

2016~2017学年广东广州高一下学期铁一、广外等三校联考期末数学试卷

选择

1. 设集合 $M = \{x|x^2 = x\}$, $N = \{x|\lg x \leq 0\}$, 则 $M \cup N = ()$.

- A. $[0, 1]$ B. $(0, 1]$ C. $[0, 1)$ D. $(-\infty, 1]$

2. 下列函数中, 在区间 $(-\infty, 0)$ 上是增函数的是 ().

- A. $y = x^2 - 4x + 8$ B. $y = |x - 1|$ C. $y = 1 - \frac{1}{x-1}$ D. $y = \sqrt{1-x}$

3. 等差数列的前4项之和为30, 前8项之和为100, 则它的前12项之和为 ().

- A. 130 B. 170 C. 210 D. 260

4. 已知点 $A(1, 1)$, $B(4, 2)$ 和向量 $\vec{a} = (2, \lambda)$, 若 $\vec{a} // \overrightarrow{AB}$, 则实数 λ 的值为 ().

- A. $-\frac{2}{3}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $-\frac{3}{2}$

5. 若等比数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数, 且 $a_8 a_{13} + a_9 a_{12} = 2^6$, 则 $\log_2 a_1 + \log_2 a_2 + \cdots + \log_2 a_{20} = ()$.

- A. 50 B. 60 C. 100 D. 120

6. 如图所示, 为测一树的高度, 在地面上选取 A 、 B 两点, 从 A 、 B 两点分别测得树尖的仰角为 30° 、 45° , 且 A 、 B 两点间的距离为 60m , 则树的高度为 ().



- A. $(30 + 30\sqrt{3})\text{m}$ B. $(30 + 15\sqrt{3})\text{m}$ C. $(15 + 30\sqrt{3})\text{m}$ D. $(15 + 15\sqrt{3})\text{m}$

7. 将函数 $y = 3 \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位长度, 所得图象对应的函数 ().

- A. 在区间 $\left[\frac{\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}\right]$ 上单调递减 B. 在区间 $\left[\frac{\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}\right]$ 上单调递增
C. 在区间 $\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$ 上单调递减 D. 在区间 $\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$ 上单调递增

8. 已知点 $A(1, 3)$, $B(-2, -1)$, 若直线 $l: y = k(x - 2) + 1$ 与线段 AB 没有交点, 则 k 的取值范围是 ().

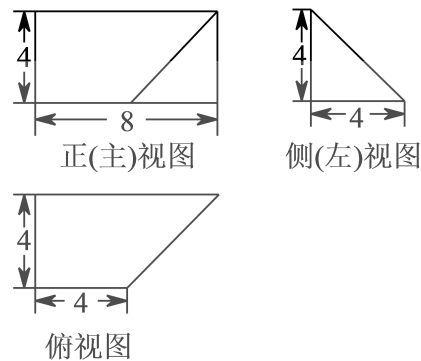
A. $k > \frac{1}{2}$

B. $k < \frac{1}{2}$

C. $k > \frac{1}{2}$ 或 $k < -2$

D. $-2 < k < \frac{1}{2}$

9. 已知某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积等于（ ）.



A. $\frac{160}{3}$

B. 160

C. $64 + 32\sqrt{2}$

D. 60

10. 已知点 $P(x, y)$ 满足约束条件 $\begin{cases} x+y \geq 1 \\ x-y \geq -1 \\ 2x-y \leq 2 \end{cases}$, O 为坐标原点, 则 $x^2 + y^2$ 的最小值为 ()

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{1}{4}$

D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

11. 设函数 $f(x) = \ln(1+|x|) - \frac{1}{1+x^2}$, 则使 $f(x) > f(2x-1)$ 成立的 x 的取值范围是 () .

A. $(\frac{1}{3}, 1)$

B. $(-\infty, \frac{1}{3}) \cup (1, +\infty)$

C. $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$

D. $(-\infty, -\frac{1}{3}) \cup (\frac{1}{3}, +\infty)$

12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 4x, & x < 0 \\ \ln(x+1), & x \geq 0 \end{cases}$, 若 $|f(x)| \geq ax$, 则 a 的取值范围是 () .

A. $(-\infty, 0]$

B. $(-\infty, 1]$

C. $[-4, 1]$

D. $[-4, 0]$

填空

13. 已知函数 $f(x) = x^2 + 2(a-1)x + 2$ 在区间 $(-\infty, 5]$ 上为减函数, 则实数 a 的取值范围为 _____ .

14. 已知 $\sin(\theta - \frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 则 $\cos(\frac{\pi}{3} - 2\theta) =$ _____ .

15. $\triangle ABC$ 中角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $\angle A = 60^\circ$, $a = \sqrt{3}$, $b = x$ 若满足条件的三角形有两个, 则 x 的取值范围是 _____ .

16. 设正实数 x, y, z 满足 $x^2 - xy + 4y^2 - z = 0$, 则当 $\frac{z}{xy}$ 取得最小值时, $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} - \frac{6}{z}$ 的最大值为 _____ .

解答

17. 在三角形 ABC ，已知 $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \sqrt{3}|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$ ， $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}| = 3$ 。

(1) 求 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ 。

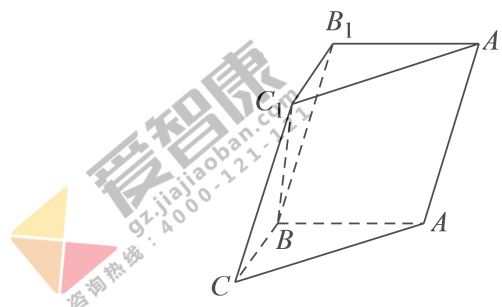
(2) 已知 $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ 与 $t\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ ($t \neq -1$)成钝角，求实数 t 的取值范围。

18. 设函数 $f(x) = 2\sin x \cos^2 \frac{\varphi}{2} + \cos x \sin \varphi - \sin x$ ($0 < \varphi < \pi$)在 $x = \pi$ 处取最小值。

(1) 求 φ 的值，并化简 $f(x)$ 。

(2) 在 $\triangle ABC$ 中， a, b, c 分别是角 A, B, C 的对边，已知 $a = 1, b = \sqrt{2}, f(A) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，求角 C 。

19. 如图，在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中，已知 $AB \perp$ 侧面 BB_1C_1C ， $AB = BC = 1, BB_1 = 2, \angle BCC_1 = \frac{\pi}{3}$ 。



(1) 求证： $C_1B \perp$ 平面 ABC 。

(2) 求点 B_1 到平面 ACC_1A_1 的距离。

20. 设公差为0的等差数列 $\{a_n\}$ 的首项为1，且 a_2, a_5, a_{14} 构成等比数列。

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式。

(2) 若数列 $\{b_n\}$ 满足 $\frac{b_1}{a_1} + \frac{b_2}{a_2} + \dots + \frac{b_n}{a_n} = 1 - \frac{1}{2^n}$ ， $n \in \mathbf{N}^*$ ，求 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n 。

21. 在直角坐标系中 (O 为坐标原点)，已知两点 $A(6,0), B(0,8)$ ，且三角形 OAB 的内切圆为圆 C ，从圆 C 外一点 $P(a,b)$ 向圆引切线 PT ， T 为切点。

(1) 求圆 C 的标准方程。

(2) 已知点 $Q(-2,-1)$ ，且 $|PT| = |PQ|$ ，试判断点 P 是否总在某一固定直线上，若是，求出直线 l 的方程；若不是，请说明理由。

(3) 已知点 M 在圆 C 上运动，求 $|MA|^2 + |MO|^2 + |MB|^2$ 的最大值和最小值。

22. 已知偶函数 $y = f(x)$ 满足：当 $x \geq 2$ 时， $f(x) = (x-2)(a-x)$ ， $a \in \mathbf{R}$ ，当 $x \in [0, 2)$ 时， $f(x) = x(2-x)$ 。

(1) 求当 $x \leq -2$ 时， $f(x)$ 的表达式。

(2) 若直线 $y = 1$ 与函数 $y = f(x)$ 的图象恰好有两个公共点，求实数 a 的取值范围。

(3) 试讨论当实数 a, m 满足什么条件时，函数 $g(x) = f(x) - m$ 有4个零点且这4个零点从小到大依次成等差数列。