圆中证明和计算

怎么考

内容	基本要求	略高要求	较高要求
点与圆的位置关系	了解点与圆的位置关系		
直线与圆的位置关系	了解直线与圆的位置关系；了解切线的概念，理解切线与过切点的半径之间的关系；会过圆上一点画圆的切线；了解切线长的概念	能判定直线和圆的位置关系；会根据切线长的知识解决简单的问题；能利用直线和圆的位置关系解决简单问题	能解决与切线有关的问题
圆与圆的位置关系	了解圆与圆的位置关系		

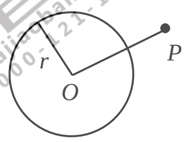
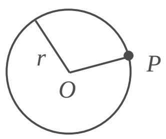
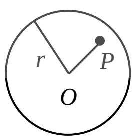
自检自查必考点

一、点与圆的位置关系

1. 点与圆的位置关系

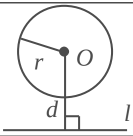
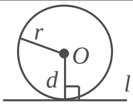
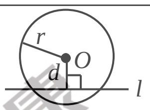
（1）点与圆的位置关系有：点在圆上、点在圆内、点在圆外三种，这三种关系由这个点到圆心的距离与半径的大小关系决定.

（2）设$\odot O$的半径为r，点P到圆心O的距离为d，则有：点在圆外$\Leftrightarrow d>r$；点在圆上$\Leftrightarrow d=r$；点在圆内$\Leftrightarrow d<r$.如下表所示：

位置关系	图形	定义	性质及判定
点在圆外		点在圆的外部	$d>r\Leftrightarrow$ 点P在$\odot O$的外部.
点在圆上		点在圆周上	$d=r\Leftrightarrow$ 点P在$\odot O$的外部.
点在圆内		点在圆的内部	$d<r\Leftrightarrow$ 点P在$\odot O$的外部.

二、直线与圆的位置关系

设$\odot O$的半径为r，圆心O到直线l的距离为d，则直线和圆的位置关系如下表：

位置关系	图形	定义	性质及判定
相离		直线与圆没有公共点.	$d>r \Leftrightarrow$ 直线l与$\odot O$相离
相切		直线与圆有唯一公共点，直线叫做圆的切线，唯一公共点叫做切点.	$d=r \Leftrightarrow$ 直线l与$\odot O$相切
相交		直线与圆有两个公共点，直线叫做圆的割线.	$d<r \Leftrightarrow$ 直线l与$\odot O$相交

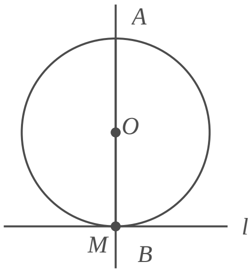
三、切线的性质及判定

（1）注意：这个定理共有三个条件，即一条直线满足：①垂直于切线②过切点③过圆心

①过圆心，过切点$\Rightarrow$垂直于切线．AB过圆心，AB过切点M，则$AB\perp l$．

②过圆心，垂直于切线$\Rightarrow$过切点．AB过圆心，$AB\perp l$，则AB过切点M．

③过切点，垂直于切线$\Rightarrow$过圆心．$AB\perp l$，AB过切点M，则AB过圆心．



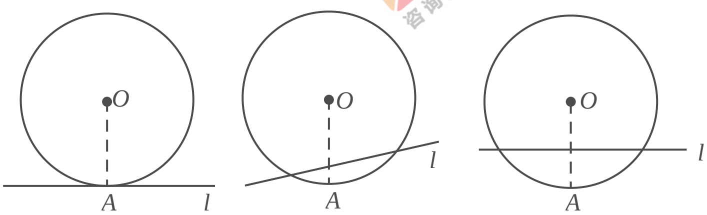
2.　切线的判定

（1）定义法：和圆只一个公共点的直线是圆的切线；

（2）距离法：和圆心距离等于半径的直线是圆的切线；

（3）定理：经过半径的外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线．

注意：定理的题设是①“经过半径外端”，②“垂直于半径”，两个条件缺一不可；定理的结论是“直线是圆的切线”．因此，证明一条直线是圆的切线有两个思路：①连接半径，证直线与此半径垂直；②作垂直，证垂直在圆上．



3.　切线长和切线长定理

（1）切线长：在经过圆外一点的圆的切线上，这点和切点之间的线段的长，叫做这点到

圆的切线长.

（2）切线长定理：从圆外一点引圆的两条切线，它们的切线长相等，圆心和这一点的连线平分两条切线的夹角.

四、圆与圆的位置关系

4. 圆与圆的位置关系

圆与圆的位置关系可以是两圆相交、两圆相切(内切或外切)、两圆相离、两圆内含.

设两个圆为$\odot O_1$、$\odot O_2$，半径分别为R_1、R_2，且$R_1 \geqslant R_2$，O_1与O_2间距离为d，那么就有

$d > R_1 + R_2 \Leftrightarrow$两圆相离；

$d = R_1 + R_2 \Leftrightarrow$两圆相外切；

$d = R_1 - R_2 \Leftrightarrow$两圆相内切；

$R_1 - R_2 < d < R_1 + R_2 \Leftrightarrow$两圆相交；

$d < R_1 - R_2 \Leftrightarrow$两圆内含(这里$R_1 \neq R_2$).

5. 连心线的性质

连心线是指通过两圆圆心的一条直线．连心线是它的对称轴.

两圆相切时，由于切点是它们唯一的公共点，所以切点一定在对称轴上.

如果两圆$\odot O_1$、$\odot O_2$相交于A、B两点，那么O_1O_2垂直平分AB.

如果两个半径不相等的圆O_1、圆O_2相离，那么内公切线交点、外公切线交点都在直线

O_1O_2上，并且

直线O_1O_2上，并且直线O_1O_2平分两圆外公切线所夹的角和两圆内公切线所夹的角.

如果两条外公切线分别切圆O_1于A、B两点、切圆O_2于C、D两点，那么两条外公切线长相等，且AB、

CD都被O_1O_2垂直平分.