2016-2017学年北京市昌平区高三（上）期末数学试卷（理科）

一、选择题（本大题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.）

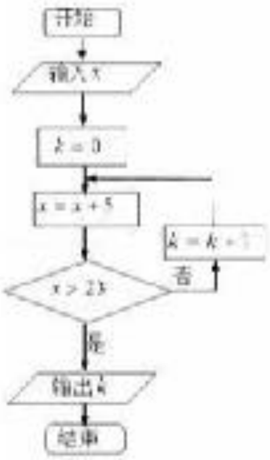
1．已知全集U=R，集合$A=\{x|x^2>1\}$，那么$\complement_U A$=（　　）

A．$[-1,1]$ B．$[1,+\infty)$　C．$(-\infty,1]$　D．$(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$

2．下列四个函数中，在其定义域上既是奇函数又是单调递增函数的是（　　）

A．$y=e^x$ B．$y=\sin x$　C．$y=\sqrt{x}$　D．$y=x^3$

3．执行如图所示的程序框图，若输入的x值为1，则输出的k值为（　　）

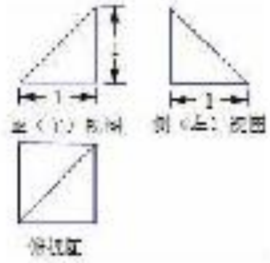


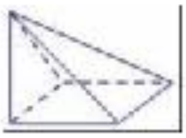
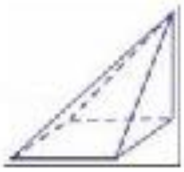
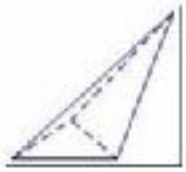
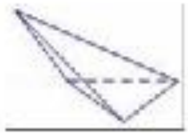
A．3　B．4　C．5　D．6

4．设$a=\ln\frac{1}{2}$，$b=2^{\frac{1}{3}}$，$c=e^{-2}$，则（　　）

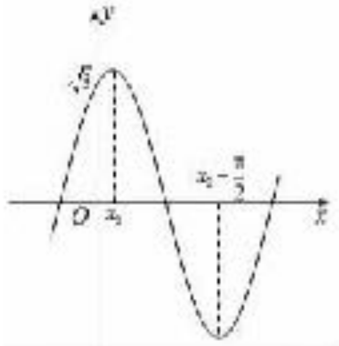
A．c＜b＜a B．c＜a＜b C．a＜c＜b D．a＜b＜c

5．一个几何体的三视图如图所示，则这个几何体的直观图为（　　）




A.

B.

C.

D.

6．已知函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,\ |\varphi|<\frac{\pi}{2})$ 的图象如图所示，则函数 $f(x)$ 的解析式的值为（　　）



A. $f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})$　B. $f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{3})$　C. $f(x)=2\sin(x+\frac{\pi}{6})$　D. $f(x)=2\sin(x+\frac{\pi}{3})$

7．已知焦距为 2c 的椭圆 M：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的，F_1、F_2 是椭圆的两个焦点，则"b<c"是"椭圆 M 上至少存在一点 P，使得 $PF_1\perp PF_2$"的（　　）

A．充分而不必要条件　B．必要而不充分条件

C．充分必要条件　D．既不充分也不必要条件

8．若函数 f（x）满足：集合 A={f（n）|n∈N*}中至少存在三个不同的数构成等差数列，则称函数 f（x）是等差源函数，判断下列函数：

①$y=\log_2 x$；

②$y=2^x$；

③$y=\frac{1}{x}$；

所有的等差源函数的序号是（　　）

A．①　B．①②　C．②③　D．①③

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.）

9. 设 $a\in R$，若 $i(1+ai)=2+i$，则 $a=$____.

10. 已知正项等比数列 $\{a_n\}$ 中，S_n 为其前 n 项和，$a_1=2$，$a_2+a_3=12$，则 $S_5=$____.

11. 若 x，y 满足 $\begin{cases} y\geq 0, \\ 2x-y\geq 0, \\ x+y-3\leq 0 \end{cases}$ 则 $2x+y$ 的最大值为____.

12. 已知角 α 的终边过点 $P(3,4)$，则 $\cos 2\alpha=$____.

13. 在矩形 $ABCD$ 中，$AB=2$，$BC=1$，那么 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}=$____，若 E 为线段 AC 上的动点，则 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BE}$ 的取值范围是____.

14. 设函数 $f(x)=\begin{cases} -(x+3)(x-1), & x\leq a \\ 2^x-2, & x>a \end{cases}$

①若 $a=1$，则 $f(x)$ 的零点个数为____；

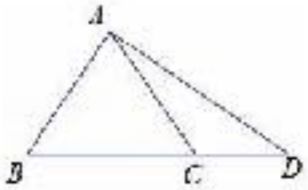
②若 $f(x)$ 恰有 1 个零点，则实数 a 的取值范围是____.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 80 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.）

15.（13 分）已知△ABC 是等边三角形，D 在 BC 的延长线上，且 CD=2，$S_{\triangle ABD}=6\sqrt{3}$.

（Ⅰ）求 AD 的长；

（Ⅱ）求 sin∠CAD 的值.



16.（13 分）A、B 两个班共有 65 名学生，为调查他们的引体向上锻炼情况，通过分层抽样获得了部分学生引体向上的测试数据（单位：个），用茎叶图记录如下：

（Ⅰ）试估计 B 班的学生人数；

（Ⅱ）从 A 班和 B 班抽出的学生中，各随机选取一人，A 班选出的人记为甲，

当甲的测试数据比乙的测试数据低时，记$\xi=-1$；
当甲的测试数据与乙的测试数据相等时，记$\xi=0$；
当甲的测试数据比乙的测试数据高时，记$\xi=1$.
求随机变量ξ的分布列及期望.

（III）再从A、B两个班中各随机抽取一名学生，他们引体向上的测试数据分别是10，8（单位：个），这2个新数据与表格中的数据构成的新样本的平均数记μ_1，表格中数据的平均数记为μ_0，试判断μ_0和μ_1的大小（结论不要求证明）.

A班		B班
9 7 5	0	5 6 7 8 9
5 3 1	1	0 1

17.（14分）如图1，四边形ABCD为正方形，延长DC至E，使得CE=2DC，将四边形ABCD沿BC折起到A_1BCD_1的位置，使平面A_1BCD_1⊥平面BCE，如图2.

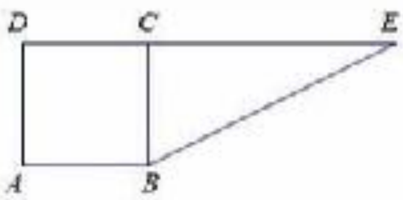


图1

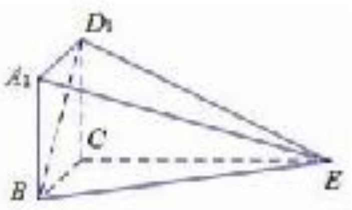


图2

（I）求证：CE⊥平面A_1BCD_1；
（II）求异面直线BD_1与A_1E所成角的大小；
（III）求平面BCE与平面A_1ED_1所成锐二面角的余弦值.

18.（13分）设函数$f(x)=\ln(1+ax)+bx$，$g(x)=f(x)-bx^2$.
（I）若$a=1$，$b=-1$，求函数$f(x)$的单调区间；
（II）若曲线$y=g(x)$在点$(1,\ln3)$处的切线与直线$11x-3y=0$平行.
（i）求a，b的值；
（ii）求实数$k(k\le3)$的取值范围，使得$g(x)>k(x^2-x)$对$x\in(0,+\infty)$恒成立.

19．（14分）椭圆C的焦点为$F_1(-\sqrt{2},0)$，$F_2(\sqrt{2},0)$，且点$M(\sqrt{2},1)$在椭圆C上．过点P（0，1）的动直线l与椭圆相交于A，B两点，点B关于y轴的对称点为点D（不同于点A）．

（I）求椭圆C的标准方程；

（II）证明：直线AD恒过定点，并求出定点坐标．

20．（13分）已知Ω是集合{（x，y）|0≤x≤6，0≤y≤4}所表示的矩形边界上的整点（横、纵坐标都是整数的点）的集合，集合D={（6，0），（−6，0），（0，4），（0，−4），（4，−4），（−4，4），（2，−2），（−2，2）}．规定：

（1）对于任意的$a=(x_1,y_1)\in\Omega$，$b=(x_2,y_2)\in D$，$a+b=(x_1,y_1)+(x_2,y_2)=(x_1+x_2,y_1+y_2)$

（2）对于任意的$k\in N^*$，序列a_k，b_k满足：

①$a_k\in\Omega$，$b_k\in D$

②$a_1=(0,0)$，$a_k=a_{k-1}+b_{k-1}$，$k\geq2$，$k\in N^*$

（I）求a_2

（II）证明：$\forall k\in N^*$，$a_k\neq(5,0)$

（III）若$a_k=(6,2)$，写出满足条件的k的最小值及相应的a_1，a_2，…，a_k．

2016-2017学年北京市昌平区高三（上）期末数学试卷（理科）

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.）

1．已知全集U=R，集合A={x|x^2>1}，那么C_UA=（　　）

A．[﹣1，1] B．[1，+∞)　C．(﹣∞，1]　D．(﹣∞，﹣1]∪[1，+∞)

【考点】补集及其运算.

【分析】根据全集R及A，求出A的补集即可.

【解答】解：全集U=R，集合A={x|x^2>1}=(﹣∞，﹣1)∪(1，+∞)，

C_UA=[﹣1，1]，

故选：A

【点评】此题考查了补集及其运算，熟练掌握补集的定义是解本题的关键.

2．下列四个函数中，在其定义域上既是奇函数又是单调递增函数的是（　　）

A．$y=e^x$ B．$y=\sin x$　C．$y=\sqrt{x}$　D．$y=x^3$

【考点】函数奇偶性的判断；函数单调性的判断与证明.

【分析】根据函数奇偶性和单调性的定义和性质进行判断即可.

【解答】解：A．$y=e^x$是非奇非偶函数，不满足条件.

B．$y=\sin x$是奇函数，在定义域上不是单调函数，不满足条件.

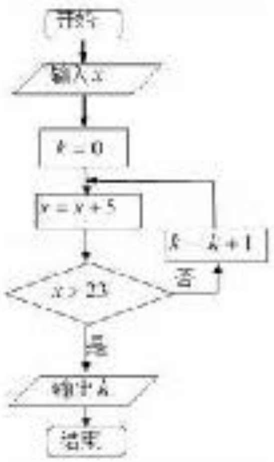
C．$y=\sqrt{x}$是非奇非偶函数，不满足条件.

D．$y=x^3$是奇函数，定义域上单调递增，满足条件.

故选：D

【点评】本题主要考查函数奇偶性和单调性的判断，要求熟练掌握常见函数的奇偶性和单调性的性质.

3．执行如图所示的程序框图，若输入的x值为1，则输出的k值为（　　）



A．3　B．4　C．5　D．6

【考点】程序框图．

【分析】根据程序框图进行模拟计算即可得到结论．

【解答】解：若输入x=1，

则第一次，x=1+5=6，不满足条件，x>23，k=1，

第二次，x=6+5=11，不满足条件，x>23，k=2，

第三次，x=11+5=16，不满足条件，x>23，k=3，

第四次，x=16+5=21，不满足条件，x>23，k=4，

第五次，x=21+5=26，满足条件，x>23，程序终止，

输出k=4，

故选：B

【点评】本题主要考查程序框图的识别，根据条件进行模拟计算是解决本题的关键．

4．设$a=\ln\frac{1}{2}$，$b=2^{\frac{1}{e}}$，$c=e^{-2}$，则（　　）

A．c<b<a B．c<a<b C．a<c<b D．a<b<c

【考点】对数值大小的比较．

【分析】利用指数函数与对数函数的单调性即可得出．

【解答】解：∵$e^{-2}\in(0,\frac{1}{2})$，$2^{\frac{1}{e}}>1$，$\ln 2\in(\frac{1}{2},1)$，

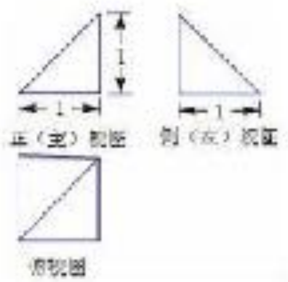
∴$2^{\frac{1}{e}}>\ln 2>e^{-2}$

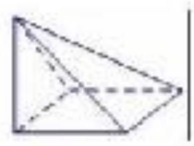
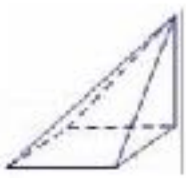
∴a<c<b.

故选：C.

【点评】本题考查了指数函数与对数函数的单调性，考查了推理能力与计算能力，属于基础题.

5．一个几何体的三视图如图所示，则这个几何体的直观图为（　　）



A.  B.  C.  D. 

【考点】由三视图求面积、体积.

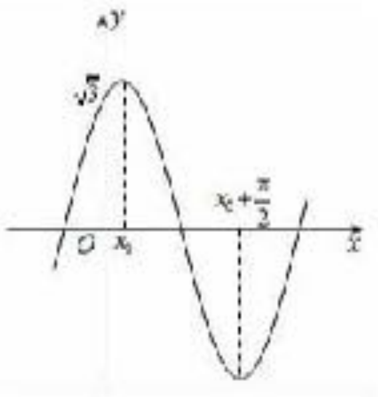
【分析】由已知的三视图可得，该几何体是一个以俯视图为底面的四棱锥，而且有一侧棱垂直于底面，结合俯视图，可得答案.

【解答】解：由已知的三视图可得：该几何体是一个以俯视图为底面的四棱锥，而且有一侧棱垂直于底面，结合俯视图，可知B满足，

故选B.

【点评】本题考查三视图与直观图的转化，考查数形结合的数学思想，比较基础.

6．已知函数$f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$的图象如图所示，则函数f（x）的解析式的值为（　　）



A. $f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})$ B. $f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{3})$ C. $f(x)=2\sin(x+\frac{\pi}{6})$ D. $f(x)=2\sin(x+\frac{\pi}{3})$

【考点】由y=Asin（ωx+φ）的部分图象确定其解析式．

【分析】根据图象求出A，ω和φ，即可求函数f（x）的解析式；

【解答】解：（1）由题设图象知，周期T=2×（$x_0+\frac{\pi}{2}-x_0$）=π，即 $\omega=\frac{2\pi}{\pi}=2$．

∵点（0，$\sqrt{3}$）在函数图象上，

可得：2sin（2×0+φ）=$\sqrt{3}$，

得：sinφ=$\frac{\sqrt{3}}{2}$，

∵|φ|<$\frac{\pi}{2}$，

∴φ=$\frac{\pi}{3}$．

故函数f（x）的解析式为f（x）=2sin（2x+$\frac{\pi}{3}$）．

故选B．

【点评】本题主要考查三角函数的图象和性质，根据图象求出函数的解析式是解决本题的关键．要求熟练掌握函数图象之间的变化关系．

7．在焦距为2c的椭圆 M：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 中，F_1，F_2是椭圆的两个焦点，则"b<c"是"椭圆M上至少存在一点P，使得$PF_1\perp PF_2$"的（　　）

A．充分而不必要条件　B．必要而不充分条件

C. 充分必要条件　D. 既不充分也不必要条件

【考点】必要条件、充分条件与充要条件的判断.

【分析】求出椭圆 M 上至少存在一点 P，使得 $PF_1\perp PF_2$ 的等价条件，结合充分条件和必要条件的定义进行判断即可.

【解答】解：若椭圆 M 上至少存在一点 P，使得 $PF_1\perp PF_2$，

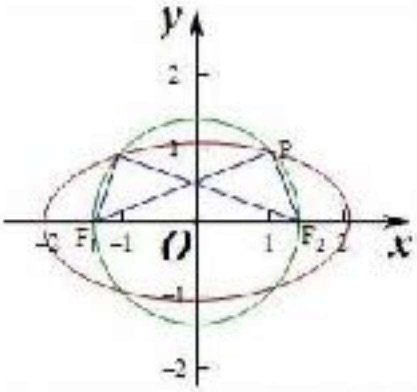
则椭圆与半径 R=c 的圆满足条件，R≥b，

即 b≤c，

则"b<c"是"椭圆 M 上至少存在一点 P，

使得 $PF_1\perp PF_2$"的充分不必要条件，

故选：A



【点评】本题主要考查充分条件和必要条件的判断，利用椭圆的性质是解决本题的关键.

8. 若函数 f（x）满足：集合 A={f（n）|n∈N*}中至少存在三个不同的数构成等差数列，则称函数 f（x）是等差源函数，判断下列函数：

①$y=\log_2 x$；

②$y=2^x$；

③$y=\frac{1}{x+1}$.

所有的等差源函数的序号是（　　）

A. ①　B. ①②　C. ②③　D. ①③

【考点】等差数列的通项公式.

【分析】利用等差源函数的定义、等差数列的定义即可判断出结论.