县(市、区)________ 学校________ 姓名________ 考生号________ 考场号________ 座位号________

密 封 线 内 不 要 答 题

绝密★启用前

2018年普通高等学校招生全国统一考试
广东省理科数学模拟试卷(一)

注意事项:

1. 答题前,考生务必用0.5毫米黑色字迹签字笔将自己所在的县(市、区)、学校以及自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡和试卷的指定位置,并用2B铅笔在答题卡的“考生号”处填涂考生号.
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

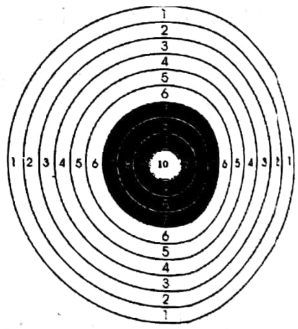
B 1. 已知集合 $A=\{x|-1<1-x<1\}$, $B=\{x|x^2<1\}$,则 $A\cap B=$

A. $\{x|-1<x<1\}$　B. $\{x|0<x<1\}$　C. $\{x|x<1\}$　D. $\{x|0<x<2\}$

C 2. 设复数 $z=a+4\mathrm{i}(a\in\mathbf{R})$,且 $(2-\mathrm{i})z$ 为纯虚数,则 $a=$

A. -1　B. 1　C. 2　D. -2

A 3. 右图为射击使用的靶子,靶中最小的圆的半径为1,靶中各圆的半径依次加1,在靶中随机取一点,则此点取自黑色部分(7环到9环)的概率是



A. $\dfrac{3}{20}$　B. $\dfrac{3\pi}{25}$

C. $\dfrac{3}{25}$　D. $\dfrac{\pi}{20}$

C 4. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f\left(\dfrac{x}{2}\right)=x^3-3x$,则函数 $f(x)$ 的图象在 $x=1$ 处的切线斜率为

A. 0　B. 9　C. 18　D. 27

B 5. 已知 F 是双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的一个焦点,点 F 到 C 的一条渐近线的距离为 $2a$,则双曲线 C 的离心率为

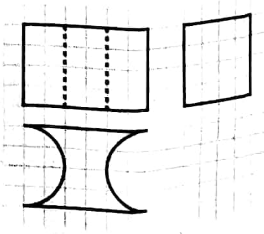
A. $2\sqrt{2}$　B. $\sqrt{3}$　C. $\sqrt{5}$　D. 2

A 6. $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)(1+2x)^5$ 的展开式中,x^3 的系数为

A. 120　B. 160

C. 100　D. 80

C 7. 如图,网格纸上的小正方形的边长为1,粗线画出的是某几何体的三视图,则该几何体的表面积为



A. $48+8\pi$　B. $96+8\pi$

C. $96+16\pi$　D. $48+16\pi$

C 8. 已知曲线 $C: y=\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$，则下列结论正确的是

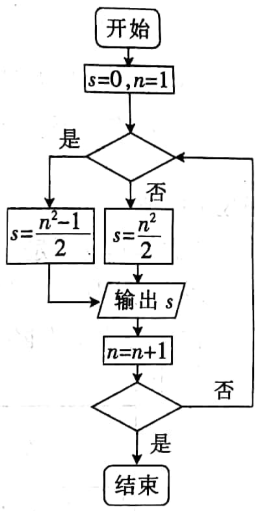
A. 把 C 向左平移 $\frac{5\pi}{12}$ 个单位长度，得到的曲线关于原点对称

B. 把 C 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，得到的曲线关于 y 轴对称

C. 把 C 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度，得到的曲线关于原点对称

D. 把 C 向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度，得到的曲线关于 y 轴对称

B 9. 大衍数列，来源于《乾坤谱》中对易传“大衍之数五十”的推论. 主要用于解释中国传统文化中的太极衍生原理. 数列中的每一项，都代表太极衍生过程中，曾经经历过的两仪数量总和，是中华传统文化中隐藏着的世界数学史上第一道数列题. 其规律是：偶数项是序号平方再除以 2，奇数项是序号平方减 1 再除以 2，其前 10 项依次是 0,2,4,8,12,18,24,32,40,50,…，如图所示的程序框图是为了得到大衍数列的前 100 项而设计的，那么在两个“◇”中，可以先后填入



A. n 是偶数，$n\geqslant 100$

B. n 是奇数，$n\geqslant 100$

C. n 是偶数，$n>100$

D. n 是奇数，$n>100$

A 10. 在△ABC 中，角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，若 $A=\frac{\pi}{3}$，且 $2b\sin B+2c\sin C=bc+\sqrt{3}a$，则△$ABC$ 的面积的最大值为

A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

A 11. 已知抛物线 $C: y^2=x$，M 为 x 轴负半轴上的动点，MA, MB 为抛物线的切线，A,B 分别为切点，则 $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}$ 的最小值为

A. $-\frac{1}{16}$　　B. $-\frac{1}{8}$　　C. $-\frac{1}{4}$　　D. $-\frac{1}{2}$

C 12. 设函数 $f(x)=\begin{cases}|2^{x+1}-2|, x\leqslant 2\\ x^2-11x+30, x>2\end{cases}$，若互不相等的实数 a,b,c,d 满足 $f(a)=f(b)=f(c)=f(d)$，则 $2^a+2^b+2^c+2^d$ 的取值范围是

A. $(64\sqrt{2}+2,146)$　　B. $(98,146)$　　C. $(64\sqrt{2}+2,266)$　　D. $(98,266)$

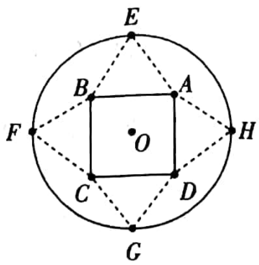
二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 已知单位向量 $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2$ 的夹角为 30°，则 $|\boldsymbol{e}_1-\sqrt{3}\boldsymbol{e}_2|=$ ▲ .

14. 设 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x-y\leqslant 6,\\ 4x+5y\leqslant 6,\\ 5x+4y\geqslant 3,\end{cases}$ 则 $z=x+y$ 的最大值为 ▲ .

15. 已知 $\sin 10°+m\cos 10°=2\cos 140°$，则 $m=$ ▲ .

16. 如图，圆形纸片的圆心为 O，半径为 6 cm，该纸片上的正方形 $ABCD$ 的中心为 O. E,F,G,H 为圆 O 上的点，$\triangle ABE,\triangle BCF,\triangle CDG,\triangle ADH$ 分别是以 AB,BC,CD,DA 为底边的等腰三角形. 沿虚线剪开后，分别以 AB,BC,CD,DA 为折痕折起 $\triangle ABE,\triangle BCF,\triangle CDG,\triangle ADH$，使得 E,F,G,H 重合，得到一个四棱锥. 当该四棱锥的侧面积是底面积的 2 倍时，该四棱锥的外接球的体积为___▲___.



三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每道试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

(一)必考题：共 60 分.

17. (12 分)

已知公差不为零的等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=5$，且 a_3,a_6,a_{11} 成等比数列.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2)设 $b_n=a_n\cdot 3^{n-1}$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n.

18. (12 分)

"微信运动"是一个类似计步数据库的公众帐号. 用户只需以运动手环或手机协处理器的运动数据为介，然后关注该公众号，就能看见自己与好友每日行走的步数，并在同一排行榜上得以体现. 现随机选取朋友圈中的 50 人，记录了他们某一天的走路步数，并将数据整理如下：

步数/步	0～3000	3001～6000	6001～8000	8001～10 000	10 000 以上
男性人数/人	1	2	7	15	5
女性人数/人	0	3	7	9	1

规定：人一天行走的步数超过 8000 步时被系统评定为"积极性"，否则为"懈怠性".

(1)以这 50 人这一天行走的步数的频率代替 1 人一天行走的步数发生的概率，记 X 表示随机抽取 3 人中被系统评为"积极性"的人数，求 $P(X\leqslant 2)$ 和 X 的数学期望.

(2)为调查评定系统的合理性，拟从这 50 人中先抽取 10 人(男性 6 人，女性 4 人).

其中男性中被系统评定为"积极性"的有 4 人，"懈怠性"的有 2 人，从中任意选取 3 人，记选到"积极性"的人数为 x；

其中女性中被系统评定为"积极性"和"懈怠性"的各有 2 人，从中任意选取 2 人，记选到"积极性"的人数为 y；

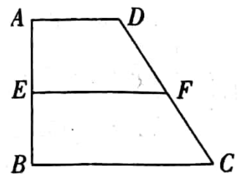
求 $x>y$ 的概率.

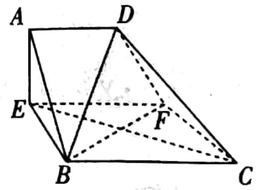
19. (12 分)

如图，在直角梯形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$AB\perp BC$，且 $BC=2AD=4$，E,F 分别为线段 AB，DC 的中点，沿 EF 把 $AEFD$ 折起，使 $AE\perp CF$，得到如下的立体图形.

(1)证明：平面 $AEFD\perp$ 平面 $EBCF$；

(2)若 $BD\perp EC$，求二面角 $F-BD-C$ 的余弦值.





20.（12 分）

$\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$　$a^2=b^2+c^2$　$4=3+1$

已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$，且 C 过点 $\left(1,\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

(1)求椭圆 C 的方程；

(2)若直线 l 与椭圆 C 交于 P,Q 两点（点 P,Q 均在第一象限），l 与 x 轴，y 轴分别交于 M,N 两点，且满足 $\frac{S^2_{\triangle PMO}+S^2_{\triangle QMO}}{S_{\triangle PMO}\cdot S_{\triangle QMO}}=\frac{S^2_{\triangle PNO}+S^2_{\triangle QNO}}{S_{\triangle PNO}\cdot S_{\triangle QNO}}$（其中 O 为坐标原点）. 证明：直线 l 的斜率为定值.

$f'(x)=(x-2)e^x+a(\ln x-x+1)$

$=[(1-2)+x]\cdot e^x+(\frac{1}{x}-x+1)+1$

21.（12 分）

已知函数 $f(x)=(x-2)e^x+a(\ln x-x+1)$.

(1)讨论 $f(x)$ 的导函数 $f'(x)$ 零点的个数；

(2)若函数 $f(x)$ 的最小值为 $-e$，求 a 的取值范围.

（二）选考题：共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做，则按所做的第一题计分.

22.［选修 4－4：坐标系与参数方程］（10 分）

在直角坐标系 xOy 中，圆 C_1：$(x-2)^2+(y-4)^2=20$，以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，C_2：$\theta=\frac{\pi}{3}(\rho\in\mathbf{R})$.

$x=\rho\cdot\cos\theta$　$\rho^2=x^2+y^2$

$y=\rho\cdot\sin\theta$

(1)求 C_1 的极坐标方程和 C_2 的平面直角坐标系方程；

(2)若直线 C_3 的极坐标方程为 $\theta=\frac{\pi}{6}(\rho\in\mathbf{R})$，设 C_2 与 C_1 的交点为 O、M，C_3 与 C_1 的交点为 O、N，求 $\triangle OMN$ 的面积.

$\cancel{C_2:\rho\cdot\cos\frac{\pi}{3}}$

$\cancel{\rho\cdot\sin\frac{\pi}{3}}$

23.［选修 4－5：不等式选讲］（10 分）

已知函数 $f(x)=3|x-a|+|3x+1|$，$g(x)=|4x-1|-|x+2|$.

(1)求不等式 $g(x)<6$ 的解集；

(2)若存在 $x_1,x_2\in\mathbf{R}$，使得 $f(x_1)$ 和 $g(x_2)$ 互为相反数，求 a 的取值范围.

$\rho^2=x^2+y^2$

$\rho^2=\rho^2\cdot\cos\theta^2+\rho^2$

$1=\cos^2\theta+\sin\theta$

$=\frac{\pi}{3}$

密 封 线 内 不 要 答 题