

# 成实外 2017-2018 学年度（上）期末测试题

## 九年级数学

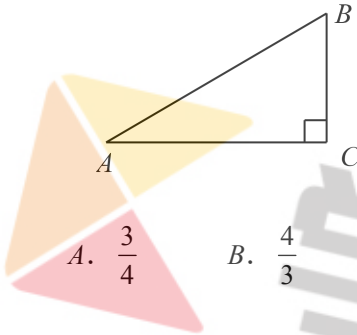
### A 卷（共 100 分）

一、选择题（本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. 下列函数中，二次函数是（ ）

- A.  $y = -2x - 1$       B.  $y = 2x^2$       C.  $y = \frac{4}{x}$       D.  $y = ax^2 + bx + c$

2. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AB = 5$ ， $AC = 4$ ，则  $\sin A$  的值是（ ）



- A.  $\frac{3}{4}$       B.  $\frac{4}{3}$       C.  $\frac{3}{5}$       D.  $\frac{4}{5}$

3. 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + 2x + m = 0$  有实数根，则  $m$  的取值范围是（ ）

- A.  $m < 1$       B.  $m < 1$  且  $m \neq 0$       C.  $m \leq 1$       D.  $m \leq 1$  且  $m \neq 0$

4. 下列图形中，是中心对称图形，但不是轴对称图形的是（ ）

- A. 平行四边形      B. 矩形      C. 菱形      D. 圆

5. 下列命题中，是真命题的是（ ）.

- A. 一组对边平行，另一组对边相等的四边形是平行四边形  
B. 对角线相等的四边形是矩形  
C. 平分弦的直径一定垂直于这条弦  
D. 三角形的外心到三角形三个顶点的距离相等

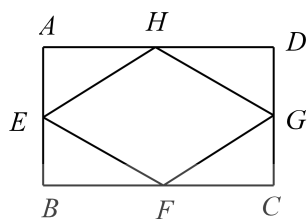
6. 某种钢笔经过两次连续降价，每支钢笔的零售价由 60 元降为 50 元，若两次降价的百分率相同且均为  $x$ ，求每次降价的百分率. 下面所列的方程中，正确的是（ ）

A.  $60(1+x)^2 = 50$       B.  $60(1-x)^2 = 50$       C.  $60(1-2x) = 50$

D.  $60(1-x^2) = 50$

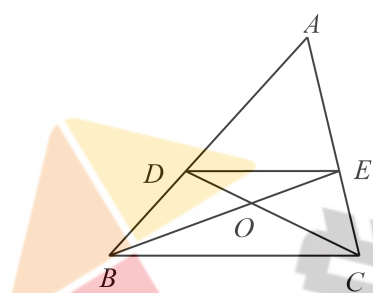
7. 如图，四边形  $ABCD$  为矩形， $E$ 、 $F$ 、 $G$ 、 $H$  分别为  $AB$ 、 $BC$ 、 $CD$ 、 $DA$  的中点，则四边

形  $EFGH$  的形状是 ( )



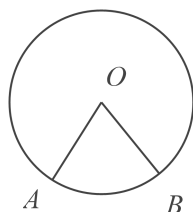
- A. 平行四边形      B. 矩形      C. 菱形      D. 正方形

8. 如图,  $DE \parallel BC$ ,  $CD$  与  $BE$  相交于点  $O$ ,  $S_{\triangle DOE} : S_{\triangle COB} = 1:4$ , 则  $AE:EC =$  ( )



- A. 1:4      B. 1:3      C. 1:2      D. 1:1

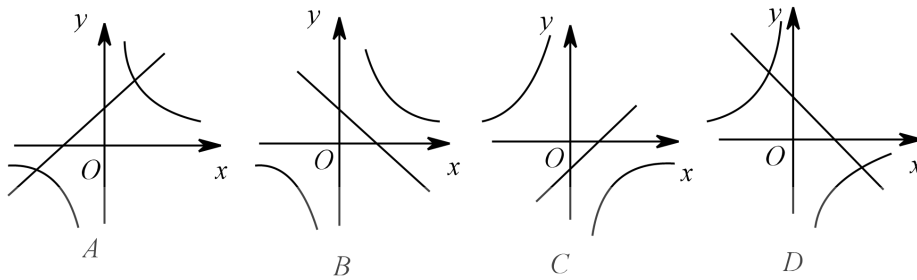
9. 如图, 点  $C$  为  $\odot O$  上异于  $A$ 、 $B$  的一点,  $\angle AOB = 70^\circ$ , 则  $\angle ACB$  为 ( )



- A.  $35^\circ$       B.  $35^\circ$  或  $145^\circ$       C.  $45^\circ$       D.  $45^\circ$  或  $135^\circ$

10. 二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  的图像如图所示, 则一次函数  $y = ax + c$  和反比例函数

$y = \frac{b^2 - 4ac}{x}$  的图像可能是 ( )



二、填空题（本大题共 4 个小题，每小题 4 分，共 16 分）

11. 已知  $\alpha$  为锐角，且满足  $\sqrt{3} \tan(\alpha + 10^\circ) = 1$ ，则  $\alpha$  为 \_\_\_\_\_ 度.

12. 如图，是一个隧道的截面，若路面  $AB$  宽为 6 米，净高  $CD$  为 9 米，那么这个隧道所在圆的半径  $OA$  是 \_\_\_\_\_ 米.



13. 已知一元二次方程  $x^2 - 6x + m = 0$  有一个根为 2，则另一根为 \_\_\_\_\_.

14. 反比例函数  $y = (2m - 1)x^{|m|-2}$ ，当  $x > 0$  时， $y$  随  $x$  的增大而增大，则  $m =$  \_\_\_\_\_.

三、解答题（本大题共 6 个小题满分 54 分）

15.（每小题 12 分）计算下列各题

(1)  $(2018 - \pi)^0 + (-1)^{-5} - 3 \times \tan 30^\circ + \sqrt{27}$

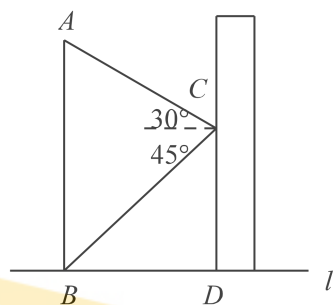
(2) 解方程  $5x^2 - 3x - 2 = 0$

16.（每小题 5 分，共 10 分）

先化简  $\frac{a-1}{3a^2-6a} + \left(a+2+\frac{3}{a-2}\right)$ , 再求代数式的值, 其中  $a$  是方程  $x^2+x-1=0$  的一个根.

17. (本题 8 分)

如图, 某校九年级数学小组为了测量校园内旗杆  $AB$  的高度, 站在教学楼  $C$  处测得旗杆底端  $B$  的俯角为  $45^\circ$ , 测得旗杆顶端  $A$  的仰角为  $30^\circ$ , 若旗杆与教学楼的距离  $BD=9m$ , 求旗杆  $AB$  的高度是多少米? (结果保留根号)



18. 成都素有“天府之国”的美誉, 某校九年级(2)班数学兴趣小组为了解九年级学生对“蜀都历史文化”的了解情况, 对九年级(2)班的同学进行随机抽样调查, 并将调查结果绘制成如下两幅统计图, 根据统计图的信息, 解答下列问题:

(1) 若该校九年级共有学生 1200 名. 则九年级约有多少名学生基本了解“蜀都历史文化”?

(2) 根据调查结果, 发现九年级(2)班学生中了解程度为“很了解”的学生有三名非常优秀, 其中有两名男生、一名女生, 现准备从这三名学校中随机选择两人参加成都市“蜀都历史文化”知识竞赛, 用树状图或列表法, 求恰好选中一男生一女生的概率.

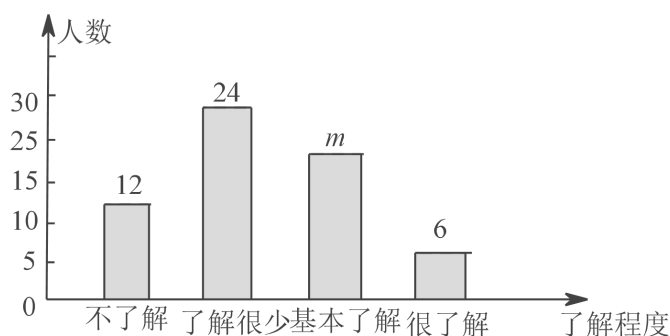


图1

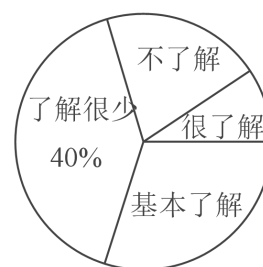
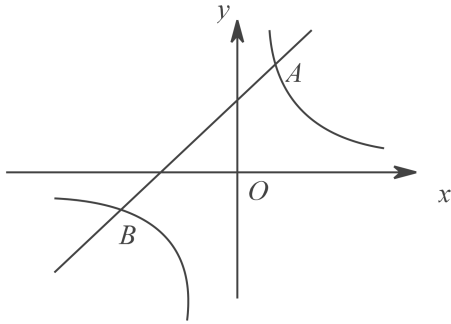


图2

19. 如图，一次函数  $y=x+2$  的图像与反比例函数  $y=\frac{k}{x}$  的图像交于点  $A(1, a)$ ,  $B$  两点.

(1) 求反比例函数的解析式及点  $B$  的坐标

(2) 在  $x$  轴上找一点  $C$ , 使  $|CA-CB|$  的值最大, 求满足条件的点  $C$  的坐标及  $\triangle ABC$  的面积.



20. 已知: 点  $C$  为  $\odot O$  的直径  $AB$  上一动点, 过点  $C$  作  $CD \perp AB$ , 交  $\odot O$  于点  $D$  和点  $E$ , 连接  $AD$ 、 $BD$ ,  $\angle DBA$  的角平分线交  $\odot O$  于点  $F$ .

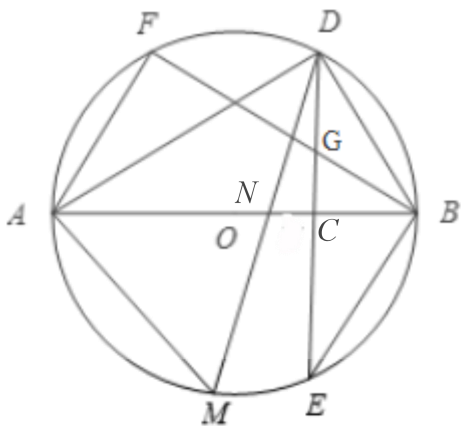
(1) 若  $\widehat{DF} = \widehat{BD}$ , 求证:  $GD=GB$

(2) 若  $AB=2cm$ , 在 (1) 的条件下, 求  $DG$  的值

(3) 若  $\angle ADB$  的角平分线  $DM$  交  $\odot O$  于点  $M$ , 交  $AB$  于点  $N$ .

当点  $C$  与点  $O$  重合时,  $\frac{AD+BD}{DM} = \underline{\hspace{2cm}}$ ; 据此猜想, 当点  $C$  在  $AB$  (不含端点) 运动过程中,

$\frac{AD+BD}{DM}$  的值是否发生改变? 若不变, 请求其值; 若改变, 请说明理由.



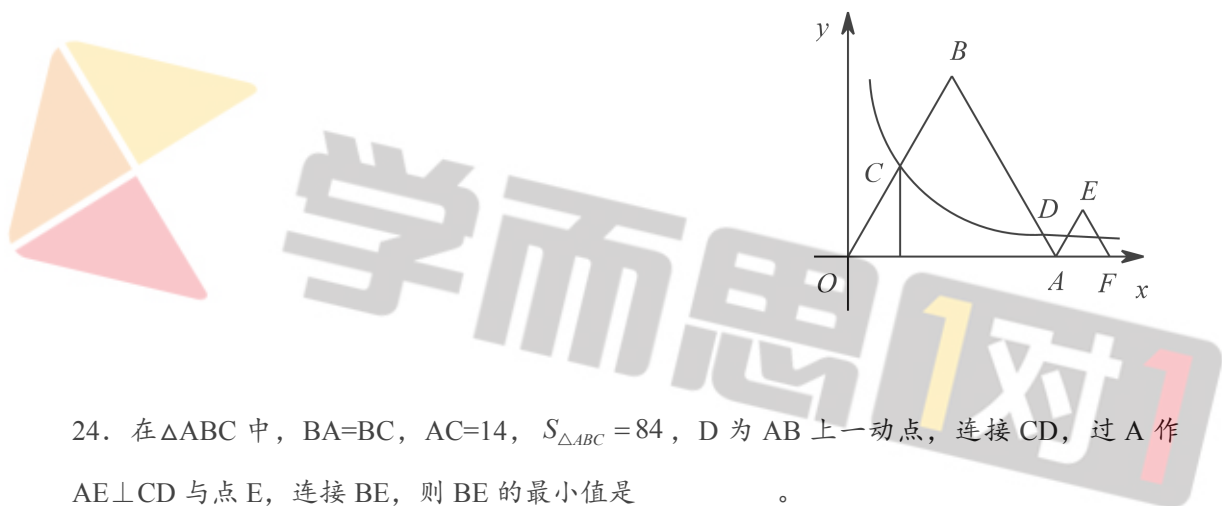
## B 卷

### 一、填空题

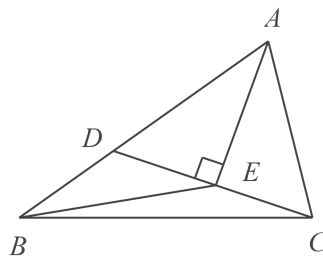
21. 设  $x_1, x_2$  是方程  $x^2 - x - 2017 = 0$  的两实数根, 则  $x_1^2 + x_1x_2 + x_2 - 2 =$  \_\_\_\_\_。

22. 将分别标有数字 0, 1, 2 的三个完全相同的小球装入一个不透明的袋中搅匀, 先从袋中取出一个小球, 记下数字作为点 P 的横坐标  $x$  (小球不放回), 再从袋中取出一个小球, 记下数字作为点 P 的纵坐标  $y$ , 则点  $P(x, y)$  落在抛物线  $y = x^2 - x + 2$  图像上的概率是\_\_\_\_\_。

23. 如图, 等边  $\triangle OBA$  和等边  $\triangle AFE$  的一边都在  $x$  轴上, 双曲线  $y = \frac{k}{x}$  ( $k > 0$ ) 经过  $OB$  的中点  $C$  和  $AE$  的中点  $D$ , 已知  $OB = 16$ , 则点  $F$  的坐标为\_\_\_\_\_。



24. 在  $\triangle ABC$  中,  $BA = BC$ ,  $AC = 14$ ,  $S_{\triangle ABC} = 84$ ,  $D$  为  $AB$  上一动点, 连接  $CD$ , 过  $A$  作  $AE \perp CD$  于点  $E$ , 连接  $BE$ , 则  $BE$  的最小值是\_\_\_\_\_。



25. 关于二次函数  $C_1: y = x^2 + 2x - 3$  的下列四个结论中, 正确的结论是\_\_\_\_\_ (只填序号)。

- (1) 将  $C_1$  的图像向上平移  $m$  个单位后, 若与  $x$  轴没有交点, 则  $m > 4$
- (2) 将  $C_1$  的图像向左平移 1 个单位得  $C_2$ , 则函数  $C_2$  的解析式为  $y = x^2 + 4x$ ;
- (3) 若  $C_2$  的图像与  $C_1$  的图像关于  $x$  轴对称, 函数  $C_2$  的解析式为  $y = -x^2 + 2x - 3$ ;

(4) 若  $C_1$  的图像顶点为  $D$ , 且  $C_1$  与直线  $y = -2x + 1$  交于  $A$ 、 $B$  两点, 则  $\triangle ABD$  的面积为  $14\sqrt{2}$ 。

## 二、解答题

26. 在“母亲节”期间, 某校部分团员参加社会公益活动, 准备购买一批许愿瓶进行销售, 并将所得利润捐给慈善机构, 根据市场调查, 这种许愿瓶在一段时间内的销售量  $y$  (个) 与销售单价  $x$  (元/个) 之间的关系为  $y = -30x + 600$ , 许愿瓶的进价为 6 元/个。

(1) 按照上述市场调查的销售规律, 求销售利润  $w$  (元) 与销售单价  $x$  (元/个) 之间的函数关系式, 为了打开销路, 售价定为多少时可获利 1200 元?

(2) 若许愿瓶的进货成本不超过 900 元, 要想获得最大利润 (假设所进许愿瓶全部售完), 试确定此时的销售单价, 并求此时的最大利润。

27. 在平行四边形  $ABCD$  中,  $AB=6$ ,  $BC=8$ , 点  $E$ 、 $F$  分别为  $AB$ 、 $BC$  的两点。

(1) 如图 1, 若  $\angle B=90^\circ$ , 且  $BF=CE=2$ , 连接  $EF$ 、 $DE$ , 判断  $EF$  和  $DE$  的数量关系及位置关系, 并说明理由;

(2) 如图 2,  $\angle B = \angle FED = 60^\circ$ , 求证:  $\frac{FE}{ED} = \frac{BE}{BC}$ ;

(3) 如图 3, 若  $\angle ABC=90^\circ$ , 点  $C$  关于  $BD$  的对称点为点  $C'$ , 点  $O$  为平行四边形  $ABCD$  对角线  $BD$  的中点, 连接  $OC$  交  $AD$  于点  $G$ , 求  $GD$  的长。

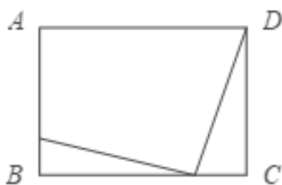


图1

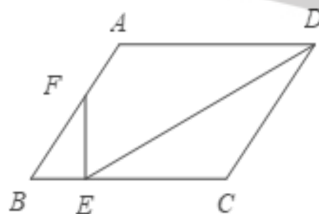


图2

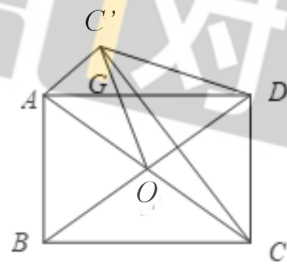


图3

28. 如图 1, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 直线  $l: y = \frac{3}{4}x + m$  与  $x$  轴,  $y$  轴分别交于点  $A$  和点

$B(0, 1)$ , 抛物线  $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ , 经过点  $B$ , 且与直线  $l$  的另一个交点为  $C(-4, n)$ 。

(1) 求  $n$  的值和抛物线的解析式;

(2) 点  $D$  在抛物线上, 点  $D$  的横坐标为  $t$  ( $-4 < t < 0$ ),  $DE \parallel y$  轴交直线  $l$  于点  $E$ , 点  $F$  在直线  $l$  上, 且四边形  $DEFG$  为矩形 (如图 2), 若矩形  $DEFG$  的周长为  $P$ , 求  $P$  与  $t$  的函数关系式及  $P$  的最大值;

(3)  $M$  是平面内一点, 将  $\triangle AOB$  绕点  $M$  沿顺时针旋转  $90^\circ$  后, 得到  $\triangle A_1O_1B_1$ , 点  $A$ 、 $O$ 、 $B$  的对应点分别是  $A_1$ 、 $O_1$ 、 $B_1$ , 若  $\triangle A_1O_1B_1$  的两个顶点恰好落在抛物线上, 求点  $A_1$  的横坐标。

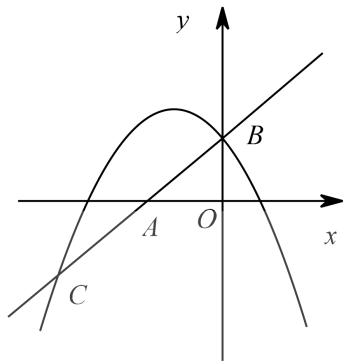


图1

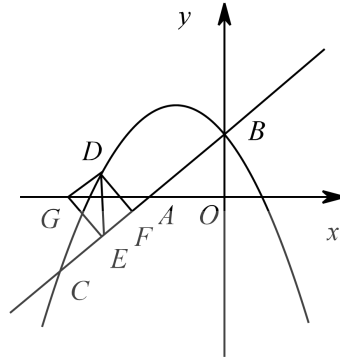


图2



学而思 1对1

## 成实外 2017-2018 年度九年级上期末试卷详解

1. 下列函数中，二次函数是（ ）

A.  $y = -2x - 1$

B.  $y = 2x^2$

C.  $y = \frac{4}{x}$

D.  $y = ax^2 + bx + c$

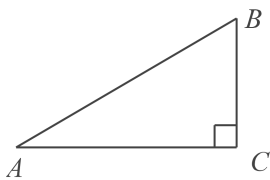
【考点】二次函数—基本概念

【难度】☆

【答案】B

【解析】略

2. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AB = 5$ ， $AC = 4$ ，则 $\sin A$ 的值是（ ）



A.  $\frac{3}{4}$

B.  $\frac{4}{3}$

C.  $\frac{3}{5}$

D.  $\frac{4}{5}$

【考点】三角函数—基本概念



【难度】☆

【答案】C

【解析】略

3. 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + 2x + m = 0$  有实数根, 则  $m$  的取值范围是 ( )

A.  $m < 1$       B.  $m < 1$  且  $m \neq 0$       C.  $m \leq 1$       D.  $m \leq 1$  且  $m \neq 0$       【考点】一元

二次方程—根的问题

【难度】☆

【答案】C

【解析】略

4. 下列图形中, 是中心对称图形, 但不是轴对称图形的是 ( )

A. 平行四边形      B. 矩形      C. 菱形      D. 圆

【考点】轴对称图形

【难度】☆

【答案】A

【解析】略

5. 下列命题中, 是真命题的是 ( ) .

A. 一组对边平行, 另一组对边相等的四边形是平行四边形

B. 对角线相等的四边形是矩形

C. 平分弦的直径一定垂直于这条弦

D. 三角形的外心到三角形三个顶点的距离相等

【考点】图形的基本概念

【难度】☆

【答案】D

【解析】略

6. 某种钢笔经过两次连续降价, 每支钢笔的零售价由 60 元降为 50 元, 若两次降价的百分率相同且均为  $x$ , 求每次降价的百分率. 下面所列的方程中, 正确的是 ( )

A.  $60(1+x)^2 = 50$       B.  $60(1-x)^2 = 50$       C.  $60(1-2x) = 50$       D.  $60(1-x^2) = 50$

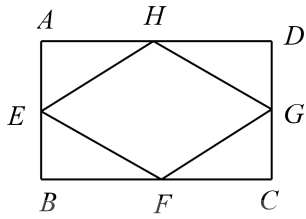
【考点】一元二次方程—列方程问题

【难度】☆

【答案】B

【解析】略

7. 如图, 四边形  $ABCD$  为矩形,  $E$ 、 $F$ 、 $G$ 、 $H$  分别为  $AB$ 、 $BC$ 、 $CD$ 、 $DA$  的中点, 则四边形  $EFGH$  的形状是 ( )



- A. 平行四边形      B. 矩形      C. 菱形      D. 正方形

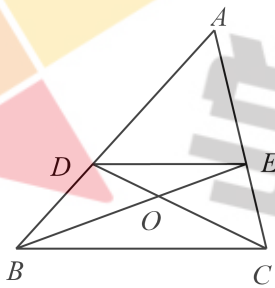
【考点】 四边形—特殊四边形的判定

【难度】 ☆

【答案】 C

【解析】 略

8. 如图,  $DE \parallel BC$ ,  $CD$  与  $BE$  相交于点  $O$ ,  $S_{\triangle DOE} : S_{\triangle COB} = 1:4$ , 则  $AE:EC = ( \quad )$



- A. 1:4      B. 1:3      C. 1:2      D. 1:1

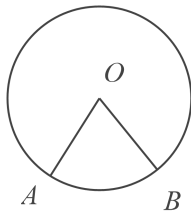
【考点】 相似三角形—线段比例

【难度】 ☆

【答案】 D

【解析】 略

9. 如图, 点  $C$  为  $\odot O$  上异于  $A$ 、 $B$  的一点,  $\angle AOB = 70^\circ$ , 则  $\angle ACB$  为 ( )



- A.  $35^\circ$       B.  $35^\circ$  或  $145^\circ$       C.  $45^\circ$       D.  $45^\circ$  或  $135^\circ$

【考点】 圆—圆心角与圆周角

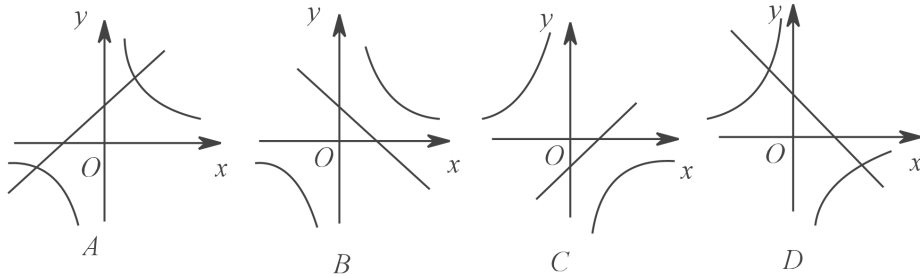
【难度】 ☆

【答案】B

【解析】略

10. 二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  的图像如图所示，则一次函数  $y = ax + c$  和反比例函数

$y = \frac{b^2 - 4ac}{x}$  的图像可能是 ( )



【考点】函数图像

【难度】☆

【答案】A

【解析】略

11. 已知  $\alpha$  为锐角，且满足  $\sqrt{3} \tan(\alpha + 10^\circ) = 1$ ，则  $\alpha$  为 \_\_\_\_\_ 度.

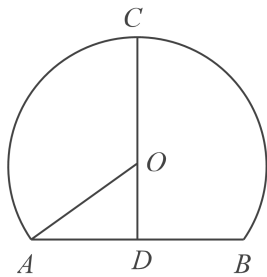
【考点】三角函数—特殊三角函数值

【难度】☆

【答案】 $20^\circ$

【解析】略

12. 如图，是一个隧道的截面，若路面  $AB$  宽为 6 米，净高  $CD$  为 9 米，那么这个隧道所在圆的半径  $OA$  是 \_\_\_\_\_ 米.



【考点】圆—垂径定理

【难度】☆

【答案】5

【解析】

13. 已知一元二次方程  $x^2 - 6x + m = 0$  有一个根为 2，则另一根为 \_\_\_\_\_.

【考点】一元二次方程—根的问题

【难度】☆

【答案】4

【解析】略

14. 反比例函数  $y = (2m-1)x^{|m|-2}$ , 当  $x > 0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大, 则  $m =$  \_\_\_\_\_

【考点】反比例函数—基本概念

【难度】☆

【答案】-1

【解析】

15. (每小题 12 分) 计算下列各题

(1)  $(2018-\pi)^0 + (-1)^{-5} - 3 \times \tan 30^\circ + \sqrt{27}$

【考点】实数计算

【难度】☆

【答案】  $2\sqrt{3}$

【解析】略

(2) 解方程  $5x^2 - 3x - 2 = 0$

【考点】解一元二次方程

【难度】☆

【答案】  $x_1 = 1, x_2 = -\frac{2}{5}$

【解析】略

16. 先化简  $\frac{a-1}{3a^2-6a} + \left(a+2+\frac{3}{a-2}\right)$ , 再求代数式的值, 其中  $a$  是方程  $x^2+x-1=0$  的一个根.

【考点】分式化简求值

【难度】☆

【答案】  $\frac{1}{3}$

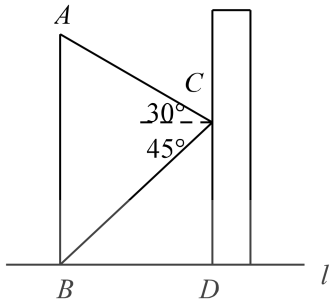
$$\text{原式} = \frac{a-1}{3a(a-2)} \times \frac{a-2}{a^2-4+3} = \frac{1}{3a(a+1)}$$

【解析】  $\because a^2+a-1=0$

$$\therefore a(a+1)=1$$

$$\therefore \text{原式} = \frac{1}{3}$$

17. 如图, 某校九年级数学小组为了测量校园内旗杆  $AB$  的高度, 站在教学楼  $C$  处测得旗杆底端  $B$  的俯角为  $45^\circ$ , 测得旗杆顶端  $A$  的仰角为  $30^\circ$ , 若旗杆与教学楼的距离  $BD=9m$ , 求旗杆  $AB$  的高度是多少米? (结果保留根号)



【考点】几何计算—测量问题

【难度】☆

【答案】 $9+3\sqrt{3}$

【解析】

在  $Rt\triangle ACD$  中,

$$\because \tan \angle ACD = \frac{AD}{CD}, \therefore \tan 30^\circ = \frac{AD}{9}, \therefore \frac{AD}{9} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

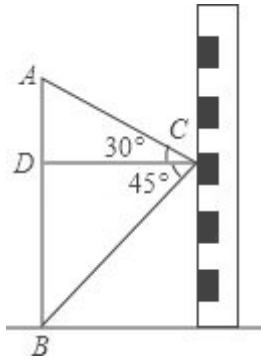
$$\therefore AD = 3\sqrt{3} \text{ m},$$

在  $Rt\triangle BCD$  中,

$$\because \angle BCD = 45^\circ,$$

$$\therefore BD = CD = 9 \text{ m},$$

$$\therefore AB = AD + BD = 3\sqrt{3} + 9 \text{ (m)}.$$



18. 成都素有“天府之国”的美誉，某校九年级（2）班数学兴趣小组为了解九年级学生对“蜀都历史文化”的了解情况，对九年级（2）班的同学进行随机抽样调查，并将调查结果绘制成如下两幅统计图，根据统计图的信息，解答下列问题：

（1）若该校九年级共有学生 1200 名。则九年级约有多少名学生基本了解“蜀都历史文化”？

（2）根据调查结果，发现九年级（2）班学生中了解程度为“很了解”的学生有三名非常优秀，其中有两名男生、一名女生，现准备从这三名学校中随机选择两人参加成都市“蜀都历史文化”知识竞赛，用树状图或列表法，求恰好选中一男生一女生的概率。

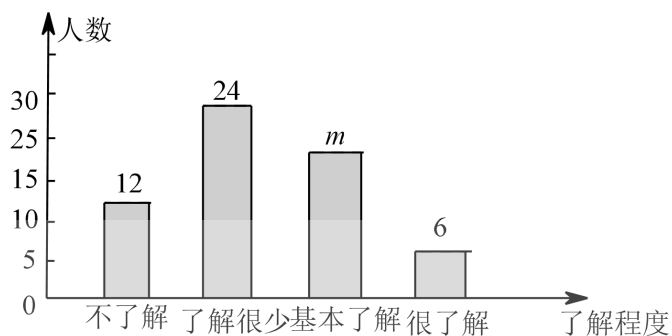


图1

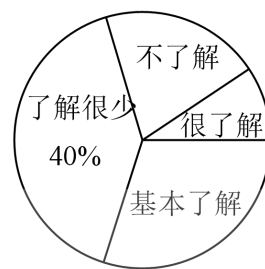


图2

【考点】概率统计问题

【难度】☆

【答案】(1) 60 (2)  $\frac{1}{2}$

【解析】(1) 由题目图表提供的信息可知总人数=24÷40%=60 (人),  
 $m=60-12-24-6=18$ ,

$$1200 \times \frac{18}{60} = 360 \text{ (人)},$$

答：该校约有 360 名学生基本了解“蜀都历史文化”；

(3) 列表如下：

	男	男	女
男		(男, 男)	(男, 女)
男	(男, 男)		(男, 女)
女	(女, 男)	(女, 男)	

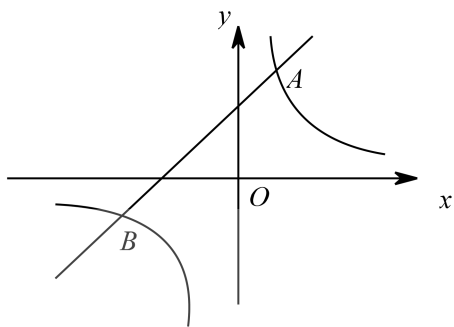
由上表可知，共 6 种可能，其中一男一女的可能性有 4 种，分别是 (男, 女) 两种，(女, 男) 两种，

$$\therefore P_{(\text{一男一女})} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

19. 如图，一次函数  $y=x+2$  的图像与反比例函数  $y=\frac{k}{x}$  的图像交于点  $A(1, a)$ ,  $B$  两点.

(1) 求反比例函数的解析式及点  $B$  的坐标

(2) 在  $x$  轴上找一点  $C$ , 使  $|CA-CB|$  的值最大, 求满足条件的点  $C$  的坐标及  $\triangle ABC$  的面积.



【考点】一次函数与反比例函数综合问题

【难度】☆

【答案】(1) (2)  $C(-5,0)$ ;6

【解析】

(1) 将  $A(1, a)$  代入一次函数得  $A(1, 3)$ , 代入反比例函数得  $y = \frac{3}{x}$

联立一次函数反比例函数易得  $B(-3, -1)$

(2) 作点  $B(-3, -1)$  关于  $x$  轴的对称点  $B'(-3, 1)$ , 连接  $AB'$  交  $x$  轴于点  $C$ , 易得  $C(-5, 0)$   
求得  $S_{\triangle ABC} = 6$

20. 已知: 点  $C$  为  $\odot O$  的直径  $AB$  上一动点, 过点  $C$  作  $CD \perp AB$ , 交  $\odot O$  于点  $D$  和点  $E$ , 连接  $AD$ 、 $BD$ ,  $\angle DBA$  的角平分线交  $\odot O$  于点  $F$ .

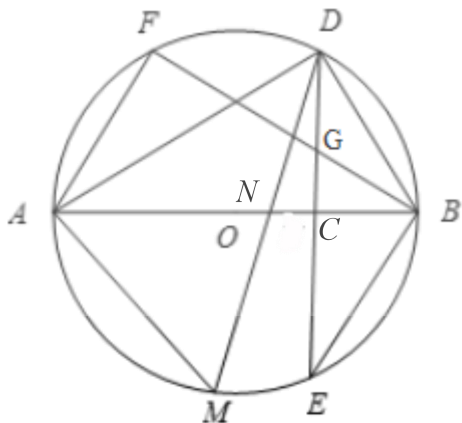
(1) 若  $\widehat{DF} = \widehat{BD}$ , 求证:  $GD = GB$

(2) 若  $AB = 2cm$ , 在 (1) 的条件下, 求  $DG$  的值

(3) 若  $\angle ADB$  的角平分线  $DM$  交  $\odot O$  于点  $M$ , 交  $AB$  于点  $N$ .

当点  $C$  与点  $O$  重合时,  $\frac{AD+BD}{DM} =$  \_\_\_\_\_; 据此猜想, 当点  $C$  在  $AB$  (不含端点) 运动过

程中,  $\frac{AD+BD}{DM}$  的值是否发生改变? 若不变, 请求其值; 若改变, 请说明理由.



【考点】圆—综合问题

【难度】☆

【答案】(1) 见详解 (2)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  (3)  $\sqrt{2}$ ; 不变, 也为  $\sqrt{2}$

【解析】(1) 连接  $DF$ , 因为  $\widehat{DF} = \widehat{BD}$ , 所以  $DF=BD$ ,  $\angle DFB = \angle DBF$ ,  
因为  $DF$  平分  $\angle DBA$ , 所以  $\angle ABF = \angle FBD$ ,  $\angle DFB = \angle ABF$ , 所以  $DF \parallel AB$ ,  $\angle FDC = \angle ACD = 90^\circ$   
因为  $\angle ADB = 90^\circ$ , 所以  $\angle FDA = \angle BDG$ , 所以  $\angle BDG = \angle FDA = \angle DBG$ , 所以  $GD = GB$ ;

(2) 因为  $DF \parallel AB$ , 所以  $\angle FDA = \angle BAD$ ,  $\angle BAD = \angle ABF = \angle FBD$   
因为  $\angle BAD + \angle ABF + \angle FBD = 90^\circ$ , 所以  $\angle DAB = 30^\circ$ ,

因为  $AB = 2\text{cm}$ , 所以  $BD = 1\text{cm}$ , 又因为  $\angle DBG = \angle BDG = 30^\circ$ , 所以  $DG = \frac{BD}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}\text{cm}$ 。

(3) 当点  $C$  与点  $D$  重合时  $\frac{AD + BD}{DM} = \sqrt{2}$ ,

当点  $C$  在  $AB$  上运动时  $\frac{AD + BD}{DM}$  值不变也为  $\sqrt{2}$ 。

证明如下, 连接  $BM$ , 将  $\triangle DBM$  绕点  $M$  逆时针旋转  $90^\circ$  至  $\triangle AMG$ 。

因为  $\angle ADB + \angle AMD = 180^\circ$ , 所以  $\angle DAM + \angle DBM = 180^\circ$ ,  $\angle DAM + \angle GAM = 180^\circ$ , 所以  $D$ 、 $A$ 、 $G$  三点共线,

因为  $DM = MG$ ,  $\angle ADM = 45^\circ$ , 所以  $\triangle DMG$  是等腰三角形, 所以  $DM = \frac{DG}{\sqrt{2}}$

所以  $\frac{DG}{DM} = \sqrt{2}$ ,  $\frac{AG + AD}{DM} = \sqrt{2}$ , 所以  $\frac{BD + AD}{DM} = \sqrt{2}$ 。

21. 设  $x_1$ 、 $x_2$  是方程  $x^2 - x - 2017 = 0$  的两实数根, 则  $x_1^2 + x_1x_2 + x_2 - 2 =$  \_\_\_\_\_。

【考点】一元二次方程—韦达定理

【难度】☆

【答案】-1

【解析】

$$x_1^2 = x_1 + 2017$$

$$\text{原式} = 2017 + (x_1 + x_2) + x_1x_2 - 2$$



由韦达定理可知:  $x_1 + x_2 = -1$ ,  $x_1 x_2 = -2017$

$\therefore$  原式 = -1

22. 将分别标有数字 0, 1, 2 的三个完全相同的小球装入一个不透明的袋中搅匀, 先从袋中取出一个小球, 记下数字作为点 P 的横坐标 x (小球不放回), 再从袋中取出一个小球, 记下数字作为点 P 的纵坐标 y, 则点 P(x, y) 落在抛物线  $y = x^2 - x + 2$  图像上的概率是\_\_\_\_\_。

【考点】概率问题

【难度】☆

【答案】 $\frac{1}{3}$

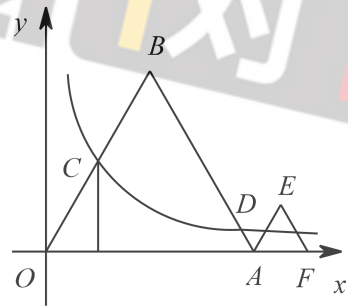
【解析】

总共可以取的点有 (0,1)(0,2)(1,0)(1,2)(2,0)(2,1) 6 个点

在抛物线  $y = x^2 - x + 2$  上的点有 (0,2)(1,2)

$\therefore$  概率  $P = \frac{1}{3}$

23. 如图, 等边  $\triangle OAB$  和等边  $\triangle AFE$  的一边都在 x 轴上, 双曲线  $y = \frac{k}{x}$  ( $k > 0$ ) 经过 OB 的中点 C 和 AE 的中点 D, 已知  $OB = 16$ , 则点 F 的坐标为\_\_\_\_\_。



【考点】反比例函数—坐标计算

【难度】☆☆

【答案】 $(16\sqrt{5} - 16, 0)$

【解析】

$\because \triangle OAB$  为边长为 8 的等边三角形, C 为 OB 中点,

$\therefore OC = 8$ ,  $\angle BOA = 60^\circ$ ,

在  $Rt\triangle OCM$  中,  $CM = OC \sin 60^\circ = 4\sqrt{3}$ ,  $OM = OC \cos 60^\circ = 4$ ,

$\therefore C(4, 4\sqrt{3})$

则反比例解析式为  $y = \frac{16\sqrt{3}}{x}$

过点 D 作  $DH \perp AF$ ，垂足为点 H，设  $AH = a$  ( $a > 0$ )。

在  $Rt\triangle DAH$  中，

$\because \angle DAH = 60^\circ, \therefore \angle ADH = 30^\circ. \therefore AD = 2AH = 2a,$

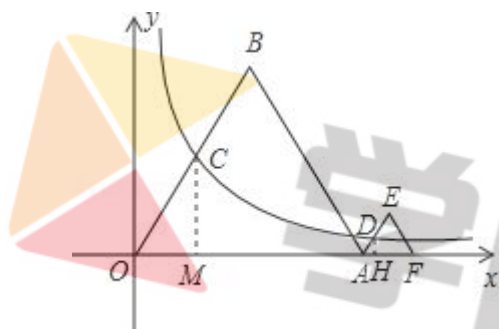
由勾股定理得： $DH = \sqrt{3}a$

$\because$  点 D 在第一象限， $\therefore$  点 D 的坐标为  $(16+a, \sqrt{3}a)$

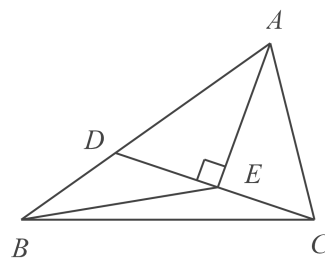
$\because$  点 D 在反比例函数  $y = \frac{16\sqrt{3}}{x}$  的图象上，

$\therefore$  把 D 点坐标代入反比例函数，

解得  $a = 4\sqrt{5} - 8 \therefore F(16\sqrt{5} - 16, 0)$



24. 在  $\triangle ABC$  中， $BA = BC$ ， $AC = 14$ ， $S_{\triangle ABC} = 84$ ，D 为 AB 上一动点，连接 CD，过 A 作  $AE \perp CD$  于点 E，连接 BE，则 BE 的最小值是\_\_\_\_\_。



【考点】几何计算—动点问题

【难度】☆☆

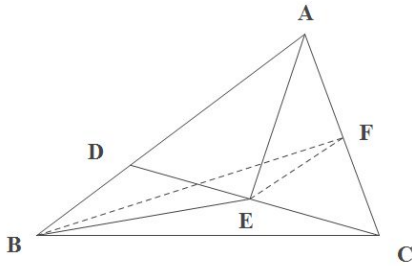
【答案】 $(32\sqrt{5} - 16, 0)$

【解析】

取 AC 中点 F, 连接 EF, BE,

$EF = \frac{1}{2}AC = 7$ ,  $\therefore E$  点轨迹是以 F 点为圆心, 半径为 7 的圆

$BF = \frac{2S_{\triangle ABC}}{AC} = 12$ ,  $\therefore BE_{\min} = BF - EF = 5$



25. 关于二次函数  $C_1: y = x^2 + 2x - 3$  的下列四个结论中, 正确的结论是\_\_\_\_\_ (只填序号)。

- (1) 将  $C_1$  的图像向上平移  $m$  个单位后, 若与  $x$  轴没有交点, 则  $m > 4$
- (2) 将  $C_1$  的图像向左平移 1 个单位得  $C_2$ , 则函数  $C_2$  的解析式为  $y = x^2 + 4x$ ;
- (3) 若  $C_2$  的图像与  $C_1$  的图像关于  $x$  轴对称, 函数  $C_2$  的解析式为  $y = -x^2 + 2x - 3$ ;
- (4) 若  $C_1$  的图像顶点为 D, 且  $C_1$  与直线  $y = -2x + 1$  交于 A、B 两点, 则  $\triangle ABD$  的面积为  $14\sqrt{2}$ 。

【考点】二次函数—综合问题

【难度】☆☆

【答案】①②④

【解析】

正确①  $y = (x+1)^2 - 4$  向上平移 4 个单位后与  $x$  轴没有交点, 所以  $m > 4$

正确② 向左平移后  $y = (x+1+1)^2 - 4 = x^2 + 4x$

错误③ 关于  $x$  轴对称的解析式为  $y = x^2 - 2x - 3$

正确④ 设 A 在 B 的左侧,  $\therefore x_A = -2 - 2\sqrt{2}$   $x_B = -2 + 2\sqrt{2}$

设直线  $y = -2x + 1$  与对称轴交点于 E 点  $\therefore E$  点坐标为  $(-1, 3)$

$$\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2}DE \times (x_B - x_A) = 14\sqrt{2}$$

26. 在“母亲节”期间，某校部分团员参加社会公益活动，准备购买一批许愿瓶进行销售，并将所得利润捐给慈善机构，根据市场调查，这种许愿瓶在一段时间内的销售量  $y$  (个) 与销售单价  $x$  (元/个) 之间的关系为  $y = -30x + 600$ ，许愿瓶的进价为 6 元/个。

(1) 按照上述市场调查的销售规律，求销售利润  $w$  (元) 与销售单价  $x$  (元/个) 之间的函数关系式，为了打开销路，售价定为多少时可获利 1200 元？

(2) 若许愿瓶的进货成本不超过 900 元，要想获得最大利润 (假设所进许愿瓶全部售完)，试确定此时的销售单价，并求此时的最大利润。

【考点】一元二次方法—应用题

【难度】☆☆

【答案】见解析

【解析】

解：(1) 由题意可得，

$$w = (x-6)y = (x-6)(-30x+600) = -30x^2 + 780x - 3600,$$

$$\text{当 } w = 1200 \text{ 时, } 1200 = -30x^2 + 780x - 3600$$

$$\text{解得, } x_1 = 10, x_2 = 16,$$

故为了方便顾客，售价定为 10 元，

即销售利润  $w$  (元) 与销售单价  $x$  (元/个) 之间的函数解析式是  $w = -30x^2 + 780x - 3600$ ，为了方便顾客，售价定为 10 元时可获利 1200 元；

(2) 由题意可得，

$$(-30x + 600) \times 6 \leq 900,$$

解得， $x \geq 15$ ，

$$\therefore w = -30x^2 + 780x - 3600 = -30(x-13)^2 + 1470, \quad -30 < 0,$$

$\therefore$  当  $x < 13$  时， $w$  随着  $x$  的增大而增大，当  $x > 13$  时， $w$  随  $x$  的增大而减小，

又  $\because x \geq 15$ ，

$\therefore$  当  $x = 15$  时， $w$  取得最大值，此时  $w = 1350$ ，

即许愿瓶的进货成本不超过 900 元，要想获得最大利润，此时的销售单价是 15 元，此时的最大利润是 1350 元。

27. 在平行四边形 ABCD 中， $AB=6$ ， $BC=8$ ，点 E、F 分别为 AB、BC 的两点。

(1) 如图 1，若  $\angle B=90^\circ$ ，且  $BF=CE=2$ ，连接 EF、DE，判断 EF 和 DE 的数量关系及位置关系，并说明理由；

(2) 如图 2， $\angle B = \angle FED = 60^\circ$ ，求证： $\frac{FE}{ED} = \frac{BE}{BC}$ ；

(3) 如图 3，若  $\angle ABC=90^\circ$ ，点 C 关于 BD 的对称点为点 C'，点 O 为平行四边形 ABCD 对角线 BD 的中点，连接 OC 交 AD 于点 G，求 GD 的长。

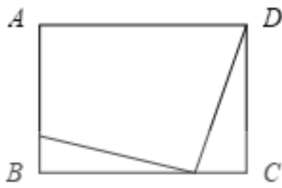


图1

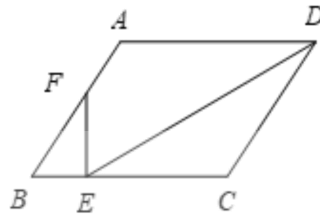


图2

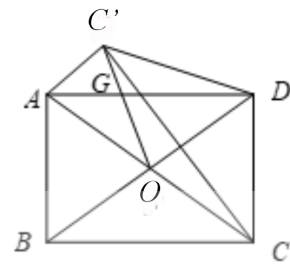


图3

【考点】几何证明与计算——综合问题

【难度】☆☆☆

【答案】见解析

【解析】

(1)  $\triangle FBE \cong \triangle ECD(SAS) \therefore EF = DE$

$\angle BFE = \angle DEC \quad \angle BFE + \angle FEB = \angle DEC + \angle FEB = 90^\circ \therefore EF \perp DE$

(2) 如图2, 延长 BC 至 E, 使  $CE=CD$ , 连接 DE,  $\because AB \parallel CD, \angle B=60^\circ,$

$\therefore \angle DCE = \angle B = 60^\circ, \therefore \triangle DCE$  是等边三角形,  $\therefore CD = DE, \angle E = 60^\circ,$

$\angle E = \angle B, \therefore \angle B = \angle DNM = 60^\circ, \therefore \angle MNB + \angle BMN = \angle MNB + \angle DNE, \therefore \angle BMN = \angle DNE,$

$\therefore \triangle BMN \sim \triangle END,$

$$\therefore \frac{MN}{ND} = \frac{BN}{ED},$$

$$\because ED = CD \therefore \frac{MN}{ND} = \frac{BN}{CD};$$

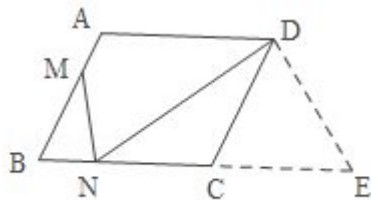


图2

(3) 连接  $CC', AC, AC'$ .  $CC'$  交  $BD$  于 F

$\because$  点 O 为矩形 ABCD 的中心,  $\therefore AC, BD$  必交于点 O.

$\because \angle A = 90^\circ$ , 点 C 关于 BD 的对称点为  $C'$ ,

$\therefore$  由称称的性质可知:  $C'D = CD = 6, OC' = OC = OA = OD, BD \perp CC'$ .

$\because AB = CD = 6, BC = AD = 8, \therefore$  由勾股定理可得:  $AC = BD = 10.$

$\therefore OD = OC = OC' = 5.$

设  $BD$  与  $CC'$  交于点 F.

$\therefore$  由勾股定理可得:  $C'D^2 - DF^2 = OC'^2 - OF^2 = CF^2.$

$$\therefore 6^2 - (5 - OF)^2 = 5^2 - OF^2, \therefore OF = \frac{7}{5}.$$

易知:  $OF$  为  $\triangle ACC'$  的中位线,

$$\therefore AC' = 2OF = \frac{14}{5}, AC' \parallel BD,$$

$$\therefore \triangle AC'G \sim \triangle DOP, \therefore \frac{AC'}{OD} = \frac{AG}{GD},$$

$$\therefore \frac{14}{5} = \frac{8-GD}{GD}, \quad GD = \frac{200}{39}.$$

28. 如图 1, 在平面直角坐标系  $xoy$  中, 直线  $l: y = \frac{3}{4}x + m$  与  $x$  轴,  $y$  轴分别交于点  $A$  和点

$B(0, 1)$ , 抛物线  $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ , 经过点  $B$ , 且与直线  $l$  的另一个交点为  $C(-4, n)$ 。

(1) 求  $n$  的值和抛物线的解析式;

(2) 点  $D$  在抛物线上, 点  $D$  的横坐标为  $t$  ( $-4 < t < 0$ ),  $DE \parallel y$  轴交直线  $l$  与点  $E$ , 点  $F$  在直线  $l$  上, 且四边形  $DEFG$  为矩形 (如图 2), 若矩形  $DEFG$  的周长为  $P$ , 求  $P$  与  $t$  的函数关系式及  $P$  的最大值;

(3)  $M$  是平面内一点, 将  $\triangle AOB$  绕点  $M$  沿顺时针旋转  $90^\circ$  后, 得到  $\triangle A_1O_1B_1$ , 点  $A$ 、 $O$ 、 $B$  的对应点分别是  $A_1$ 、 $O_1$ 、 $B_1$ , 若  $\triangle A_1O_1B_1$  的两个顶点恰好落在抛物线上, 求点  $A_1$  的横坐标。

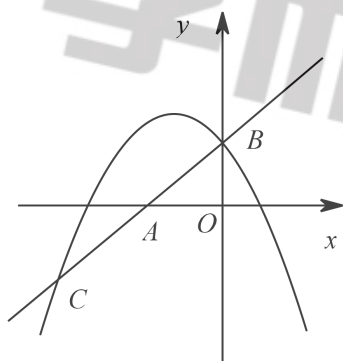


图1

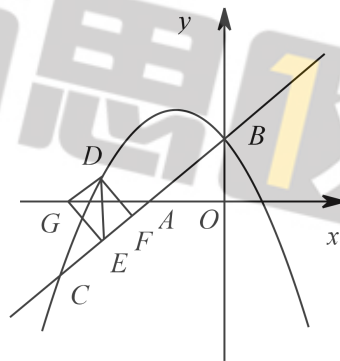


图2

【考点】二次函数—综合问题

【难度】☆☆☆

【答案】见解析

【解析】

(1)  $B(0, 1)$  代入  $y = \frac{3}{4}x + m$  中,  $m = 1$ ,  $C(-4, n)$  代入  $y = \frac{3}{4}x + m$  可得  $n = -2$ ;

$B(0, 1)$  与  $C(-4, -2)$  代入  $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$  可得  $b = -\frac{5}{4}$ ,  $c = 1$ , 解析式为

$$y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{4}x + 1$$

(2)  $D(t, -\frac{1}{2}t^2 - \frac{5}{4}t + 1)$ ,  $E(t, \frac{3}{4}t + 1)$ ,

因为  $-4 < t < 0$ , 所以  $DE = (-\frac{1}{2}t^2 - \frac{5}{4}t + 1) - (\frac{3}{4}t + 1) = -\frac{1}{2}t^2 - 2t$

直线  $l: y = \frac{3}{4}x + 1$  与  $x$  轴交点为  $A(-\frac{4}{3}, 0)$ , 由题意易知  $\angle BAO = \angle EDF$ ,

所以  $\tan \angle EDF = \tan \angle BAO = \frac{BO}{AO} = \frac{3}{4}$ , 易得  $\sin \angle EDF = \frac{3}{5}$ ,  $\cos \angle EDF = \frac{4}{5}$

所以  $DF = DE \times \cos \angle EDF = \frac{4}{5}DE$ ,  $EF = DE \times \sin \angle EDF = \frac{3}{5}DE$

$P = 2(DF + EF) = \frac{14}{5}DE = \frac{14}{5} \times (-\frac{1}{2}t^2 - 2t) = -\frac{7}{5}(t+2)^2 + \frac{28}{5}$

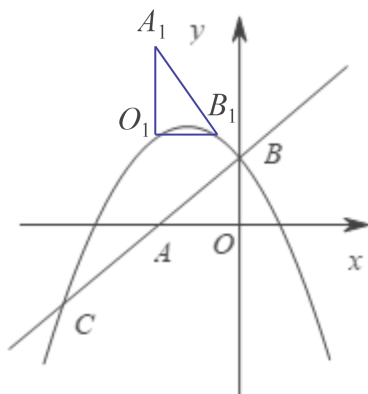
当  $t = -2$  时  $P$  有最大值  $\frac{28}{5}$

(3)  $\triangle ABO$  绕点  $M$  顺时针旋转  $90^\circ$ , 无论点  $M$  在平面的何处, 都可以得到这样的结论,  
 $B_1O_1 \parallel x$  轴,  $A_1O_1 \parallel y$  轴

设点  $A$  横坐标为  $a$ , 由于  $A_1O_1 \parallel y$  轴, 所以  $A_1, O_1$  不可能同时落在抛物线上  
 情况①, 如图  $B_1, O_1$  同时落在抛物线上,  $B_1O_1 = BO = 1$ , 所以可得

$O_1(a, -\frac{1}{2}a^2 - \frac{5}{4}a + 1)$ ,  $B_1(a+1, -\frac{1}{2}(a+1)^2 - \frac{5}{4}(a+1) + 1)$ ,  $B_1, O_1$  纵坐标相等,

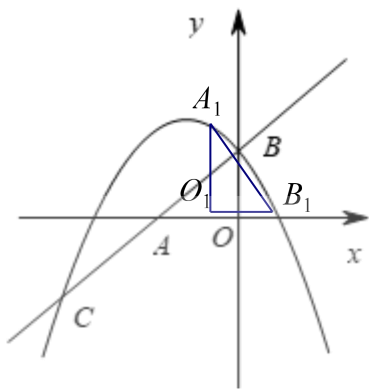
于是  $-\frac{1}{2}(a+1)^2 - \frac{5}{4}(a+1) + 1 = -\frac{1}{2}a^2 - \frac{5}{4}a + 1$ , 解得  $a = -\frac{7}{4}$



情况②, 如图  $B_1, A_1$  同时落在抛物线上,  $B_1O_1 = BO = 1$ , 所以可得

$A_1(a, -\frac{1}{2}a^2 - \frac{5}{4}a + 1)$ ,  $B_1(a+1, -\frac{1}{2}(a+1)^2 - \frac{5}{4}(a+1) + 1)$ ,  $B_1, A_1$  纵坐标差为  $\frac{4}{3}$

于是  $[-\frac{1}{2}(a+1)^2 - \frac{5}{4}(a+1) + 1] + \frac{4}{3} = -\frac{1}{2}a^2 - \frac{5}{4}a + 1$ , 解得  $a = -\frac{5}{12}$



学而思 1对1