

第三单元 圆柱与圆锥

一、圆柱

1、圆柱的形成：圆柱是以长方形的一边为轴旋转而得的。

圆柱也可以由长方形卷曲而得到。

两种方式：

以长方形的长为底面周长，宽为高；

以长方形的宽为底面周长，长为高。

其中，第一种方式得到的圆柱体体积较大。

2、圆柱的高是两个底面之间的距离，一个圆柱有无数条高，他们的数值是相等的。

3、圆柱的特征：

(1) 底面的特征：圆柱的底面是完全相等的两个圆。

(2) 侧面的特征：圆柱的侧面是一个曲面，展开后是长方形或正方形或平行四边形。

(3) 高的特征：圆柱有无数条高。

4、圆柱的切割：

①横切：切面是圆，表面积增加 2 倍底面积，即 $S_{\text{增}}=2 \pi r^2$

②竖切（过直径）：切面是长方形（如果 $h=2R$ ，切面为正方形），该长方形的长是圆柱的高，宽是圆柱的底面直径，表面积增加两个长方形的面积，即 $S_{\text{增}}=4rh$

5、圆柱的侧面展开图：

①沿着高展开，展开图形是长方形，如果 $h=2 \pi r$ ，则展开图形为正方形

②不沿着高展开，展开图形是平行四边形或不规则图形

③无论怎么展开都得不到梯形

6、圆柱的相关计算公式：

底面积： $S_{\text{底}}= \pi r^2$

底面周长： $C_{\text{底}}= \pi d=2 \pi r$

侧面积： $S_{\text{侧}}=2 \pi rh$

表面积: $S_{表}=2S_{底}+S_{侧}=2\pi r^2+2\pi rh$ 体积: $V_{柱}=\pi r^2 h$

考试常见题型:

- ①已知圆柱的底面积和高, 求圆柱的侧面积, 表面积, 体积, 底面周长
- ②已知圆柱的底面周长和高, 求圆柱的侧面积, 表面积, 体积, 底面积
- ③已知圆柱的底面周长和体积, 求圆柱的侧面积, 表面积, 高, 底面积
- ④已知圆柱的底面面积和高, 求圆柱的侧面积, 表面积, 体积
- ⑤已知圆柱的侧面积和高, 求圆柱的底面半径, 表面积, 体积, 底面积

以上几种常见题型的解题方法, 通常是求出圆柱的底面半径和高, 再根据圆柱的相关计算公式进行计算:

无盖水桶的表面积=侧面积+一个底面积 油桶的表面积=侧面积+两个底面积

烟囱通风管的表面积=侧面积

只求侧面积: 灯罩、排水管、漆柱、通风管、压路机、卫生纸中轴、薯片盒包装

侧面积+一个底面积: 玻璃杯、水桶、笔筒、帽子、游泳池

侧面积+两个底面积: 油桶、米桶、罐桶类

二、圆锥

1、圆锥的形成: 圆锥是以直角三角形的一直角边为轴旋转而得到的。圆锥也可以由扇形卷曲而得到。

2、圆锥的高是两个顶点与底面之间的距离, 与圆柱不同, 圆锥只有一条高

3、圆锥的特征:

(1) 底面的特征: 圆锥的底面一个圆。

(2) 侧面的特征: 圆锥的侧面是一个曲面, 侧面展开后是一个扇形。

(3) 高的特征: 圆锥有一条高。

4、圆锥的切割:

①横切: 切面是圆

②竖切(过顶点和直径直径): 切面是等腰三角形, 该等腰三角形的高是圆锥的高, 底是圆锥的底面直径, 面积增加两个等腰三角形的面积, 即 $S_{增}=2rh$

5、圆锥的相关计算公式:

底面积: $S_{\text{底}} = \pi r^2$

底面周长: $C_{\text{底}} = \pi d = 2\pi r$

体积: $V_{\text{锥}} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

考试常见题型:

①已知圆锥的底面积和高, 求体积, 底面周长

②已知圆锥的底面周长和高, 求圆锥的体积, 底面积

③已知圆锥的底面周长和体积, 求圆锥的高, 底面积

以上几种常见题型的解题方法, 通常是求出圆锥的底面半径和高, 再根据圆柱的相关计算公式进行计算

三、圆柱和圆锥的关系

1、圆柱与圆锥等底等高, 圆柱的体积是圆锥的 3 倍。

2、圆柱与圆锥等底等体积, 圆锥的高是圆柱的 3 倍。

3、圆柱与圆锥等高等体积, 圆锥的底面积(注意: 是底面积而不是底面半径)是圆柱的 3 倍。

4、圆柱与圆锥等底等高, 体积相差 $\frac{2}{3}Sh$

题型总结

①直接利用公式: 分析清楚求的是表面积, 侧面积、底面积、体积

分析清楚半径变化导致底面周长、侧面积、底面积、体积的变化

分析清楚两个圆柱(或两个圆锥)半径、底面积、底面周长、侧面积、表面积、体积之比

②圆柱与圆锥关系的转换: 包括削成最大体积的问题(正方体, 长方体与圆柱圆锥之间)

③横截面的问题

④浸水体积问题: (水面上升部分的体积就是浸入水中物品的体积, 等于盛水容积的底面积乘以上升的高度)容积是圆柱或长方体, 正方体

⑤等体积转换问题: 一个圆柱融化后做成圆锥, 或圆柱中的溶液倒入圆锥, 都是体积不变的问题, 注意不要乘以 $\frac{1}{3}$