北京市西城区 2017—2018 学年度第一学期期末试卷

九年级数学

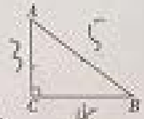
2018.1

考生须知	
	1. 本试卷共6页，共三道大题，28道小题，满分100分，考试时间120分钟。
	2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和学号。
	3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
	4. 在答题卡上，选择题、作图题用2B铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
	5. 考试结束，将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。

一、选择题（本题共16分，每小题2分）

下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的．

1. 如图，在 Rt△ABC 中，$\angle ACB = 90°$，如果 $AC = 3$，$AB = 5$，那么 $\sin B$ 等于



A. $\frac{3}{5}$　　B. $\frac{4}{5}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{4}{3}$

2. 点 $A(1, y_1)$，$B(3, y_2)$ 是反比例函数 $y = -\frac{6}{x}$ 图象上的两点，那么 y_1，y_2 的大小关系是

A. $y_1 > y_2$　　B. $y_1 = y_2$　　C. $y_1 < y_2$　　D. 不能确定

3. 抛物线 $y = (x-4)^2 - 5$ 的顶点坐标和开口方向分别是

A. $(4, -5)$，开口向上　　B. $(4, -5)$，开口向下

C. $(-4, -5)$，开口向上　　D. $(-4, -5)$，开口向下

4. 圆心角为 $60°$，且半径为 12 的扇形的面积等于

A. 48π　　B. 24π　　C. 4π　　D. 2π

5. 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，CD 是 $\odot O$ 的弦，如果 $\angle ACD = 34°$，那么 $\angle BAD$ 等于

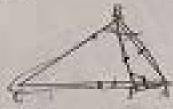
A. $34°$　　B. $46°$

C. $56°$　　D. $66°$

6. 如果函数 $y = x^2 + 4x - m$ 的图象与 x 轴有公共点，那么 m 的取值范围是

A. $m \leqslant 4$　　B. $m < 4$　　C. $m \geqslant -4$　　D. $m > -4$

7. 如图，点 P 在 $\triangle ABC$ 的边 AC 上，如果添加一个条件后可以得到 $\triangle ABP \backsim \triangle ACB$，那么以下添加的条件中，不正确的是



A. $\angle ABP = \angle C$　　B. $\angle APB = \angle ABC$

C. $AB^2 = AP \cdot AC$　　D. $\frac{AB}{BP} = \frac{AC}{CB}$

8. 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + 3 (a \neq 0)$ 的对称轴为直线 $x = 1$，如果关于 x 的方程 $ax^2 + bx - 8 = 0 (a \neq 0)$ 的一个根为4，那么该方程的另一个根为

A. -4　　B. -2

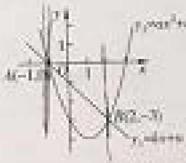
D. 3

二、填空题（本题共16分，每小题2分）

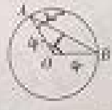
9. 抛物线 $y=x^2+3$ 与 y 轴的交点坐标为________.

10. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，D，E 两点分别在 AB，AC 边上，$DE \parallel BC$，如果 $\dfrac{AD}{DB}=\dfrac{3}{2}$，$AC=10$，那么 $EC=$________.

11. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，第一象限内的点 $P(x,y)$ 与点 $A(2,2)$ 在同一个反比例函数的图象上，$PC\perp y$ 轴于点 C，$PD\perp x$ 轴于点 D，那么矩形 $ODPC$ 的面积等于________.



12. 如图，直线 $y_1=kx+n\ (k\neq 0)$ 与抛物线 $y_2=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$ 分别交于 $A(-1,0)$，$B(2,-3)$ 两点，那么当 $y_1>y_2$ 时，x 的取值范围是________.



13. 如图，$\odot O$ 的半径等于4，如果弦 AB 所对的圆心角等于 $120°$，那么圆心 O 到弦 AB 的距离等于________.

14. 2017年9月热播的专题片《辉煌中国——圆梦工程》展示的中国桥、中国路等超级工程展现了中国现代化进程中的伟大成就，大家纷纷点赞"厉害了，我的国！"片中提到我国已成为拥有斜拉桥最多的国家，世界前十座斜拉桥中，中国占七座，其中苏通长江大桥（如图1所示）主桥的主跨长度在世界斜拉桥中排在前列. 在图2的主桥示意图中，两座索塔及索塔两侧的斜拉索对称分布，大桥主跨 BD 的中点为 E，最长的斜拉索 CE 长 577 m，记 CE 与大桥主梁所夹的锐角 $\angle CED$ 为 α，那么用 CE 的长和 α 的三角函数表示主跨 BD 长的表达式应为 $BD=$________(m).

图1 苏通长江大桥

图2 苏通长江大桥主桥示意图

15. 如图，抛物线 $y=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$ 与 y 轴交于点 C，与 x 轴交于 A，B 两点，其中点 B 的坐标为 $B(4,0)$，抛物线的对称轴交 x 轴于点 D，$CE\parallel AB$，并与抛物线的对称轴交于点 E. 现有下列结论：①$a>0$；②$b>0$；③$4a+2b+c<0$；④$AD+CE=4$. 其中所有正确结论的序

16. 如图，$\odot O$ 的半径为 3，A，P 两点在 $\odot O$ 上，点 B 在 $\odot O$ 内，$\tan\angle APB=\dfrac{4}{3}$，$AB\perp AP$．如果 $OB\perp OP$，那么 OB 的长为________．

三、解答题（本题共 68 分，第 17 ~ 20 题每小题 5 分，第 21，22 题每小题 6 分，第 23，24 题每小题 5 分，第 25，26 题每小题 6 分，第 27，28 题每小题 7 分）

17. 计算：$2\sin30^\circ+\cos^2 45^\circ-\tan60^\circ$．

18. 如图，$AB\parallel CD$，AC 与 BD 的交点为 E，$\angle ABE=\angle ACB$．

（1）求证：$\triangle ABE\backsim\triangle ACB$；

（2）如果 $AB=6$，$AE=4$，求 AC，CD 的长．

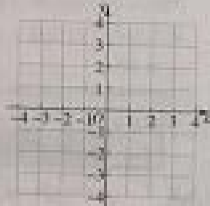
Sin ∠L

19. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 C_1：$y=-x^2+2x$．

（1）补全表格：

抛物线	顶点坐标	与 x 轴交点坐标		与 y 轴交点坐标
$y=-x^2+2x$	$(1,1)$			$(0,0)$

（2）将抛物线 C_1 向上平移 3 个单位得到抛物线 C_2，请画出抛物线 C_1，C_2，并直接回答：抛物线 C_2 与 x 轴的两交点之间的距离是抛物线 C_1 与 x 轴的两交点之间距离的多少倍．



20. 在 $\triangle ABC$ 中，$AB = AC = 2$，$\angle BAC = 45°$. 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 α 度（$0° < \alpha < 180°$）得到 $\triangle ADE$，B，C 两点的对应点分别为点 D，E，BD，CE 所在直线交于点 F.

（1）当 $\triangle ABC$ 旋转到图 1 位置时，$\angle CAD =$ ________（用含 α 的代数式表示），$\angle BFC$ 的度数为________°；

（2）当 $\alpha = 45°$ 时，在图 2 中画出 $\triangle ADE$，并求此时点 A 到直线 BE 的距离.

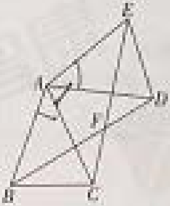


图 1

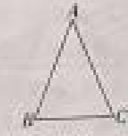


图 2

21. 运动员将小球沿与地面成一定角度的方向击出，在不考虑空气阻力的条件下，小球的飞行高度 h(m) 与它的飞行时间 t(s) 满足二次函数关系，t 与 h 的几组对应值如下表所示.

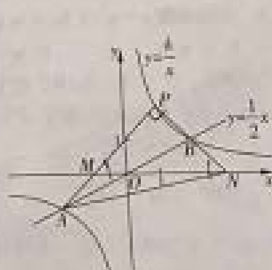
t(s)	0	0.5	1	1.5	2	…
h(m)	0	8.75	15	18.75	20	…

（1）求 h 与 t 之间的函数关系式（不要求写 t 的取值范围）；

（2）求小球飞行 3 s 时的高度；

（3）问：小球的飞行高度能否达到 22 m？请说明理由.

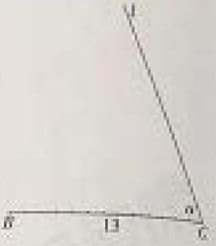
22. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，双曲线 $y = \dfrac{k}{x}$（$k \neq 0$）与直线 $y = \dfrac{1}{2}x$ 的交点分别为 $A(a,-1)$，$B(2,b)$ 两点，双曲线上一点 P 的横坐标为 1，直线 PA，PB 与 x 轴的交点分别为点 M，N，连接 AN.



（1）直接写出 a，k 的值；

（2）求证：$PM = PN$，$PM \perp PN$.

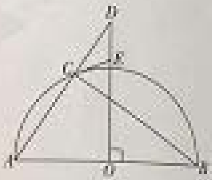
23. 如图，线段 BC 长为 13，以 C 为顶点，CB 为一边的 $\angle\alpha$ 满足 $\cos\alpha=\frac{5}{13}$. 锐角 $\triangle ABC$ 的顶点 A 落在 $\angle\alpha$ 的另一边 l 上，且满足 $\sin A=\frac{4}{5}$. 求 $\triangle ABC$ 的高 BD 及 AB 边的长，并结合你的计算过程画出高 BD 及 AB 边.（图中提供的单位长度供补全图形使用）



24. 如图，AB 是半圆的直径，过圆心 O 作 AB 的垂线，与弦 AC 的延长线交于点 D，点 E 在 OD 上，$\angle DCE=\angle B$.

（1）求证：CE 是半圆的切线；

（2）若 $CD=10$，$\tan B=\frac{2}{3}$，求半圆的半径.



25. 已知抛物线 G：$y=x^2-2ax+a-1$（a 为常数）.

（1）当 $a=3$ 时，用配方法求抛物线 G 的顶点坐标；

（2）若记抛物线 G 的顶点坐标为 $P(p,q)$.

① 分别用含 a 的代数式表示 p，q；

② 请在 ① 的基础上继续用含 p 的代数式表示 q；

③ 由 ①② 可得，顶点 P 的位置会随着 a 的取值变化而变化，但点 P 总落在______的图象上.

A. 一次函数　　　　B. 反比例函数　　　　C. 二次函数

（3）小明想进一步对（2）中的问题进行如下改编：将（2）中的抛物线 G 改为抛物线 H：$y=x^2-2ax+N$（a 为常数），其中 N 为含 a 的代数式，从而使这个新抛物线 H 满足：无论 a 取何值，它的顶点总落在某个一次函数的图象上.

请按照小明的改编思路，写出一个符合以上要求的新抛物线 H 的函数表达式：________（用含 a 的代数式表示），它的顶点所在的一次函数图象的表达式 $y=kx+b$（k，b 为常数，$k\neq 0$）中，$k=$________，$b=$________.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $M: y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 经过点 $A(-1,0)$，且顶点坐标为 $B(0,1)$.

(1) 求抛物线 M 的函数表达式；

(2) 设 $F(t,0)$ 为 x 轴正半轴上一点，将抛物线 M 绕点 F 旋转 $180°$ 得到抛物线 M_1.

① 抛物线 M_1 的顶点 B_1 的坐标为________；

② 当抛物线 M_1 与线段 AB 有公共点时，结合函数的图象，求 t 的取值范围.

27. 如图1，在 Rt$\triangle AOB$ 中，$\angle AOB=90°$，$\angle OAB=30°$，点 C 在 OB 边上，$OC=2BC$，AO 边上的一点 D 满足 $\angle OCD=30°$. 将 $\triangle OCD$ 绕点 O 逆时针旋转 α 度（$90°<\alpha<180°$）得到 $\triangle OC'D'$，C，D 两点的对应点分别为点 C'，D'，连接 AC'，BD'，取 AC' 的中点 M，连接 OM.

(1) 如图2，当 $C'D' \parallel AB$ 时，$\alpha=$________°，此时 OM 和 BD' 之间的位置关系为________；

(2) 画图探究线段 OM 和 BD' 之间的位置关系和数量关系，并加以证明.

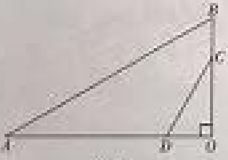


图1

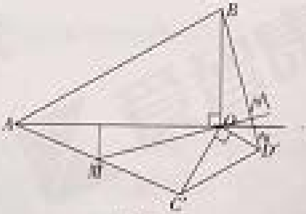
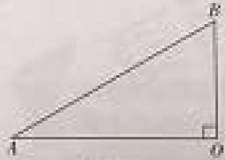


图2



备用图

28. 在平面直角坐标系 xOy 中，A，B 两点的坐标分别为 $A(2,2)$，$B(2,-2)$. 对于给定的线段 AB 及点 P，Q，给出如下定义：若点 Q 关于 AB 所在直线的对称点 Q' 落在 $\triangle ABP$ 的内部（不含边界），则称点 Q 是点 P 关于线段 AB 的内称点.

(1) 已知点 $P(4,-1)$.

① 在 $Q_1(1,-1)$，$Q_2(1,1)$ 两点中，是点 P 关于线段 AB 的内称点的是________；

② 若点 M 在直线 $y=x-1$ 上，且点 M 是点 P 关于线段 AB 的内称点，求点 M 的横坐标 x_M 的取值范围；

(2) 已知点 $C(3,3)$，$\odot C$ 的半径为 r，点 $D(4,0)$，若点 E 是点 D 关于线段 AB 的内称点，且满足直线 DE 与 $\odot C$ 相切，求半径 r 的取值范围.

北京市西城区 2017—2018 学年度第一学期期末试卷

九年级数学参考答案及评分标准　　2018.1

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	C	A	B	C	C	D	B

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. $(0,3)$.　　10. 4.　　11. 4.　　12. $-1 < x < 2$.　　13. 2.

14. $1154\cos\alpha$（或 $2CE\cdot\cos\alpha$）.　　15. ②④.　　16. 1.

三、解答题（本题共 68 分，第 17－20 题每小题 5 分，第 21，22 题每小题 6 分，第 23，24 题每小题 5 分，第 25，26 题每小题 6 分，第 27，28 题每小题 7 分）

17. 解：$2\sin 30° + \cos^2 45° - \tan 60°$.

$= 2\times\frac{1}{2} + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \sqrt{3}$ ………………………… 3 分

$= 1 + \frac{1}{2} - \sqrt{3}$ ………………………… 4 分

$= \frac{3}{2} - \sqrt{3}$. ………………………… 5 分

18.（1）证明：如图 1.

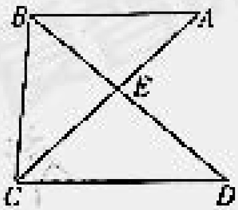


图 1

$\because\ \angle ABE = \angle ACB$，$\angle A = \angle A$，

$\therefore\ \triangle ABE \backsim \triangle ACB$. ………………………… 2 分

（2）解：由（1）得 $\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AB}$ ………………………… 3 分

$\therefore\ AB^2 = AC\cdot AE$.

$\because\ AB = 6$，$AE = 4$，

$\therefore\ AC = \frac{AB^2}{AE} = 9$. ………………………… 4 分

$\because\ AB \parallel CD$，

$\therefore\ \triangle CDE \backsim \triangle ABE$.

$\therefore\ \frac{CD}{AB} = \frac{CE}{AE}$.

$\therefore\ CD = \frac{AB\cdot CE}{AE} = \frac{AB\cdot(AC-AE)}{AE} = \frac{6\times 5}{4} = \frac{15}{2}$.

………………………… 5 分

19. 解：（1）$(0,0)$，$(2,0)$. ………………………… 2 分

（2）画图见图 2. ………………………… 4 分

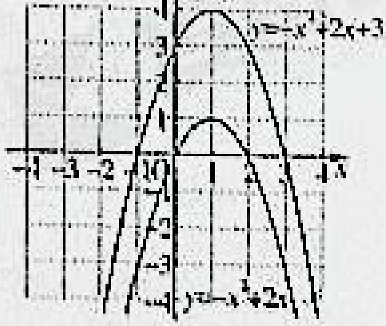


图 2

2 倍. ………………………… 5 分

20. 解：（1）$\alpha - 45°$，45. ………………………… 2 分

（2）画图如图3. ………………………………………… 3分

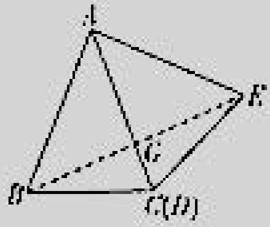


图3

连接 BE，设 AC 与 BE 交于点 G.

由题意可知，$\angle BAC=\angle CAE=45^\circ$，$AB=AC=AE=2$.

$\therefore$ $\angle BAE=90^\circ$，$AG\perp BE$，$BG=EG$.

$\therefore$ 点 A 到直线 BE 的距离即为线段 AG 的长. ………… 4分

$\therefore AG=\dfrac{BE}{2}=\dfrac{\sqrt{2}AB}{2}=\sqrt{2}$. ………………………… 5分

$\therefore$ 当 $\alpha=45^\circ$ 时，点 A 到直线 BE 的距离为 $\sqrt{2}$.

21. 解：(1) $\because$ $t=0$ 时，$h=0$.

$\therefore$ 设 h 与 t 的函数关系式为 $h=at^2+bt(a\neq 0)$. ………………………… 1分

$\because$ $t=1$ 时，$h=15$；$t=2$ 时，$h=20$.

$\therefore \begin{cases} a+b=15, \\ 4a+2b=20. \end{cases}$ …………………………………………………… 2分

解得 $\begin{cases} a=-5, \\ b=20. \end{cases}$ …………………………………………………… 3分

$\therefore$ h 与 t 之间的函数关系式为 $h=-5t^2+20t$. ………………………… 4分

（2）小球飞行3秒时，$t=3(s)$，此时 $h=-5\times 3^2+20\times 3=15(m)$.

答：此时小球的高度为 15 m. ………………………………………………… 5分

（3）方法一：设 $t(s)$ 时，小球的飞行高度达到 22 m.

则 $-5t^2+20t=22$. 即 $5t^2-20t+22=0$.

$\because \Delta=(-20)^2-4\times 5\times 22<0$,

$\therefore$ 此方程无实数根.

所以小球的飞行高度不能达到 22 m. ………………………………………… 6分

方法二：$\because$ $h=-5t^2+20t=-5(t-2)^2+20$.

$\therefore$ 小球飞行的最大高度为 20 m.

$\because$ $22>20$，$\therefore$ 小球的飞行高度不能达到 22 m. …………………………… 6分

22. 解：(1) $a=\underline{-2}$，$k=\underline{2}$. ………………………………………………… 2分

（2）证明：$\because$ 双曲线 $y=\dfrac{2}{x}$ 上一点 P 的横坐标为1,

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $P(1,2)$. ………………………………………………… 3分

$\therefore$ 直线 PA，PB 的函数表达式分别为 $y=x+1$，$y=-x+3$.

$\therefore$ 直线 PA，PB 与 x 轴的交点坐标分别为 $M(-1,0)$，$N(3,0)$.

$\therefore PM=2\sqrt{2}$，$PN=2\sqrt{2}$，$MN=4$. ………………………………… 4分

$\therefore PM=PN$, ………………………………………………………………… 5分

$PM^2+PN^2=MN^2$.

$\therefore$ $\angle MPN=90^\circ$.

$\therefore PM\perp PN$. ……………………………………………………

说明：其他正确的解法相应给分.

23. 解：如图4，作 $BD \perp l$ 于点 D. ………………………… 1分

在 Rt△CBD 中，$\angle CDB = 90°$，$BC = 13$，$\cos C = \cos\alpha = \dfrac{5}{13}$，

$\therefore CD = BC \cdot \cos C = 13 \times \dfrac{5}{13} = 5$. ………………………………………… 2分

$BD = \sqrt{BC^2 - CD^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$. ………………………… 3分

在 Rt△ABD 中，$\angle ADB = 90°$，$BD = 12$，$\sin A = \dfrac{4}{5}$，

$\therefore AB = \dfrac{BD}{\sin A} = \dfrac{12}{\frac{4}{5}} = 15$. ………………………………………… 4分

$AD = \dfrac{BD}{\tan A} = \dfrac{12}{\frac{4}{3}} = 9$.

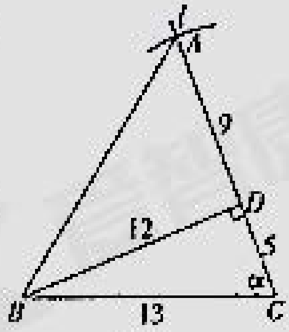


图4

作图：以点 B 为圆心，9 为半径作弧与射线 l 交于点 A，连接 AB. ………………………… 5分

24. (1) 证明：如图5，连接 OC.

$\because AB$ 是半圆的直径，AC 是半圆的弦，

$\therefore \angle ACB = 90°$. ………………………………………………………… 1分

$\because$ 点 D 在弦 AC 的延长线上，

$\therefore \angle DCB = 180° - \angle ACB = 90°$.

$\therefore \angle DCE + \angle BCE = 90°$.

$\because OC = OB$，

$\therefore \angle BCO = \angle B$.

$\because \angle DCE = \angle B$，

$\therefore \angle BCO + \angle BCE = 90°$，即 $\angle OCE = 90°$. ………………………………………… 2分

$\therefore CE \perp OC$.

$\therefore CE$ 是半圆的切线. ………………………………………………………………… 3分

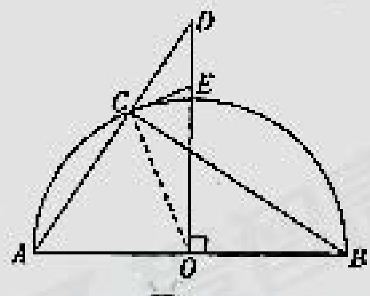


图5

(2) 解：设半圆的半径长为 r.

在 Rt△ABC 中，$\angle ACB = 90°$，$\tan B = \dfrac{2}{3}$，

设 $AC = 2k$，则 $BC = 3k$，$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{13}k$.

$\therefore \sin B = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{2}{13}\sqrt{13}$.

$\because OD \perp AB$，

$\therefore \angle D + \angle A = 90°$.

$\because AB$ 是半圆的直径，

$\therefore \angle ACB = 90°$，$\angle B + \angle A = 90°$.

$\therefore \angle D = \angle B$.

$\therefore \sin D = \sin B = \dfrac{2}{13}\sqrt{13}$.

在Rt△AOD中，∠AOD = 90°，$\sin D = \frac{2}{13}\sqrt{13}$，

又∵ $CD = 10$，

∴ $\frac{OA}{AD} = \frac{\sqrt{13}k}{2(2k+10)} = \frac{2}{13}\sqrt{13}$，

∴ $13k = 4(2k+10)$.

解得 $k = 8$.

经检验，$k = 8$ 是原方程的解.

∴ $r = \frac{\sqrt{13}}{2}k = 4\sqrt{13}$. …………………………………………………… 5分

25. 解：(1) 当 $a = 3$ 时，抛物线 G 为 $y = x^2 - 6x + 2$.

∴ $y = x^2 - 6x + 2 = x^2 - 2 \times 3x + 3^2 - 3^2 + 2 = (x-3)^2 - 7$. ………… 1分

此时抛物线 G 的顶点坐标为 $(3, -7)$. ……………………………………… 2分

(2) ①$y = x^2 - 2ax + a - 1 = (x^2 - 2ax + a^2) - a^2 + a - 1 = (x-a)^2 - a^2 + a - 1$.

∵ 抛物线 G 的顶点坐标为 $P(p, q)$，

∴ $\begin{cases} p = a, \\ q = -a^2 + a - 1. \end{cases}$ ……………………………………………… 3分

② 由①得 $q = -p^2 + p - 1$. ……………………………………………… 4分

③C. ……………………………………………………………………… 5分

(3) 答案不唯一，如新抛物线 H 的函数表达式为 $\underline{y = x^2 - 2ax + a^2 + a}$，$k = \underline{1}$，$b = \underline{0}$.

……………………………………………………………………………… 6分

26. 解：(1) ∵ 抛物线 M 的顶点坐标为 $B(0, 1)$，

∴ 设抛物线 M 的函数表达式为 $y = ax^2 + 1$. ………………………… 1分

∵ 抛物线 M 经过点 $A(-1, 0)$，

∴ $a \times (-1)^2 + 1 = 0$. 解得 $a = -1$. ………………………………… 2分

∴ 抛物线 M 的函数表达式为 $y = -x^2 + 1$. …………………………… 3分

(2) ①$B_1(2t, -1)$. ………………………… 4分

② 由题意可知抛物线 M_1 的顶点 B_1 的坐标为 $B_1(2t, -1)$，二次项系数为1，

∴ 抛物线 M_1 的函数表达式为 $y = (x - 2t)^2 - 1$ $(t > 0)$.

当抛物线 M_1 经过点 $A(-1, 0)$ 时（如图6），

$(-1 - 2t)^2 - 1 = 0$.

解得 $t_1 = -1$，$t_2 = 0$.

当抛物线 M_1 经过点 $B(0, 1)$ 时（如图6），

$(2t)^2 - 1 = 1$.

解得 $t = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$.

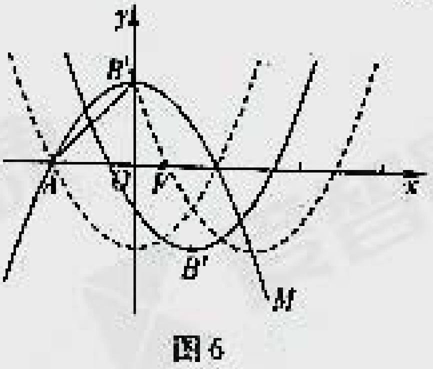


图6

……与线段 AB 有公共点时 t 的取值范围

结合图象分析，因为 $t>0$，所以

……………………………………………………………………………………… 6分

即 $0<t\le\frac{\sqrt{2}}{2}$.

……………………………………………………………………………………… 1分

27. 解：(1) 150. ……………………………………………………………………… 2分

$OM\perp BD'$.

(2) $OM\perp BD'$，$OM=\frac{\sqrt{3}}{2}BD'$.

证明：如图 7，取 AO 的中点 E，连接 ME，延长 MO 交 BD' 于点 N.

∵ E，M 分别为 AO，AC' 的中点，

∴ $EM\parallel OC'$，$EM=\frac{OC'}{2}$.

∴ $\angle OEM+\angle AOC'=180°$.

∵ $\angle AOB=\angle C'OD'=90°$，

∴ $\angle BOD'+\angle AOC'=180°$.

∴ $\angle OEM=\angle BOD'$.　① ……………… 3分

∵ $\angle OAB=\angle OC'D'=30°$，

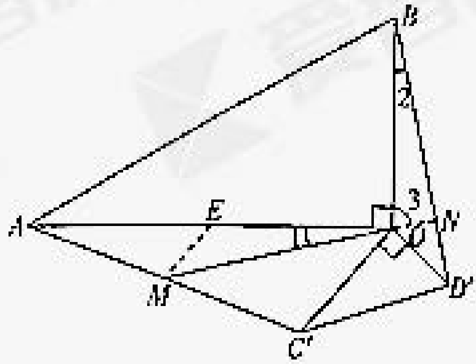


图 7

$$\therefore \frac{EO}{EM}=\frac{\frac{AO}{2}}{\frac{OC'}{2}}=\frac{AO}{OC'}=\frac{\sqrt{3}OB}{\sqrt{3}OD'}=\frac{OB}{OD'}.$$

即 $\frac{EO}{OB}=\frac{EM}{OD'}$　② ……………………………………………………… 4分

由①② 得 $\triangle EOM\backsim\triangle OBD'$. ……………………………………………… 5分

∴ $\angle 1=\angle 2$，

$\frac{OM}{BD'}=\frac{EO}{OB}=\frac{AO}{2OB}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，即 $OM=\frac{\sqrt{3}}{2}BD'$. ……………………………… 6分

∵ 点 N 是 MO 的延长线与 BD' 的交点，$\angle AOB=90°$，

∴ $\angle 1+\angle 3=180°-\angle AOB=90°$.

∴ $\angle 2+\angle 3=90°$.

∴ $OM\perp BD'$. ……………………………………………………………………… 7分

说明：其他正确的解法相应给分.

28. 解：(1) ① Q_1.（见图 8） ……………………………………………………… 1分

② 如图 9，点 $P(4,-1)$ 关于 AB 所在直线的对称点为 $P'(0,-1)$，……… 2分

此时点 P' 恰好在直线 $y=x-1$ 上.

∵ 点 M 是点 P 关于线段 AB 的内称点，

∴ 点 M 关于 AB 所在直线的对称点 M' 落在 $\triangle ABP$ 的内部(不含边界).

又∵ 点 M 在直线 $y=x-1$ 上，

∴ 点 M 应在线段 $P'G$ 上(点 G 为线段 AB 与直线 $y=x-1$ 的交点)，且不与端点 P'，G 重合.

$\therefore 0 < x_M < 2.$ ………………………………………………………………………… 3 分

(2) 如图 10.

$\because$ 点 E 是点 D 关于线段 AB 的内称点，

$\therefore$ 点 E 关于 AB 所在直线的对称点 E' 应在 $\triangle ABD$ 的内部(不含边界).

$\because$ 点 D 关于 AB 所在直线的对称点为原点 O,

$\therefore$ 点 E 应在 $\triangle ABO$ 的内部(不含边界). ……………………………………………… 4 分

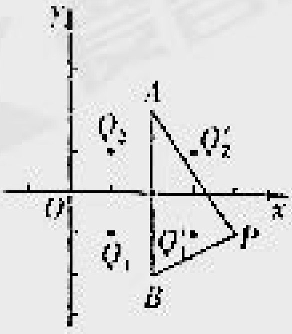


图 8

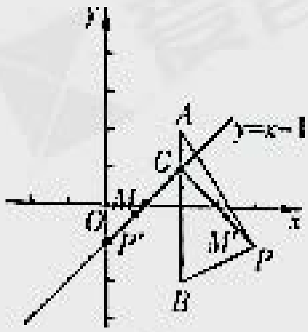


图 9

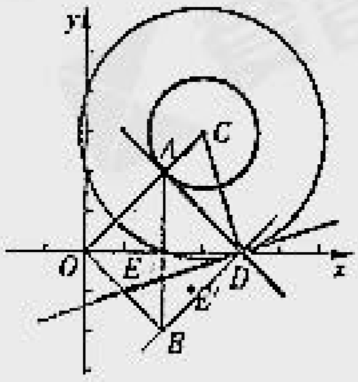


图 10

$\because A(2,2), C(3,3), D(4,0)$,

可得 $AC = \sqrt{2}, AD = 2\sqrt{2}, CD = \sqrt{10}$.

$\therefore AC^2 + AD^2 = CD^2$.

$\therefore \angle CAD = 90°$.

$\therefore AC \perp AD$.

此时直线 DA 与以 AC 为半径的 $\odot C$ 相切,半径 $AC = \sqrt{2}$. ………………………… 5 分

当直线 DE 与以 CD 为半径的 $\odot C$ 相切,D 为切点时,$\odot C$ 的半径最大,最大值为 $\sqrt{10}$.

$\therefore$ 符合题意的 $\odot C$ 的半径 r 的取值范围是 $\sqrt{2} < r \leqslant \sqrt{10}$. ……………………… 7 分