



海淀区高三年级第一学期期末练习

数 学 (文科)

2018.1

本试卷共4页,150分。考试时长120分钟。考生务必将答案答在答题纸上,在试卷上作答无效。考试结束后,将答题纸交回。

第一部分 (选择题 共40分)

一、选择题共8小题,每小题5分,共40分。在每小题列出的四个选项中,选出符合题目要求的一项。

(1) 已知 i 是虚数单位,若 $i(a+i)=-1+i$,则实数 a 的值为

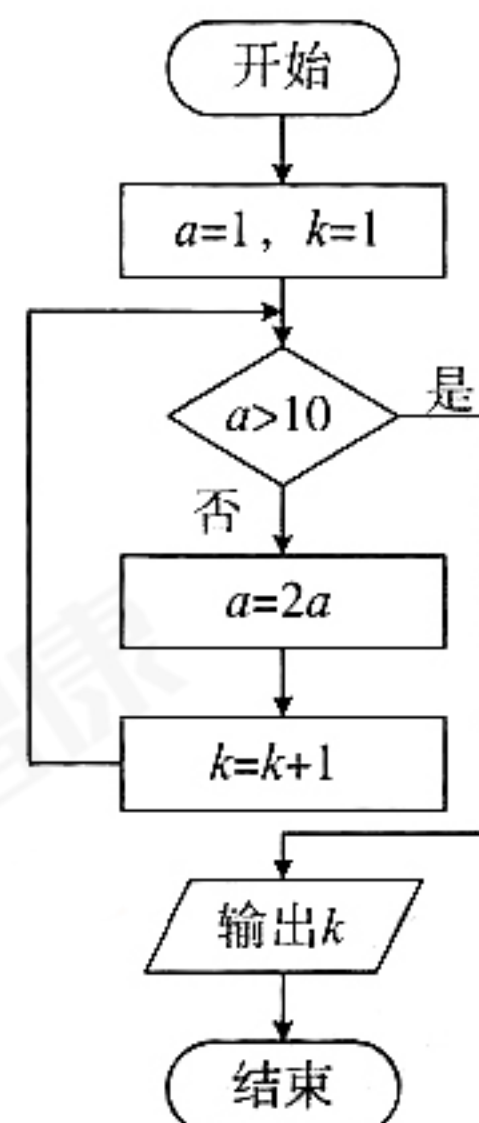
- (A) 1 (B) 0 (C) -1 (D) -2

(2) 已知 $a, b \in \mathbf{R}$,若 $a < b$,则

- (A) $a < 2b$ (B) $ab < b^2$ (C) $a^{\frac{1}{2}} < b^{\frac{1}{2}}$ (D) $a^3 < b^3$

(3) 执行如图所示的程序框图,输出的 k 值为

- (A) 4
(B) 5
(C) 6
(D) 7



(4) 下面的茎叶图记录的是甲、乙两个班级各5个同学在一次数学测试中的选择题的成绩(单位:分,每道题5分,共8道题):

甲班				乙班		
	5	2				
x	5	3		0	y	0 5
0	0	4		0		

已知两组数据的平均数相等,则 x, y 的值分别为

- (A) 0, 0 (B) 0, 5 (C) 5, 0 (D) 5, 5



(5) 已知直线 $x - y + m = 0$ 与圆 $O: x^2 + y^2 = 1$ 相交于 A, B 两点, 且 $\triangle OAB$ 为正三角形, 则实数 m 的值为

- (A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 或 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ 或 $-\frac{\sqrt{6}}{2}$

(6) 设 $a \in \mathbf{R}$, 则“ $a = 1$ ”是“直线 $ax + y - 1 = 0$ 与直线 $x + ay + 1 = 0$ 平行”的

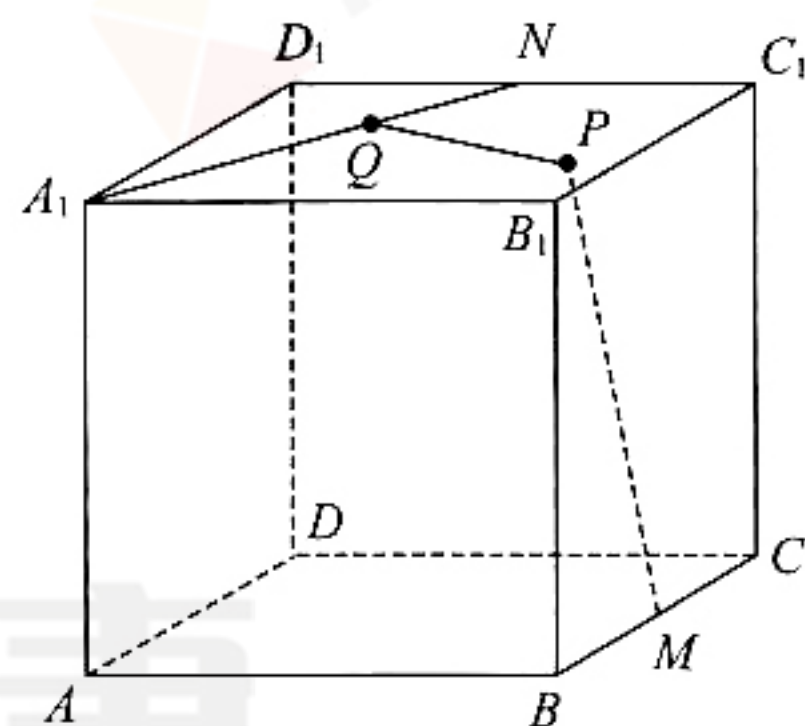
- (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

(7) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 1$, D 是 AC 边的中点, 则 $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{CD}$ 的取值范围是

- (A) $(-\frac{3}{4}, \frac{1}{4})$ (B) $(-\infty, \frac{1}{4})$ (C) $(-\frac{3}{4}, +\infty)$ (D) $(\frac{1}{4}, \frac{3}{4})$

(8) 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, M, N 分别是棱 BC, C_1D_1 的中点, 点 P 在平面 $A_1B_1C_1D_1$ 内, 点 Q 在线段 A_1N 上. 若 $PM = \sqrt{5}$, 则 PQ 长度的最小值为

- (A) $\sqrt{2} - 1$ (B) $\sqrt{2}$
(C) $\frac{3\sqrt{5}}{5} - 1$ (D) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$



第二部分 (非选择题, 共110分)

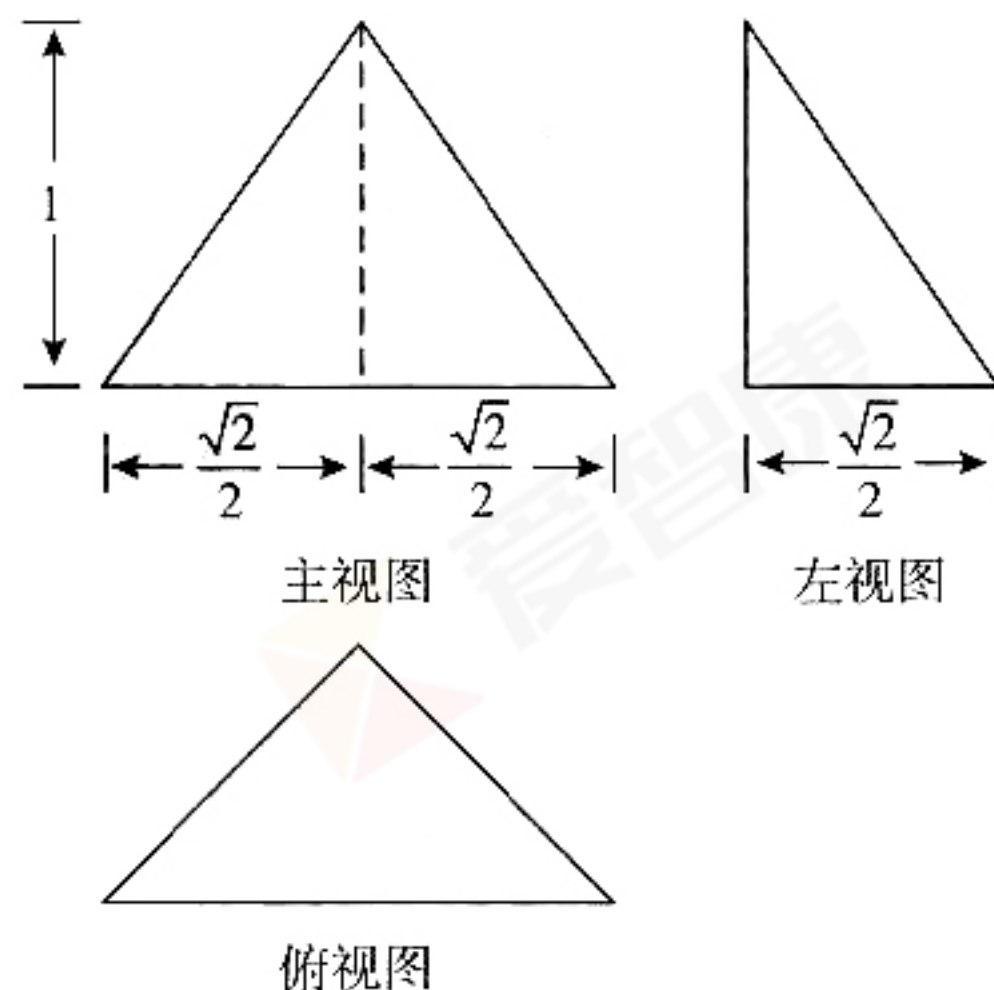
二、填空题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分。

(9) 已知双曲线 $ax^2 - y^2 = 1$ 的一条渐近线方程为 $y = x$, 则实数 a 的值为 _____.

(10) 若变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} y \geq 0, \\ x - y + 1 \geq 0, \\ x + 2y - 2 \leq 0, \end{cases}$ 则 $z = x + y$ 的最大值是 _____.

(11) 在 $\triangle ABC$ 中, $a = 1, b = \sqrt{7}$, 且 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 则 $c =$ _____.

(12) 某三棱锥的三视图如图所示, 该三棱锥四个面的面积中最大的值是 _____.





- (13) 函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x \leq 0, \\ x(2-x), & x > 0 \end{cases}$ 的最大值为 _____; 若函数 $f(x)$ 的图象与直线 $y = k(x-1)$ 有且只有一个公共点, 则实数 k 的取值范围是 _____.

- (14) 某次高三英语听力考试中有 5 道选择题, 每题 1 分, 每道题在 A, B, C 三个选项中只有一个是正确的. 下表是甲、乙、丙三名同学每道题填涂的答案和这 5 道题的得分:

	1	2	3	4	5	得分
甲	C	C	A	B	B	4
乙	C	C	B	B	C	3
丙	B	C	C	B	B	2

则甲同学答错的题目的题号是 _____, 其正确的选项是 _____.

三、解答题共 6 小题, 共 80 分。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

- (15) (本小题 13 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_2 = 5$, $S_3 = a_7$.

- (I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
(II) 若 $b_n = 2^n$, 求数列 $\{a_n + b_n\}$ 的前 n 项和.

- (16) (本小题 13 分)

已知函数 $f(x) = \cos 2x \cdot \tan(x - \frac{\pi}{4})$.

- (I) 求函数 $f(x)$ 的定义域;
(II) 求函数 $f(x)$ 的值域.

- (17) (本小题 13 分)

据中国日报网报道, 2017 年 11 月 13 日, TOP500 发布的最新一期全球超级计算机 500 强榜单显示, 中国超算在前五名中占据两席. 其中, 超算全球第一“神威·太湖之光”完全使用了国产处理器. 为了了解国产品牌处理器打开文件的速度, 某调查公司对两种国产品牌处理器进行了 12 次测试, 结果如下: (数值越小, 速度越快, 单位是 MIPS)

	测试 1	测试 2	测试 3	测试 4	测试 5	测试 6	测试 7	测试 8	测试 9	测试 10	测试 11	测试 12
品牌 A	3	6	9	10	4	1	12	17	4	6	6	14
品牌 B	2	8	5	4	2	5	8	15	5	12	10	21

设 a_i , b_i 分别表示第 i 次测试中品牌 A 和品牌 B 的测试结果, 记 $X_i = |a_i - b_i|$ ($i = 1, 2, \dots, 12$).

- (I) 求数据 $X_1, X_2, X_3, \dots, X_{12}$ 的众数;
(II) 从满足 $X_i = 4$ 的测试中随机抽取两次, 求品牌 A 的测试结果恰有一次大于品牌 B 的测试结果



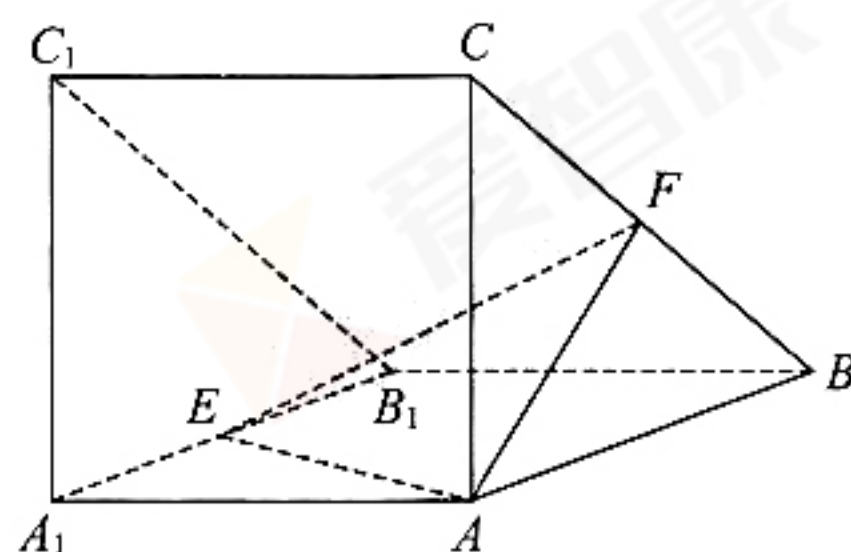
的概率;

- (Ⅲ) 经过了解,前6次测试是打开含有文字与表格的文件,后6次测试是打开含有文字与图片的文件.请你依据表中数据,运用所学的统计知识,对这两种国产品牌处理器打开文件的速度进行评价.

(18) (本小题 14 分)

如图,三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,侧面 $ABB_1A_1 \perp$ 底面 ABC , $AC \perp AB$, $AC = AB = AA_1 = 2$, $\angle AA_1B_1 = 60^\circ$, E, F 分别为棱 A_1B_1, BC 的中点.

- (Ⅰ) 求证: $AC \perp AE$;
 (Ⅱ) 求三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积;
 (Ⅲ) 在直线 AA_1 上是否存在一点 P ,使得 $CP \parallel$ 平面 AEF ? 若存在,求出 AP 的长;若不存在,说明理由.



(19) (本小题 14 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{3m} + \frac{y^2}{m} = 1$, 直线 $l: x + y - 2 = 0$ 与椭圆 C 相交于 P, Q 两点,与 x 轴交于点 B ,

点 P, Q 与点 B 不重合.

- (Ⅰ) 求椭圆 C 的离心率;
 (Ⅱ) 当 $S_{\triangle OPQ} = 2$ 时,求椭圆 C 的方程;
 (Ⅲ) 过原点 O 作直线 l 的垂线,垂足为 N .若 $|PN| = \lambda |BQ|$,求 λ 的值.

(20) (本小题 13 分)

已知函数 $f(x) = (x-1)e^x + ax^2$.

- (Ⅰ) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;
 (Ⅱ) 求证:“ $a < 0$ ”是“函数 $f(x)$ 有且只有一个零点”的充分不必要条件.