分割进行构图, 使画面整体和谐。目前, 照相机和手机自带的九宫格就是黄金分割的简化版。要拍摄草坪上的小狗, 按照黄金分割的原则, 应该使小狗置于画面中的位置



A. ①

B. ②

C. ③

D. ④

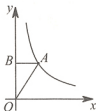
5. 如图, 点 A 为函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 图象上的一点, 过点 A 作 x 轴的平行线交 y 轴于点 B , 连接 OA , 如果 $\triangle AOB$ 的面积为 2, 那么 k 的值为

A. 1

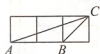
B. 2

C. 3

D. 4



6. 如图所示, 小正方形的边长均为1, 则下列选项中阴影部分的三角形与 $\triangle ABC$ 相似的是



7. 如图, A, B 是 $\odot O$ 上的两点, C 是 $\odot O$ 上不不与 A, B 重合的任意一点. 如果 $\angle AOB = 140^\circ$, 那么 $\angle ACB$ 的度数为

- A. 70° B. 110°
C. 140° D. 70° 或 110°



8. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 上部分点的横坐标 x 与纵坐标 y 的对应值如下表:

x	...	-1	0	1	2	3	...
y	...	3	0	-1	m	3	...

有以下几个结论:

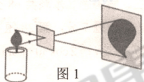
- ① 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的开口向下;
② 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的对称轴为直线 $x = -1$;
③ 方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的根为 0 和 2;
④ 当 $y > 0$ 时, x 的取值范围是 $x < 0$ 或 $x > 2$.

其中正确的是

- A. ①④ B. ②④ C. ②③ D. ③④

二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 如果 $\sin \alpha = \frac{1}{2}$, 那么锐角 $\alpha =$ _____.
10. 半径为 2 的圆中, 60° 的圆心角所对的弧的弧长为 _____.
11. 如图 1, 物理课上学习过利用小孔成像说明光的直线传播.



- 现将图 1 抽象为图 2, 其中线段 AB 为蜡烛的火焰, 线段 $A'B'$ 为其倒立的像. 如果蜡烛火焰 AB 的高度为 2cm, 倒立的像 $A'B'$ 的高度为 5cm, 点 O 到 AB 的距离为 4cm, 那么点 O 到 $A'B'$ 的距离为 _____ cm.

12. 如图, 等边三角形 ABC 的外接圆 $\odot O$ 的半径 OA 的长为 2, 则其内切圆半径的长为 _____.

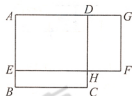


13. 已知函数的图象经过点 $(2, 1)$, 且与 x 轴没有交点, 写出一个满足题意的函数的表达式 _____.

14. 在平面直角坐标系中, 过三点 $A(0, 0)$, $B(2, 2)$, $C(4, 0)$ 的圆的圆心坐标为 _____.



15. 在北京市治理违建的过程中, 某小区拆除了自建房, 改建绿地. 如图, 自建房占地是边长为 8m 的正方形 $ABCD$, 改建的绿地是矩形 $AEFG$, 其中点 E 在 AB 上, 点 G 在 AD 的延长线上, 且 $DG = 2BE$. 如果设 BE 的长为 x (单位: m), 绿地 $AEFG$ 的面积为 y (单位: m^2), 那么 y 与 x 的函数的表达式为 _____; 当 $BE =$ _____ m 时, 绿地 $AEFG$ 的面积最大.
16. 下面是“过圆外一点作圆的切线”的尺规作图过程.

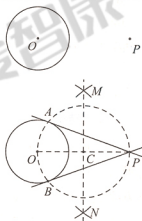


已知: $\odot O$ 和 $\odot O$ 外一点 P .

求作: 过点 P 的 $\odot O$ 的切线.

作法: 如图,

- (1) 连接 OP ;
 - (2) 分别以点 O 和点 P 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}OP$ 的长为半径作弧, 两弧相交于 M, N 两点;
 - (3) 作直线 MN , 交 OP 于点 C ;
 - (4) 以点 C 为圆心, CO 的长为半径作圆, 交 $\odot O$ 于 A, B 两点;
 - (5) 作直线 PA, PB .
- 直线 PA, PB 即为所求作 $\odot O$ 的切线.



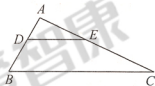
请回答以下问题:

- (1) 连接 OA, OB , 可证 $\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$, 理由是 _____;
- (2) 直线 PA, PB 是 $\odot O$ 的切线, 依据是 _____.

三、解答题 (本题共 68 分, 第 17-24 题, 每小题 5 分, 第 25 题 6 分, 第 26, 27 题, 每小题 7 分, 第 28 题 8 分)

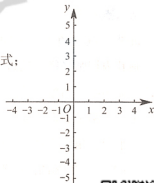
17. 计算: $2\cos 30^\circ + \sin 45^\circ - \tan 60^\circ$.

18. 如图, $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$, 如果 $AD = 2$, $DB = 3$, $AE = 4$, 求 AC 的长.



19. 已知二次函数 $y = x^2 - 4x + 3$.

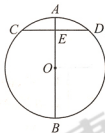
- (1) 用配方法将 $y = x^2 - 4x + 3$ 化成 $y = a(x-h)^2 + k$ 的形式;
- (2) 在平面直角坐标系 xOy 中画出该函数的图象;
- (3) 当 $0 \leq x \leq 3$ 时, y 的取值范围是 _____.



20. 在我国古代数学著作《九章算术》中记载了这样一个问题: “今有圆材, 埋在壁中, 不知大小, 以锯锯之, 深一寸, 锯道长一尺, 问径几何?”

用现代语言表述为: 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$ 于点 E , $AE = 1$ 寸, $CD = 10$ 寸, 求直径 AB 的长.

请你解答这个问题.



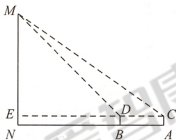
21. 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y = x + 1$ 与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 的一个交点为 $P(m, 2)$.

(1) 求 k 的值;

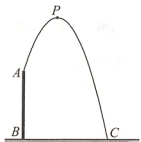
(2) $M(2, a)$, $N(n, b)$ 是双曲线上的两点, 直接写出当 $a > b$ 时, n 的取值范围.

22. 在北京市开展的“首都少年先锋岗”活动中, 某数学小组到人民英雄纪念碑站岗执勤, 并在活动后实地测量了纪念碑的高度. 方法如下: 如图, 首先在测量点 A 处用高为 1.5m 的测角仪 AC 测得人民英雄纪念碑 MN 顶部 M 的仰角为 35° , 然后在测量点 B 处用同样的测角仪 BD 测得人民英雄纪念碑 MN 顶部 M 的仰角为 45° , 最后测量出 A, B 两点间的距离为 15m , 并且 N, B, A 三点在一条直线上, 连接 CD 并延长交 MN 于点 E . 请你利用他们的测量结果, 计算人民英雄纪念碑 MN 的高度.

(参考数据: $\sin 35^\circ \approx 0.6$, $\cos 35^\circ \approx 0.8$, $\tan 35^\circ \approx 0.7$)

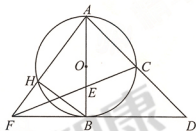


23. 如图, 人工喷泉有一个竖直的喷水枪 AB , 喷水口 A 距地面 2m , 喷出水流的运动路线是抛物线. 如果水流的最高点 P 到喷水枪 AB 所在直线的距离为 1m , 且到地面的距离为 3.6m , 求水流的落地点 C 到水枪底部 B 的距离.



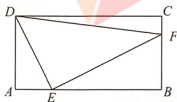
24. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 是 \widehat{AB} 的中点, 连接 AC 并延长至点 D , 使 $CD = AC$, 点 E 是 OB 上一点, 且 $\frac{OE}{EB} = \frac{2}{3}$, CE 的延长线交 DB 的延长线于点 F , AF 交 $\odot O$ 于点 H , 连接 BH .

- (1) 求证: BD 是 $\odot O$ 的切线;
(2) 当 $OB = 2$ 时, 求 BH 的长.



25. 如图, 点 E 是矩形 $ABCD$ 边 AB 上一动点 (不与点 B 重合), 过点 E 作 $EF \perp DE$ 交 BC 于点 F , 连接 DF . 已知 $AB = 4\text{cm}$, $AD = 2\text{cm}$, 设 A, E 两点间的距离为 $x\text{cm}$, $\triangle DEF$ 面积为 $y\text{cm}^2$.

小明根据学习函数的经验, 对函数 y 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究.



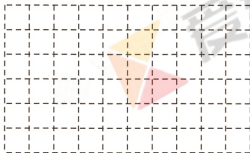
下面是小明的探究过程, 请补充完整:

- (1) 确定自变量 x 的取值范围是 _____;
(2) 通过取点、画图、测量、分析, 得到了 x 与 y 的几组值, 如下表:

x/cm	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	...
y/cm^2	4.0	3.7		3.9		3.8	3.3	2.0	...

(说明: 补全表格时相关数值保留一位小数)

- (3) 建立平面直角坐标系, 描出以补全后的表中各对对应值为坐标的点, 画出该函数的图象;



- (4) 结合画出的函数图象, 解决问题: 当 $\triangle DEF$ 面积最大时, AE 的长度为 _____ cm .



26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过点 $(2, 3)$, 对称轴为直线 $x = 1$.

(1) 求抛物线的表达式;

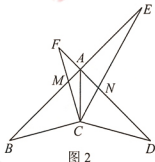
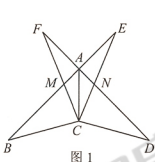
(2) 如果垂直于 y 轴的直线 l 与抛物线交于两点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 其中 $x_1 < 0$, $x_2 > 0$, 与 y 轴交于点 C , 求 $BC - AC$ 的值;

(3) 将抛物线向上或向下平移, 使新抛物线的顶点落在 x 轴上, 原抛物线上一点 P 平移后对应点为点 Q , 如果 $OP = OQ$, 直接写出点 Q 的坐标.

27. 如图, $\angle BAD = 90^\circ$, $AB = AD$, $CB = CD$, 一个以点 C 为顶点的 45° 角绕点 C 旋转, 角的两边与 BA , DA 交于点 M , N , 与 BA , DA 的延长线交于点 E , F , 连接 AC .

(1) 在 $\angle FCE$ 旋转的过程中, 当 $\angle FCA = \angle ECA$ 时, 如图 1, 求证: $AE = AF$;

(2) 在 $\angle FCE$ 旋转的过程中, 当 $\angle FCA \neq \angle ECA$ 时, 如图 2, 如果 $\angle B = 30^\circ$, $CB = 2$, 用等式表示线段 AE , AF 之间的数量关系, 并证明.



28. 对于平面直角坐标系 xOy 中的点 P 和 $\odot C$, 给出如下定义: 如果 $\odot C$ 的半径为 r , $\odot C$ 外一点 P 到 $\odot C$ 的切线长小于或等于 $2r$, 那么点 P 叫做 $\odot C$ 的“离心点”.

(1) 当 $\odot O$ 的半径为 1 时,

① 在点 $P_1(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$, $P_2(0, -2)$, $P_3(\sqrt{5}, 0)$ 中, $\odot O$ 的“离心点”是_____;

② 点 $P(m, n)$ 在直线 $y = -x + 3$ 上, 且点 P 是 $\odot O$ 的“离心点”, 求点 P 横坐标 m 的取值范围;

(2) $\odot C$ 的圆心 C 在 y 轴上, 半径为 2, 直线 $y = -\frac{1}{2}x + 1$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A , B . 如果线段 AB 上的所有点都是 $\odot C$ 的“离心点”, 请直接写出圆心 C 纵坐标的取值范围.



丰台区 2017—2018 学年度第一学期期末练习

初三数学参考答案

一、选择题(本题共 16 分, 每小题 2 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	A	B	B	D	A	D	D

二、填空题(本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 30° ; 10. $\frac{2}{3}\pi$; 11. 10; 12. 1; 13. $y = \frac{2}{x}$ 或 $y = x^2 - 4x + 5$ 等, 答案不唯一;

14. (2, 0); 15. $y = -2x^2 + 8x + 64 (0 < x < 8)$ (可不化为一般式); 2;

16. 直径所对的圆周角是直角; 经过半径的外端, 并且垂直于这条半径的直线是圆的切线.

三、解答题(本题共 68 分, 第 17-24 题每小题 5 分, 第 25 题 6 分, 第 26, 27 题每小题 7 分, 第 28 题 8 分)

17. 解: $2\cos 30^\circ + \sin 45^\circ - \tan 60^\circ$
 $= 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{3}$,3 分
 $= \sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{3}$ 4 分
 $= \frac{\sqrt{2}}{2}$5 分

18. 解: $\because DE \parallel BC$,

$$\therefore \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \text{2 分}$$

$$\text{即 } \frac{2}{3} = \frac{4}{EC}.$$

$$\therefore EC = 6. \text{4 分}$$

$$\therefore AC = AE + EC = 10. \text{5 分}$$

其他证法相应给分.



19. 解: (1) $y = x^2 - 4x + 4 - 4 + 3$

$$= (x-2)^2 - 1. \text{2 分}$$

(2) 如图:3 分

(3) $-1 \leq y \leq 3$ 5 分



20. 解: 连接 OC,

$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$ 于点 E,

且 $CD = 10$, $\therefore \angle BEC = 90^\circ$,

$$CE = \frac{1}{2}CD = 5 \text{2 分}$$

设 $OC = r$, 则 $OE = r - 1$, $\therefore OE = r - 1$.

在 $Rt\triangle OCE$ 中,

$$\therefore OE^2 + CE^2 = OC^2,$$

$$\therefore (r-1)^2 + 25 = r^2. \therefore r = 13. \text{4 分}$$

$$\therefore AB = 2r = 26 \text{ (寸)}.$$

答: 直径 AB 的长 26 寸.5 分



21. 解: (1) \because 一次函数 $y = x + 1$ 的图象经

过点 $P(m, 2)$, $\therefore m = 1$1 分

\therefore 点 P 的坐标为 $(1, 2)$2 分

\because 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $P(1, 2)$,

$$\therefore k = 2 \text{3 分}$$

(2) $n < 0$ 或 $n > 2$ 5 分

22. 解: 由题意得, 四边形 $ACDB$, $ACEN$ 为

矩形,

$$\therefore EN = AC = 1.5.$$

$$AB = CD = 15.$$

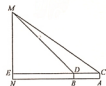
在 $Rt\triangle MED$ 中,

$$\angle MED = 90^\circ, \angle MDE = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle EMD = \angle MDE = 45^\circ.$$

$$\therefore ME = DE. \text{2 分}$$

设 $ME = DE = x$, 则 $EC = x + 15$.



26. 解: (1) $\begin{cases} \frac{b}{2}=1, \\ -4+2b+c=3. \end{cases}$ 1分

解得 $\begin{cases} b=2, \\ c=3. \end{cases}$ 2分

$\therefore y = -x^2 + 2x + 3$3分



- (2) 如图, 设 l 与对称轴交于点 M , 由抛物线的对称性可得, $BM = AM$3分
- $\therefore BC - AC = BM + MC - AC = AM + MC - AC = AC + CM + MC - AC = 2CM = 2$5分
- 其他方法相应给分.

- (3) 点 Q 的坐标为 $(1 + \sqrt{2}, -2)$ 或 $(1 - \sqrt{2}, -2)$7分

27. 解: (1) 证明: $\because AB = AD, BC = CD, AC = AC, \therefore \triangle ABC \cong \triangle ADC$1分
- $\therefore \angle BAC = \angle DAC = 45^\circ$, 可证 $\angle FAC = \angle EAC = 135^\circ$2分
- 又 $\because \angle FCA = \angle ECA$,
- $\therefore \triangle ACF \cong \triangle ACE$. $\therefore AE = AF$3分
- 其他方法相应给分.

- (2) 过点 C 作 $CG \perp AB$ 于点 G , 求得 $AC = \sqrt{2}$ 4分

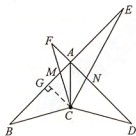
$\because \angle FAC = \angle EAC = 135^\circ, \therefore \angle ACF + \angle F = 45^\circ$.

又 $\because \angle ACF + \angle ACE = 45^\circ, \therefore \angle F = \angle ACE$.

$\therefore \triangle ACF \sim \triangle AEC$5分

$\therefore \frac{AC}{AE} = \frac{AF}{AC}$, 即 $AC^2 = AE \cdot AF$6分

$\therefore AE \cdot AF = 2$7分



28. 解: (1) ① P_2, P_3 ;2分

② 设 $P(m, -m+3)$, 则 $m^2 + (-m+3)^2 = 5$3分

解得 $m_1 = 1, m_2 = 2$4分

故 $1 \leq m \leq 2$6分

- (2) 圆心 C 纵坐标 y_C 的取值范围为: $1 - 2\sqrt{5} \leq y_C < 1 - \sqrt{5}$ 或 $3 < y_C \leq 4$8分

