

## 数学(文科)

本试卷共 5 页, 150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案写在答题卡上, 在试卷上作答无效。考试结束前, 将本试卷和答题卡一并交回。

## 第一部分(选择题 共 40 分)

一、选择题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题列出的四个选项中, 选出符合题目要求的一项。

(1) 若集合  $A = \{x | x^2 \leq 4\}$ ,  $B = \{x | x > 0\}$ , 则  $A \cap B =$

- (A)  $\{x | 0 \leq x \leq 2\}$  (B)  $\{x | x \geq 2\}$

- (C)  $\{0, 2\}$  (D)  $\{1, 2\}$

(2) 若  $w, x$  满足  $\begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ x - y + 1 \geq 0, \quad w = x - y \end{cases}$ , 则  $w$  的最小值是

- (A) 1 (B) 2

- (C) 3 (D) 4

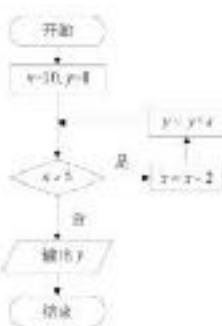
(3) 执行如图所示的程序框图, 输出当  $y$  值为

- (A) 15

- (B) 17

- (C) 19

- (D) 21



## 第二部分(非选择题 共 110 分)

二、填空题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。

(9) 在复平面上, 复数  $i(2-i)$  对应点的坐标为\_\_\_\_。

(10) 宋代李诫《营造法式》卷之三木作制度之规定, 有斗拱之数, 其乘除比例为 10 : 5 : 2.5

现斗拱之数为合掌朵、普柏、斗栱长比例承重, 其乘除比例为 10 : 5 : 2.5, 则五铺作斗拱总承重数为 160, 则斗栱总承重数为\_\_\_\_。

(11) 已知向量  $a = (1, -1)$ ,  $b = (-1, k)$ ,  $a \perp b$ , 则  $|b| =$ \_\_\_\_。

(12) 双曲线  $x^2 - \frac{y^2}{b^2} = 1 (b > 0)$  的右准线为  $(3, 0)$ , 则此双曲线的渐近线方程为\_\_\_\_。

(13) 已知函数  $f(x) = \begin{cases} 1-x^2, & x > 0 \\ 2^x, & x \leq 0 \end{cases}$ , 则  $f(f(-1)) =$ \_\_\_\_,  $f(x)$  的值域为\_\_\_\_。

(14) 《中华人民共和国个人所得税法》规定: 2011 年 9 月 1 日开始个人所得税起征点由原来的 2000 元提高到 3500 元, 也就是说原来月收入超过 2000 元的部分需要纳税, 2011 年 9 月 1 日开始月收入超过 3500 元的部分需要纳税, 税率以收入的后超过部分的税率累加计算, 具体见下表:

级数	应税所得额	税率(%)
1	不超过 1500 元的部分	3
2	超过 1500 不超过 4500 元的部分	10
3	超过 4500 不超过 9000 元的部分	20

某职工 2011 年 5 月交纳个人所得税 194 元, 在收入不变的情况下, 2011 年 10 月该职工交纳的个人所得税\_\_\_\_元。

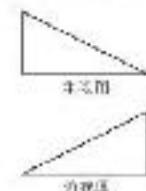
(15) 如图, 在平面直角坐标系中, 三角形 ABC 与三角形 A'B'C' 关于原点对称, 则该几何体中共有三角形的个数为

- (A) 1

- (B) 2

- (C) 3

- (D) 4



(16) 在  $\triangle ABC$  中, 若  $c=2$ ,  $\angle C=\frac{\pi}{3}$ ,  $S_{\triangle ABC}=2\sqrt{3}$ , 则  $a=$

- (A)  $\sqrt{6}$

- (B) 2

- (C)  $2\sqrt{3}$

- (D) 4

(17) “直线  $L$  的方程为  $2x-y=0$ ”是“直线  $L$  平分圆  $(x-1)^2+(y-2)^2=1$  的周长”的

- (A) 充分而不必要条件

- (B) 必要而不充分条件

- (C) 充分必要条件

- (D) 非充分也不必要条件

(18) 由表格中的数据可以判定函数  $f(x)=x+\frac{1}{x-1}$  的一个零点所在的区间是

$$G, g(x) \quad (x \in \mathbb{Z}),$$

$x$	1	2	3	4	5
$f(x)$	3	0.5	-1.0	-1.9	-2.6
$g(x)$	-1	0	1	2	3

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

(19) 某校组织学生暑期社会实践, 设计了两条路线: “道路旅行与自然寻根之旅”, 以培养学生文化素质。期间去了 50 名学生的游学实践, 有如下结果: 选择“道路”的人数占全体的五分之三, 选择“道路”的人数比选择“自然”的人数多 4; 另外, 两条路线的人数不完全相同, 选择“自然”的人数比“道路”的人数少 3, 则两条路线中, 选择“自然”的人数为

- (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11

三、解答题共 8 小题, 共 60 分。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

(15)(本小题 12 分)

在数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1=2$ ,  $a_2=9$ ,  $\{t_n\}$  是等比数列, 且  $t_1=a_1$ ,  $t_2$

- (I) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;

- (II) 求  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和.

(16)(本小题 12 分)

已知函数  $f(x)=x+\sqrt{4\cos x-\sin x}+\frac{1}{2}$

- (I) 求  $f(x)$  的最小正周期;

- (II) 求  $f(x)$  的单调递减区间.

(17)(本小题 12 分)

某中学高一、高二两个年级共有 6 个班, 学校图书馆有一个存放各班的文学名著借阅登记本, 为统计学生阅读情况, 在高一、高二两个年级中, 学生将有关借阅、本年度阅读量平均数及所读名著借阅情况的“书香班级”

高一	5	1	C
9	3	2	0
9	2	6	1
1	5	4	

为统计学生阅读情况, 在高一、高二两个年级中, 学生将有关借阅、本年度阅读量平均数及所读名著借阅情况的“书香班级”

(I) 当  $x=4$  时, 记高一年级的“书香班级”数为  $w$ , 高二年级的“书香班级”数为  $v$ , 比较  $w, v$  的大小;

(II) 在高一个年级的 5 个班级中, 任选两个班级, 求这两个班级之记“书香班级”的概率;

(III) 若高二年级的“书香班级”数多于高一, 高二的“书香班级”数记为  $a$ , 请写出结论。

# 房山区 2017 年高三一模试卷

## 高三数学（文）参考答案

一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	B	C	D	C	A	C	D

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

题号	9	10	11	12	13	14
答案	(-1, 2)	10	$\sqrt{2}$	$y = \frac{1}{2}\sqrt{3}x$	$\frac{7}{8}$	145

15.解：(I) 设等比数列  $\{b_n\}$  的公比为  $q$ ， $\Theta b_1 = a_1 - 1$

$$\therefore b_1 = a_1 - 1 = 3 \quad b_1 = a_1 - 1 = 1, \quad \Theta b_4 = b_1 q^3 \therefore q = 2$$

$$\therefore b_n = b_1 q^{n-1} = 2^{n-1} \quad \therefore a_n = b_n + 1 = 2^{n-1} + 1$$

..... 5 分

(II) 设数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ，则

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

$$= (2^0 + 1) + (2^1 + 1) + (2^2 + 1) + \dots + (2^{n-1} + 1)$$

$$= (2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{n-1}) + (1 + 1 + 1 + \dots + 1)$$

$$= \frac{2^0(1-2^n)}{1-2} + n$$

$$= 2^n - 1 + n$$

..... 13分

16. 解: (I)  $f(x) = \sin x \cos x - \sin^2 x + \frac{1}{2}$

$$= \frac{1}{2} \sin 2x - \frac{1-\cos 2x}{2} + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{2} \cos 2x$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\therefore T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

..... 5分

(II) 由  $y = \sin x$  的单调递减区间为  $\left[\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{3\pi}{2} + 2k\pi\right], k \in \mathbb{Z}$

$$\therefore \frac{\pi}{2} + 2k\pi \leq 2x + \frac{\pi}{4} \leq \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$$

$$\frac{\pi}{4} + 2k\pi \leq 2x \leq \frac{5\pi}{4} + 2k\pi$$

$$\frac{\pi}{8} + k\pi \leq x \leq \frac{5\pi}{8} + k\pi$$

$\therefore f(x)$  的单调递减区间为  $\left[\frac{\pi}{8} + k\pi, \frac{5\pi}{8} + k\pi\right], k \in \mathbb{Z}$

..... 13分

17. 解: (I) 当  $a=3$  时, 高二年级阅读量平均数为 21.33, 所以  $n=3$ ,

高一年级阅读量平均数为 26, 所以  $m=3$ ,

所以,  $m=a$ .  
..... 5分

(II) 记三个“书香班级”的分别为  $a, b, c$ , 其他班级为 1, 2, 3, 则

基本事件空间为

$\{a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3, 12, 13, 23, ab, ac, bc\}$  共 15 种情况.

两个班均是“三香班级”的情况共有 3 种  $ab, ac, bc$ .

设“这两个班级均是“三香班级””为事件 A，则

$$P(A) = \frac{3}{15} = \frac{1}{5} \quad \dots \dots 10 \text{ 分}$$

(3)  $a$  的取值为 0.  $\dots \dots 13 \text{ 分}$

18. (I) 证明：因为  $DE \perp AB$ , 所以  $DE \perp EB$ ,  $DE \perp AE$

因为  $EB \cap AE = E$ , 所以  $DE \perp \overline{AE}$

因为  $AB \subset \overline{AE}$ , 所以  $DE \perp AB$   $\dots \dots 4 \text{ 分}$

(II) 证明：取  $AD$  中点 F，连结 MF、EF

因为 M、F 分别为  $AC$ 、 $AD$  中点，所以 MF 为  $\triangle ACD$

中位线

$$\text{所以 } MF = \frac{1}{2} CD, MF \parallel \frac{1}{2} CD$$

因为  $AB \perp BC$ ,  $DE \perp AB$  所以  $DE \parallel BC$ , 因为  $DC \parallel BF$

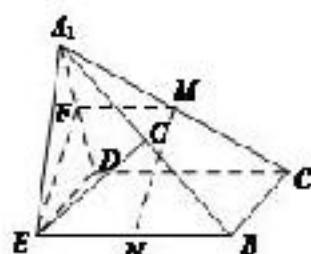
所以四边形 PCDE 为矩形，所以  $PC \parallel EF$  且  $PC = EF$

因为 N 为 EB 中点，所以  $MN \parallel EN$  且  $MN = EN$

所以四边形 MNFE 为平行四边形，所以  $MN \parallel EF$

因为  $MN \not\subset \overline{ADE}$ ,  $EF \subset \overline{ADE}$ ,

所以  $MN \parallel \overline{ADE}$   $\dots \dots 9 \text{ 分}$



(II) 存在,  $G$  为  $\overline{AB}$  中点

证明: 因为  $DE \perp$  直线  $A_1EB$ ,  $BC \parallel DE$ , 所以  $BC \perp$  直线  $A_1EB$ .

因为  $EG \subset$  直线  $A_1EB$ , 所以  $BC \perp EG$

因为  $EB = EA_1$ ,  $G$  为  $\overline{AB}$  中点, 所以  $A_1B \perp EG$

因为  $A_1B \perp BC = B$ , 所以  $EG \perp$  直线  $A_1BC$ , 所以  $\frac{AG}{GB} = 1$

..... 14分

19. (I)  $f(x)' = e^x - a$

因为函数  $y = f(x)$  在点  $(1, f(1))$  处的切线平行于直线  $y = ax + 2$

所以  $1 - f(1)' = e^1 - a = a$

所以  $a = \frac{1}{2}e$  ..... 3分

(II) 当  $a \leq 0$  时,  $f(x)' > 0$  恒成立, 所以  $f(x)$  在  $\mathbb{R}$  上单调递增

当  $a > 0$  时, 令  $f(x)' = e^x - a = 0$ , 得  $x = \ln a$

$x$	$(-\infty, \ln a)$	$\ln a$	$(\ln a, +\infty)$
$f(x)'$	-	0	+
$f(x)$	$\downarrow$		$\uparrow$

综上所述: 当  $a \leq 0$  时,  $f(x)$  在  $\mathbb{R}$  上单调递增

