

房山区 2017 年高考第一次模拟测试试卷

数学(理科)

本试卷共 6 页, 150 分, 考试时间 120 分钟. 考生务必将答案写在答题卡上, 在试卷上作答无效. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回.

第一部分 (选择题 共 40 分)

一、选择题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题列出的四个选项中, 选出符合题目要求的一项.

(1) 已知集合 $A = \{x | x^2 - 2x - 3 \geq 0\}$, $B = \{x | -2 \leq x \leq 2\}$, 则 $A \cap B$

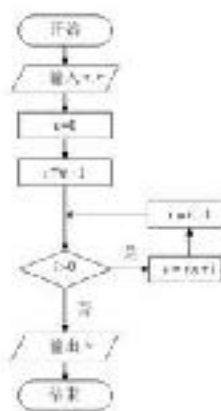
- (A) $\{x | -1 \leq x \leq 2\}$ (B) $\{x | -1 \leq x \leq 2\}$
 (C) $\{x | 1 \leq x \leq 1\}$ (D) $\{x | 2 < x < 1\}$

(2) 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列, S_n 为其前 n 项和. 若 $a_1 = 2$, $S_5 = 15$, 则 a_5

- (A) 1 (B) 15
 (C) 11 (D) 3

(3) 秦九韶是我国南宋时期的数学家, 他在《数书九章》中提出的多项式求值的秦九韶算法, 至今仍是国际上公认的算法. 右图是完成该算法的程序框图, 执行该程序框图, 若输入 n, x 的值分别为 4, 2, 则输出 v 的值为

- (A) 5
 (B) 12
 (C) 25
 (D) 50



第二部分 (非选择题 共 110 分)

二、填空题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分.

- (8) 已知 $\frac{z}{1-i} = -1+i$, 其中 i 是虚数单位, 那么复数 $z =$ ____
 (9) 在 $\triangle ABC$ 中, $a = 4$, $b = \sqrt{5}$, $c = \sqrt{5}$, 则角 $B =$ ____
 (10) 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{20} = 1 (a > 0)$ 的一条渐近线方程为 $y = 2x$, 则该双曲线的离心率 $e =$ ____

(11) 已知 x, y 满足 $\begin{cases} x - y + 2 \geq 0 \\ x + y \leq 2 \\ x \leq 3 \end{cases}$, 则 $z = -2x + y$ 的最大值为 ____

(12) 在边长为 1 的等边三角形 ABC 中, 点 D, E 分别是边 AB, BC 的中点, 连接 DE 并延长到点 F , 使得 $DE = EF$, 则 $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{AC}$ 的值为 ____;
 $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{BC} =$ ____

(14) 《中华人民共和国个人所得税法》规定: 2011 年 9 月 1 日起个人所得税免征额由原来的 2000 元提高到 3500 元, 月收入 2000 元以上, 以月收入 2000 元为部分按级计税, 2011 年 9 月 1 日以前按日 3500 元为部分按级计税, 按级数相同的税率计税.

级数	全月应纳税所得额	税率 (%)
1	不超过 1500 元的部分	3
2	超过 1500 不超过 4500 元的部分	10
3	超过 4500 不超过 9000 元的部分	20

某职工 2011 年 8 月交个人所得税 248 元, 在收入不变的情况下, 2011 年 10 月该职工交个人所得税 1 元.

(4) 其中法文老师从《红楼梦》《平凡的世界》《红岩》《老人与海》4 本不同的名著中选出 3 本, 分别给三个同学去读, 其中《红楼梦》为必选. 则不同的分法共有

- (A) 6 种 (B) 12 种 (C) 18 种 (D) 24 种

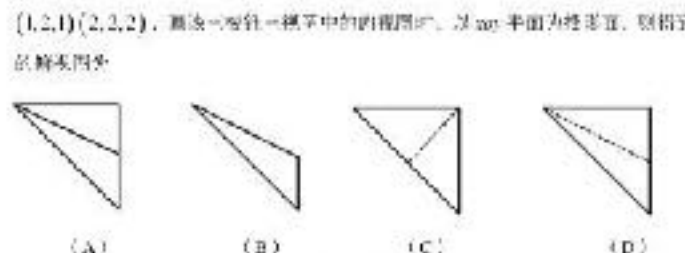
(5) 在平面直角坐标系 xOy 中, 圆 C 的极坐标方程为 $\begin{cases} \rho = \cos \theta \\ \rho = -1 - \sin \theta \end{cases}$ (θ 为实数). 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 则圆 C 的圆心的极坐标为

- (A) $(1, \frac{\pi}{2})$ (B) $(1, \pi)$
 (C) $(0, -1)$ (D) $(1, \frac{7}{2})$

(6) " $a > 0$ " 是 " $a - \frac{2}{a} \geq 2\sqrt{2}$ " 的

- (A) 充分的不必要条件 (B) 必要而不充分条件
 (C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

(7) 一个三棱锥的顶点在空间直角坐标系 $O-xyz$ 的坐标分别为 $(0, 0, 2)$, $(2, 2, 0)$, $(1, 2, 1)$, $(2, 2, 2)$, 则该三棱锥一棱在平面中的投影图, 以 xy 平面为投影面, 则投影图是



(8) 定义一个映射 $f: P(m, n) \rightarrow P(\sqrt{m}, \sqrt{n}) (m \geq 0, n \geq 0)$, 比如 $f(2, 4) \rightarrow P(\sqrt{2}, 2)$. 已知点 $A(2, 6)$ 和点 $B(6, 2)$, M 是线段 AB 上的动点, 点 M' 在映射 f 下的对应点为 M' , 则 M' 在线段 AB 上运动时, 点 M' 的轨迹为

- (A) 线段 (B) 圆的一部分
 (C) 椭圆的一部分 (D) 抛物线的一部分

三、解答题共 6 小题, 共 80 分. 解答应写出文字说明, 证明步骤或推理过程.

(15) (本小题 15 分)

已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{6}) (\omega > 0)$ 的图像与 x 轴的相邻两个交点之间的距离为 $\frac{\pi}{2}$.

(I) 求 ω 的值;

(II) 过函数 $g(x) = f(x) + 2\cos^2 x - 1$, 求 $g(x)$ 在 $[\pi, \frac{3\pi}{2}]$ 上的最大值和最小值.

(16) (本小题 13 分)

某中学高一、高二年级各有 8 个班, 学校调查了一个叫某学生的文学名著阅读量 (单位: 本), 并记录调查结果, 得到如下记录的茎叶图.

高一	高二
8 4	0 6
5 5 2	2 0 1 2 3
8 3	1 a
1	1

为帮助学生学习, 在高一、高二两个年级中, 学校随机调查高一、高二年级阅读量平均数大的班级命名为该年级的“书香班级”.

(I) 当 $a = 4$ 时, 记高一、高二的“书香班级”数为 ω , 高二年级的“书香班级”数为 ν , 比较 ω, ν 的大小关系;

(II) 若高一、高二 2 个年级中, 任意选取两个, 求这两个班级均是“书香班级”的概率;

(III) 若高二年级的“书香班级”数多于高一、高二的“书香班级”数, 求 a 的值. (只需求出结论)

房山区 2017 年高三一模试卷

高三数学（理）参考答案

一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	A	C	C	A	C	D	D

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

题号	9	10	11	12	13	14
答案	2	$\frac{\pi}{6}$	10	5	$\frac{5}{4}, \frac{1}{8}$	145

15. 解：(1) 由已知 $f(x)$ 图像与 x 轴的相邻的两个交点的距离为 $\frac{\pi}{2}$ ，

$$\text{得： } \frac{T}{2} = \frac{\pi}{2}, \quad \text{则 } T = \pi$$

$$\therefore T = \frac{2\pi}{|\omega|} = \pi$$

$$\therefore |\omega| = 2$$

$$\Theta \omega > 0$$

$$\therefore \omega = 2$$

.....5分

(2) 由 (1) 知： $f(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{3})$

$$\Theta g(x) = f(x) + 2\cos^2 x - 1$$

$$\therefore g(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{3}) + 2\cos^2 x - 1$$

$$= \sin 2x \cos \frac{\pi}{6} - \cos 2x \sin \frac{\pi}{6} + 2\cos^2 x - 1$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x - \frac{1}{2} \cos 2x + \cos 2x$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x + \frac{1}{2} \cos 2x$$

$$= \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\textcircled{3} 0 < x < \frac{\pi}{2}$$

$$\therefore 0 < 2x < \pi$$

$$\therefore \frac{\pi}{6} \leq 2x + \frac{\pi}{6} \leq \frac{7\pi}{6}$$

$$\therefore \text{当 } 2x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} \text{ 即 } x = \frac{\pi}{6} \text{ 时 } f(x) \text{ 取得最大值 } 1$$

$$\therefore \text{当 } 2x + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6} \text{ 即 } x = \frac{\pi}{2} \text{ 时 } f(x) \text{ 取得最小值 } -\frac{1}{2} \quad \dots\dots\dots 13 \text{ 分}$$

16. 解: (I) 当 $m = 4$ 时, 高二年级阅读量平均数为 **22.125**, 所以 $n = 3$,

高一阅读量平均数为 **24**, 所以 $m = 3$.

所以, $m = n$5 分

(II) 记“这两个班级均是“书香班级””为事件 A , 则

$$P(A) = \frac{3}{8} \times \frac{2}{7} = \frac{3}{28}$$

$$\text{或者 } P(A) = \frac{C_3^2}{C_8^2} = \frac{3}{28} \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

(3) a 的取值为 0, 1, 2. 13 分

17. (I) 证明: 因为 $CE = CD$, E 为 BD 中点, 所以 $CE \perp BD$. 所以 $C'E \perp ED$

因为面 $AED \perp$ 面 $BC'D$, 面 $ABD \cap$ 面 $BC'D = BD$

所以 $C'E \perp$ 面 ABC

因为 $FA \perp$ 面 APD , 所以 $C'E \parallel FA$

因为 $C'E \subset$ 面 $BC'D$, $FA \not\subset$ 面 $BC'D$, 所以 $FA \parallel$ 面 $BC'D$

.....5分

(II) 解: 因为 $C'E \perp$ 面 ABD , $AE, DE \subset$ 面 ABD , 所以 $C'E \perp AE$,

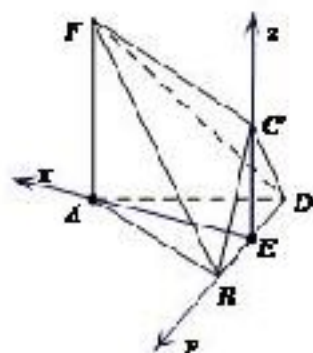
$C'E \perp DE$

因为菱形 $ABCD$, 所以 $AC \perp BD$ (图1中)

所以 $AE \perp DE$ (图2中), 以 E 为坐标原点, 分别以 EA ,

EB, EC' 为 x 轴、 y 轴、 z 轴, 建立空间直角坐标系, 如图所示.

$A(\sqrt{3}, 0, 0)$, $D(0, 1, 0)$, $B(0, 1, 0)$, $F(\sqrt{3}, 0, 2\sqrt{3})$, $C(0, 0, \sqrt{3})$, $E(0, 0, 0)$



因为 $C'E \perp$ 面 ABD , 所以面 ABD 的法向量为 $\vec{EC'} = (0, 0, \sqrt{3})$

设面 FBC' 的法向量为 $\vec{n} = (x, y, z)$, $\vec{C'F} = (\sqrt{3}, 0, \sqrt{3})$,

$\vec{BF} = (\sqrt{3}, 1, 2\sqrt{3})$

因为 $\vec{n} \perp \vec{C'F}, \vec{n} \perp \vec{BF}$ 所以 $\sqrt{3}x + \sqrt{3}z = 0$,

$\sqrt{3}x - y + 2\sqrt{3}z = 0$,

所以 $x = -z, y = \sqrt{3}z$. 所以 $\vec{n} = (-z, \sqrt{3}z, z)$, 设 $z=1$, 则

$\vec{n} = (-1, \sqrt{3}, 1)$

$$\text{所以 } \cos \langle \vec{n}, \vec{BC'} \rangle = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{BC'}|}{|\vec{n}| |\vec{BC'}|} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

□ 因此半面 $\triangle PDC'$ 与半面 FBC' 所成角为锐角，所以余弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$

10分

(II) 不存在

设 $M(x, y, z)$,

$$\vec{AM} = \lambda \vec{AD}, (0 \leq \lambda \leq 1) \text{ 所以 } (x - \sqrt{3}, y, z) = \lambda(-\sqrt{3}, -1, 0)$$

$$\text{所以 } M(\sqrt{3} - \sqrt{3}\lambda, -\lambda, 0), \text{ 所以 } \vec{CM} = (\sqrt{3} - \sqrt{3}\lambda - 2, -\lambda, -\sqrt{3})$$

$$\text{因为 } \vec{CM} \perp \text{面 } FBC', \text{ 所以 } \begin{cases} \sqrt{3} - \sqrt{3}\lambda - 2 = -\lambda \\ -1 = \sqrt{3} \end{cases} = \frac{\sqrt{3}}{1}, \lambda \text{ 无解.}$$

所以不存在符合条件的 M 点

4分

18. (1) $f(x) = 1 + ae^x$

因为 $f(x) = x + 1 + ae^x$, 在点 $(1, f(1))$ 处的切线平行于 z 轴,

$$\text{所以 } z = f'(1) = 1 + ae^1 = 0$$

$$\text{所以 } a = -\frac{1}{e}$$

.....4分

(2) 当 $a > 0$ 时, 令 $f'(x) > 0$ 恒成立, 所以函数无根值

$$\text{当 } a < 0 \text{ 时, 令 } f'(x) = 1 + ae^x = 0, \text{ 解得 } x = \ln\left(-\frac{1}{a}\right)$$

x	$(-\infty, \ln(-\frac{1}{a}))$	$\ln(-\frac{1}{a})$	$(\ln(-\frac{1}{a}), +\infty)$
$f'(x)$	+	0	-