1. 德摩根公式

$$C_U(A\bigcap B)=C_UA\bigcup C_UB;C_U(A\bigcup B)=C_UA\bigcap C_UB$$

2. 解连不等式 $N<f(x)<M$ 常有以下转化形式

$$N<f(x)<M\Leftrightarrow[f(x)-M][f(x)-N]<0$$

$$\Leftrightarrow|f(x)-\frac{M+N}{2}|<\frac{M-N}{2}\Leftrightarrow\frac{f(x)-N}{M-f(x)}>0$$

$$\Leftrightarrow\frac{1}{f(x)-N}>\frac{1}{M-N}.$$

3. 方程 $f(x)=0$ 在 (k_1,k_2) 上有且只有一个实根，与 $f(k_1)f(k_2)<0$ 不等价，前者是后者的一个必要而不是充分条件．特别地，方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$ 有且只有一个实根在 (k_1,k_2) 内，等价于 $f(k_1)f(k_2)<0$，或 $f(k_1)=0$ 且 $k_1<-\frac{b}{2a}<\frac{k_1+k_2}{2}$，或 $f(k_2)=0$ 且 $\frac{k_1+k_2}{2}<-\frac{b}{2a}<k_2$．

4. 闭区间上的二次函数的最值

二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 在闭区间 $[p,q]$ 上的最值只能在 $x=-\frac{b}{2a}$ 处及区间的两端点处取得，具体如下：

(1) 当 a>0 时，若 $x=-\frac{b}{2a}\in[p,q]$，则 $f(x)_{\min}=f(-\frac{b}{2a}),f(x)_{\max}=_{\max}\{f(p),f(q)\}$；

$x=-\frac{b}{2a}\notin[p,q]$，$f(x)_{\max}=_{\max}\{f(p),f(q)\}$，$f(x)_{\min}=_{\min}\{f(p),f(q)\}$．

(2) 当 a<0 时，若 $x=-\frac{b}{2a}\in[p,q]$，则 $f(x)_{\min}=\min\{f(p),f(q)\}$，若 $x=-\frac{b}{2a}\notin[p,q]$，则 $f(x)_{\max}=\max\{f(p),f(q)\}$，$f(x)_{\min}=\min\{f(p),f(q)\}$．

5. 一元二次方程的实根分布

依据：若 $f(m)f(n)<0$，则方程 $f(x)=0$ 在区间 (m,n) 内至少有一个实根．

设 $f(x)=x_2+px+q$，则

(1) 方程 $f(x)=0$ 在区间 $(m,+\infty)$ 内有根的充要条件为 $f(m)=0$ 或 $\begin{cases}p^2-4q\geq0\\-\frac{p}{2}>m\end{cases}$；

(2) 方程 $f(x)=0$ 在区间 (m,n) 内有根的充要条件为 $f(m)f(n)<0$ 或

$$\begin{cases} f(m)>0 \\ f(n)>0 \\ p^2-4q\ge 0 \\ m<-\dfrac{p}{2}<n \end{cases} \text{或} \begin{cases} f(m)=0 \\ af(n)>0 \end{cases} \text{或} \begin{cases} f(n)=0 \\ af(m)>0 \end{cases};$$

(3)方程 $f(x)=0$ 在区间 $(-\infty,n)$ 内有根的充要条件为 $f(m)<0$ 或 $\begin{cases} p^2-4q\ge 0 \\ -\dfrac{p}{2}<m \end{cases}$.

6. 定区间上含参数的二次不等式恒成立的条件依据

(1)在给定区间 $(-\infty,+\infty)$ 的子区间 L（形如 $[\alpha,\beta]$，$(-\infty,\beta]$，$[\alpha,+\infty)$ 不同）上含参数的二次不等式 $f(x,t)\ge 0$（t 为参数）恒成立的充要条件是 $f(x,t)_{\min}\ge 0(x\notin L)$.

(2)在给定区间 $(-\infty,+\infty)$ 的子区间上含参数的二次不等式 $f(x,t)\ge 0$（t 为参数）恒成立的充要条件是 $f(x,t)_{man}\le 0(x\notin L)$.

(3) $f(x)=ax^4+bx^2+c>0$ 恒成立的充要条件是 $\begin{cases} a\ge 0 \\ b\ge 0 \\ c>0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a<0 \\ b^2-4ac<0 \end{cases}$.

7. 真值表

p	q	非p	p 或 q	p 且 q
真	真	假	真	真
真	假	假	真	假
假	真	真	真	假
假	假	真	假	假

8. 函数的单调性

(1)设 $x_1\cdot x_2\in[a,b],x_1\ne x_2$ 那么

$$(x_1-x_2)[f(x_1)-f(x_2)]>0\Leftrightarrow \frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>0\Leftrightarrow f(x)\text{在}[a,b]\text{上是增函数；}$$

$$(x_1-x_2)[f(x_1)-f(x_2)]<0\Leftrightarrow \frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<0\Leftrightarrow f(x)\text{在}[a,b]\text{上是减函数.}$$

(2)设函数 $y=f(x)$ 在某个区间内可导，如果 $f'(x)>0$，则 $f(x)$ 为增函数；如果 $f'(x)<0$，则 $f(x)$ 为减函数.

9. 如果函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 都是减函数，则在公共定义域内，和函数 $f(x)+g(x)$ 也是减函数；如果函数 $y=f(u)$ 和 $u=g(x)$ 在其对应的定义域上都是减函数，则复合函数 $y=f[g(x)]$ 是增函数.

10. 奇偶函数的图象特征

奇函数的图象关于原点对称，偶函数的图象关于 y 轴对称;反过来，如果一个函数的图象关于原点对称，那么这个函数是奇函数;如果一个函数的图象关于 y 轴对称，那么这个函数是偶函数.

11. 若函数 $y=f(x)$ 是偶函数，则 $f(x+a)=f(-x-a)$；若函数 $y=f(x+a)$ 是偶函数，则 $f(x+a)=f(-x+a)$.

12．多项式函数 $P(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_0$ 的奇偶性

多项式函数 $P(x)$ 是奇函数 $\Leftrightarrow$ $P(x)$ 的偶次项(即奇数项)的系数全为零.

多项式函数 $P(x)$ 是偶函数 $\Leftrightarrow$ $P(x)$ 的奇次项(即偶数项)的系数全为零.

13. 函数 $y=f(x)$ 的图象的对称性

(1) 函数 $y=f(x)$ 的图象关于直线 $x=a$ 对称 $\Leftrightarrow f(a+x)=f(a-x)$ $\Leftrightarrow f(2a-x)=f(x)$.

(2) 函数 $y=f(x)$ 的图象关于直线 $x=\dfrac{a+b}{2}$ 对称 $\Leftrightarrow f(a+mx)=f(b-mx)$ $\Leftrightarrow f(a+b-mx)=f(mx)$.

14. 两个函数图象的对称性

(1) 函数 $y=f(x)$ 与函数 $y=f(-x)$ 的图象关于直线 $x=0$ (即 y 轴) 对称.

(2) 函数 $y=f(mx-a)$ 与函数 $y=f(b-mx)$ 的图象关于直线 $x=\dfrac{a+b}{2m}$ 对称.

(3) 函数 $y=f(x)$ 和 $y=f^{-1}(x)$ 的图象关于直线 y=x 对称.

15. 几个函数方程的周期(约定 a>0)

(1) $f(x)=f(x+a)$，则 $f(x)$ 的周期 T=a；

(2) $f(x)=f(x+a)=0$，或 $f(x+a)=\dfrac{1}{f(x)}(f(x)\neq 0)$，或 $f(x+a)=-\dfrac{1}{f(x)}$ $(f(x)\neq 0)$，或 $\dfrac{1}{2}+\sqrt{f(x)-f^2(x)}=f(x+a),(f(x)\in[0,1])$，则 $f(x)$ 的周期 T=2a；

(3) $f(x)=1-\dfrac{1}{f(x+a)}(f(x)\neq 0)$，则 $f(x)$ 的周期 T=3a；

(4) $f(x_1+x_2)=\dfrac{f(x_1)+f(x_2)}{1-f(x_1)f(x_2)}$ 且 $f(a)=1(f(x_1)\cdot f(x_2)\neq 1, 0<|x_1-x_2|<2a)$，则 $f(x)$ 的周期 T=4a；

(5) $f(x)+f(x+a)+f(x+2a)f(x+3a)+f(x+4a)=f(x)f(x+a)f(x+2a)f(x+3a)f(x+4a)$，则 $f(x)$ 的周期 T=5a；

(6) $f(x+a)=f(x)-f(x+a)$，则 $f(x)$ 的周期 T=6a.

16．根式的性质

(1) $(\sqrt[n]{a})^n=a$.

(2) 当 n 为奇数时，$\sqrt[n]{a^n}=a$；

17. 指数式与对数式的互化式

$\log_a N=b\Leftrightarrow a^b=N\ (a>0,a\neq 1,N>0)$.

18. 对数的换底公式

$\log_a N = \dfrac{\log_m N}{\log_m a}$ （$a>0$，且 $a\neq1$，$m>0$，且 $m\neq1$， $N>0$）.

推论 $\log_{a^m} b^n = \dfrac{n}{m}\log_a b$（$a>0$，且 $a>1$，$m,n>0$，且 $m\neq1$，$n\neq1$， $N>0$）.

19. 平均增长率的问题

如果原来产值的基础数为N，平均增长率为 p，则对于时间 x 的总产值 y，有 $y=N(1+p)^x$.

20. 分期付款(按揭贷款)

每次还款 $x=\dfrac{ab(1+b)^n}{(1+b)^n-1}$ 元(贷款 a 元, n 次还清, 每期利率为 b).

21. 三倍角公式

$\sin3\theta=3\sin\theta-4\sin^3\theta=4\sin\theta\sin(\frac{\pi}{3}-\theta)\sin(\frac{\pi}{3}+\theta)$.

$\cos3\theta=4\cos^3\theta-3\cos\theta=4\cos\theta\cos(\frac{\pi}{3}-\theta)\cos(\frac{\pi}{3}+\theta)$.

$\tan3\theta=\dfrac{3\tan\theta-\tan^3\theta}{1-3\tan^2\theta}=\tan\theta\tan(\frac{\pi}{3}-\theta)\tan(\frac{\pi}{3}+\theta)$.

22. 面积定理

(1) $S=\frac{1}{2}ah_a=\frac{1}{2}bh_b=\frac{1}{2}ch_c$（$h_a$、$h_b$、$h_c$ 分别表示 a、b、c 边上的高).

(2) $S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ca\sin B$.

(3) $S_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}\sqrt{(|\overrightarrow{OA}|\cdot|\overrightarrow{OB}|)^2-(\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB})^2}$.

23. “按向量平移”的几个结论

(1) 点 $P(x,y)$ 按向量 a=(h,k) 平移后得到点 $P'(x+h,y+k)$.

(2) 函数 $y=f(x)$ 的图象 C 按向量 a=(h,k) 平移后得到图象 C'，则 C' 的函数解析式为 $y=f(x-h)+k$.

(3) 图象 C' 按向量 a=(h,k) 平移后得到图象 C，若 C 的解析式 $y=f(x)$ 则 C' 的函数解析式为 $y=f(x+h)-k$.

(4) 曲线 C：$f(x,y)=0$ 按向量 a=(h,k) 平移后得到图象 C'，则 C' 的方程为 $f(x-h,y-k)=0$.

(5) 向量 m=(x,y) 按向量 a=(h,k) 平移后得到的向量仍然为 m=(x,y).

24. 夹角公式

(1) $\tan\alpha=|\dfrac{k_2-k_1}{1+k_2k_1}|$.（$l_1: y=k_1x+b_1$， $l_2: y=k_2x+b_2$，$k_1k_2\neq-1$）

(2) $\tan\alpha=|\frac{A_1B_2-A_2B_1}{A_1A_2+B_1B_2}|$.（$l_1:A_1x+B_1y+C_1=0$，$l_2:A_2x+B_2y+C_2=0$，$A_1A_2+B_1B_2\neq 0$）. 直线$l_1\perp l_2$时，直线 l_1 与 l_2 的夹角是$\frac{\pi}{2}$.

25. 圆的四种方程

(1) 圆的标准方程 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$.

(2) 圆的一般方程 $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$（$D^2+E^2-4F>0$）.

(3) 圆的参数方程 $\begin{cases}x=a+r\cos\theta\\y=b+r\sin\theta\end{cases}$.

(4) 圆的直径式方程 $(x-x_1)(x-x_2)+(y-y_1)(y-y_2)=0$（圆的直径的端点是 $A(x_1,y_1)$、 $B(x_2,y_2)$）.