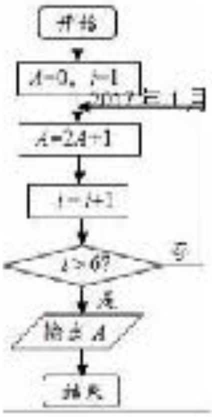
2016-2017学年北京市通州区高三（上）期末数学试卷（理科）

一、选择题（共8小题，每小题5分，共40分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．）

1．已知集合$M=\{-1，0，1，2\}$，$N=\{x||x|>1\}$，则$M\cap N$等于（　　）

A．$\{0\}$ B．$\{2\}$ C．$\{1，2\}$ D．$\{-1，0，1\}$

2．执行如图所示的程序框图，输出的A值为（　　）



A．7　B．15　C．31　D．63

3．若变量x，y满足条件$\begin{cases}3x-y\leqslant 0\\ x-3y+5\geqslant 0\\ x\geqslant 0\end{cases}$，则$z=x+y$的最大值为（　　）

A．$\frac{5}{2}$　B．2　C．$\frac{5}{3}$　D．0

4．"$m>1$"是"方程$\frac{x^2}{m}-\frac{y^2}{m-1}=1$表示双曲线"的（　　）

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充要条件　D．既不充分也不必要条件

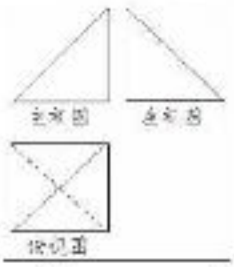
5．下列函数中，既是偶函数又在区间（0，1）内单调递减的是（　　）

A．$y=x^2$ B．$y=2^{|x|}$　C．$y=\cos x$　D．$y=\ln x-\frac{1}{x}$

6．在△ABC中，a=2，$B=\frac{\pi}{3}$，△ABC的面积等于$\frac{\sqrt{3}}{2}$，则b等于（　　）

A．$\frac{\sqrt{3}}{2}$ B．1　C．$\sqrt{3}$ D．2

7．如图，某几何体的正视图和侧视图都是全等的等腰直角三角形，俯视图是边长为2的正方形，那么它的体积为（　　）



A．$\frac{16}{3}$ B．4　C．$\frac{8}{3}$　D．$\frac{4}{3}$

8．设集合 $S_n=\{1，2，3，…，n\}$，若X是S_n的子集，把X中所有元素的和称为X的容量（规定空集的容量为0），若X的容量为奇（偶）数，则称X为S_n的奇（偶）子集，其中S_n的奇子集的个数为（　　）

A．$\frac{n^2+n}{2}$　B．2^{n-1}　C．2^n　D．2^{n+1}

二、填空题（共6小题，每小题5分，共30分．）

9．复数z满足（1+i）•z=1－i，则z=____．

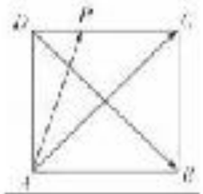
10．$(2x-\frac{1}{x})^6$展开式中常数项是____．

11．已知直线l：$\begin{cases}x=2+t\\y=-1-t\end{cases}$（t为参数），曲线C的极坐标方程是ρ=1，那么直线l与曲线C的公共点个数是____．

12．设S_n为等差数列$\{a_n\}$的前n项和，若$a_1=1$，[illegible]，则[illegible]=____．

13．如图，在正方形ABCD中，P为DC边上的动点，设向量$\overrightarrow{AC}=\lambda\overrightarrow{DB}+\mu\overrightarrow{AP}$，则λ+μ的最大值为____

学科网 www.zxxk.com



14．已知函数$f(x)=\begin{cases}2^x(x\leqslant 0)\\x^2(x>0)\end{cases}$若函数g（x）=f（x）－kx－1有且只有一个零点，则实数k的取值范围是______．

三、解答题（共6小题，共80分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．）

15．（13分）已知函数f（x）=（sinx－cosx）²+2cos²x．

（Ⅰ）求f（x）最小正周期；

（Ⅱ）求f（x）在区间[0，$\frac{\pi}{2}$]上的最大值和最小值．

16．（13分）某小组共10人，利用假期参加义工活动，已知参加义工活动的次数与相应的人数的对应关系如表：

次数	1	2	3	4
人数	1	4	4	1

现从这10人中随机选出2人作为该组代表参加座谈会．

（Ⅰ）设A为事件"选出的2人参加义工活动次数之和为6"，求事件A发生的概率；

（Ⅱ）设X为选出的2人参加义工活动次数之和，求随机变量X的分布列和数学期望．

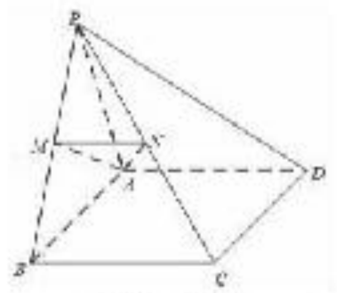
17．（14分）在四棱锥P－ABCD中，△PAB为正三角形，四边形ABCD为矩形，平面PAB⊥平面ABCD，AB=2AD，M，N分别为PB，PC中点．

（Ⅰ）求证：MN∥平面PAD；

（Ⅱ）求二面角B－AM－C的大小；

（Ⅲ）在BC上是否存在点E，使得EN⊥平面AMN？若存在，求$\frac{BE}{BC}$的值；若不存在，请说明理由．

学科网



18．（13分）设函数 $f(x)=e^x-1$（$k\in R$）．

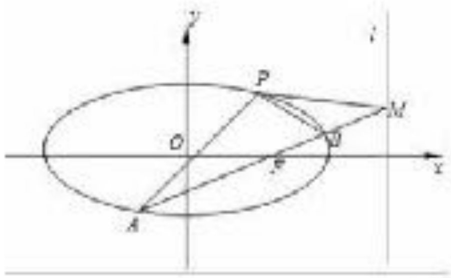
（Ⅰ）当 $k=1$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程；

（Ⅱ）设函数 $F(x)=f(x)+x^2-kx$，证明：当 $x\in(0, +\infty)$ 时，$F(x)>0$．

19．（13分）如图，已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 经过点 $P(1, \frac{3}{2})$，离心率 $e=\frac{1}{2}$．

（Ⅰ）求椭圆C的标准方程；

（Ⅱ）设AB是经过右焦点F的任一弦（不经过点P），直线AB与直线l：$x=4$ 相交于点M，记PA，PB，PM的斜率分别为 k_1，k_2，k_3，求证：k_1，k_3，k_2 成等差数列．



20．（14分）已知数列 $\{a_n\}$ 对任意的 $n\in N^*$ 都满足 $a_{n+2}+a_n>2a_{n+1}$，则称数列 $\{a_n\}$ 为"T数列"．

（Ⅰ）求证：数列 $\{2^n\}$ 是"T数列"；

（Ⅱ）若 $a_n=n^2+(\frac{1}{2})^n$，试判断数列 $\{a_n\}$ 是否是"T数列"，并说明理由；

（Ⅲ）若数列 $\{a_n\}$ 是各项均为正的"T数列"，求证：$\frac{a_1+a_3+\cdots+a_{2n+1}}{a_2+a_4+\cdots+a_{2n}}>\frac{n+1}{n}$．

2016-2017学年北京市通州区高三（上）期末数学试卷（理科）

一、选择题（共8小题，每小题5分，共40分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．）

1．已知集合 $M=\{-1, 0, 1, 2\}$，$N=\{x||x|>1\}$，则 $M\cap N$ 等于（　　）

A．$\{0\}$　B．$\{2\}$　C．$\{1, 2\}$　D．$\{-1, 0, 1\}$

【考点】交集及其运算．

【分析】求出N中绝对值不等式的解集确定出N，求出M与N的交集即可．

【解答】解：由N中不等式解得：$x<-1$ 或 $x>1$，即 $N=\{x|x<-1$ 或 $x>1\}$，

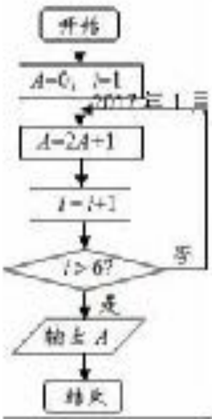
$\because M=\{-1, 0, 1, 2\}$，

$\therefore M\cap N=\{2\}$，

故选：B．

【点评】此题考查了交集及其运算，熟练掌握交集的定义是解本题的关键．

2．执行如图所示的程序框图，输出的A值为（　　）



A．7　B．15　C．31　D．63

【考点】程序框图．

【分析】模拟程序的运行，依次写出每次循环得到的A，i的值，可得当i=7时满足条件i>6，退出循环，输出A的值为63.

【解答】解：模拟程序的运行，可得

A=0，i=1

A=1，i=2

不满足条件i>6，执行循环体，A=3，i=3

不满足条件i>6，执行循环体，A=7，i=4

不满足条件i>6，执行循环体，A=15，i=5

不满足条件i>6，执行循环体，A=31，i=6

不满足条件i>6，执行循环体，A=63，i=7

满足条件i>6，退出循环，输出A的值为63.

故选：D.

【点评】本题主要考查了循环结构的程序框图的应用，当循环的次数不多或有规律时，常采用模拟循环的方法解答，属于基础题.

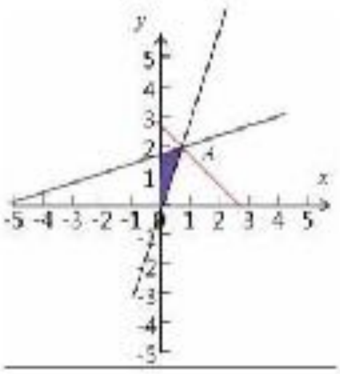
3．若变量x，y满足条件$\begin{cases}3x-y\leqslant 0\\ x-3y+5\geqslant 0\\ x\geqslant 0\end{cases}$，则z=x+y的最大值为（　　）

A．$\frac{5}{2}$　B．2　C．$\frac{5}{3}$　D．0

【考点】简单线性规划.

【分析】由约束条件作出可行域，令z=x+y，化目标函数为直线方程的斜截式，数形结合得到最优解，求出最优解的坐标，代入目标函数求得x+y的最大值.

【解答】解：由约束条件$\begin{cases}3x-y\leqslant 0\\ x-3y+5\geqslant 0\\ x\geqslant 0\end{cases}$作出可行域如图，



由$\begin{cases}3x-y=0\\x-3y+5=0\end{cases}$解得，A（$\frac{5}{8}$，$\frac{15}{8}$），

作出目标函数$z=x+y$为$y=-x+z$，

由图可知，当直线$y=-x+z$过A时，直线在y轴上的截距最大，z有最大值为$\frac{5}{2}$.

故选：A.

【点评】本题考查了简单的线性规划，考查了数形结合的解题思想方法，是中档题.

4．“$m>1$”是“方程$\frac{x^2}{m}-\frac{y^2}{m-1}=1$表示双曲线”的（　　）

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充要条件　D．既不充分也不必要条件

【考点】必要条件、充分条件与充要条件的判断.

【分析】根据双曲线方程的特点结合充分条件和必要条件的定义进行判断即可.

【解答】解：若$\frac{x^2}{m}-\frac{y^2}{m-1}=1$表示双曲线，则$m（m-1）>0$，得$m>1$或$m<0$，

则"m>1"是"方程 $\frac{x^2}{m}-\frac{y^2}{m-1}=1$ 表示双曲线"的充分不必要条件，

故选：A

【点评】本题主要考查充分条件和必要条件的判断，根据双曲线的标准方程求出m的取值范围是解决本题的关键．

5．下列函数中，既是偶函数又在区间（0，1）内单调递减的是（　　）

A．$y=x^3$ B．$y=2^{|x|}$　C．$y=\cos x$　D．$y=\ln x-\frac{1}{x}$

【考点】奇偶性与单调性的综合．

【分析】根据函数奇偶性和单调性的性质进行判断即可．

【解答】解：A．$y=x^3$是奇函数，在区间（0，1）内单调递增，不满足条件．

B．$y=2^{|x|}$是偶函数，在区间（0，1）内单调递增，不满足条件．

C．$y=\cos x$是偶函数，在区间（0，1）内单调递减，满足条件．

D．$y=\ln x-\frac{1}{x}$是非奇非偶函数，在区间（0，1）内单调递增，不满足条件．

故选：C．

【点评】本题主要考查函数奇偶性和单调性的判断，要求熟练掌握常见函数的奇偶性和单调性的性质．

6．在△ABC中，a=2，$B=\frac{\pi}{3}$，△ABC的面积等于$\frac{\sqrt{3}}{2}$，则b等于（　　）

A．$\frac{\sqrt{3}}{2}$ B．1　C．$\sqrt{3}$ D．2

【考点】余弦定理．

【分析】由已知利用三角形面积公式可求c，进而利用余弦定理可求b的值．

【解答】解：∵a=2，$B=\frac{\pi}{3}$，△ABC的面积等于$\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}\times 2\times c\times\frac{\sqrt{3}}{2}$，

∴解得：c=1，

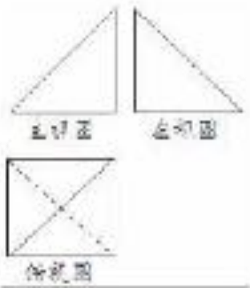
∴由余弦定理可得：$b=\sqrt{a^2+c^2-2ac\cos B}=\sqrt{4+1-2\times 2\times 1\times\frac{1}{2}}=\sqrt{3}$．

故选：C．

学科网 www.zxxk.com

【点评】本题主要考查了三角形面积公式，余弦定理在解三角形中的应用，考查了转化思想，属于基础题.

7．如图，某几何体的主视图和左视图是全等的等腰直角三角形，俯视图是边长为2的正方形，那么它的体积为（　　）



A．$\frac{16}{3}$ B．4　C．$\frac{8}{3}$　D．$\frac{4}{3}$

【考点】棱柱、棱锥、棱台的体积；由三视图求面积、体积.

【分析】由已知中的三视图可得：该几何体是一个以俯视图中右上方等腰直角三角形为底面的三棱锥，代入棱锥体积公式，构造方程，解得答案.

【解答】解：由已知中的三视图可得：该几何体是一个以俯视图中右上方等腰直角三角形为底面的三棱锥，

底面面积$S=\frac{1}{2}\times2\times2=2$，

高$h=2$，

故体积$V=\frac{1}{3}Sh=\frac{4}{3}$，

故选：D.

【点评】本题考查的知识点是棱柱的体积和表面积，棱锥的体积和表面积，简单几何体的三视图，难度中档.

8．设集合$S_n=\{1，2，3，…，2n-1\}$，若X是S_n的子集，把X中所有元素的和称为X的容量（规定空集的容量为0），若X的容量为奇（偶）数，则称X为S_n的奇（偶）子集，则S_n的奇子集的个数为（　　）

A．$\frac{n^2+n}{2}$　B．2^{n-1}　C．2^{n}　D．2^{2n-1}

【考点】子集与真子集.

【分析】根据题意，分析可得n=1、n=2、n=3时，S_n的所有奇子集个数，从而归纳可得集合S_n的奇子集个数.

【解答】解：根据题意，n=1时，$S_1=\{1\}$，S_1的所有奇子集为{1}，有1个，

n=2时，$S_2=\{1, 2, 3\}$，S_2的所有奇子集为{1}、{3}、{1，3}，共有3个；

n=3时，$S_3=\{1, 2, 3, 4, 5\}$，S_3的所有奇子集为：

{1}、{3}、{5}、{1，3}、{1，5}、{3，5}、{1，3，5}，共有7个；

…

归纳可得集合$S_n=\{1, 2, 3, \ldots, 2n-1\}$，$S_n$的奇子集的个数为$2^n-1$个.

故选：B.

【点评】本题考查集合的子集，是新定义的题型，关键是正确理解奇子集与子集的概念，是易错题.

二、填空题（共6小题，每小题5分，共30分．）

9．复数z满足（1+i）•z=1−i，则z=____－i.

【考点】复数代数形式的乘除运算.

【分析】由（1+i）•z=1−i，得$z=\frac{1-i}{1+i}$，再利用复数代数形式的乘除运算化简求值即可得答案.

【解答】解：由（1+i）•z=1−i，

得$z=\frac{1-i}{1+i}=\frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)}=\frac{-2i}{2}=-i$.

故答案为：－i.

【点评】本题考查了复数代数形式的乘除运算，是基础题.

10．$(2x-\frac{1}{x})^4$展开式中的常数项是__24__.

【考点】二项式定理的应用.

【分析】在二项展开式的通项公式中，令x的幂指数等于0，求出r的值，即可求得常数项.

学科网 www.zxxk.com