

2018 年普通高等学校招生全国统一考试 广东省文科数学模拟试卷(一)

注意事项:

1. 答题前,考生务必用 0.5 毫米黑色字迹签字笔将自己所在的县(市、区)、学校以及自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡和试卷的指定位置,并用 2B 铅笔在答题卡的“考生号”处填涂考生号.
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号. 回答非选择题时,将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 若复数 z 满足 $(1+i)z=1$, 则复数 z 的虚部为

A. $\frac{1}{2}i$

B. $\frac{1}{2}$

C. $-\frac{1}{2}i$

D. $-\frac{1}{2}$

2. 已知集合 $A=\{x|x>0\}$, $B=\{x|x^2<1\}$, 则 $A\cup B=$

A. $(0, +\infty)$

B. $(0, 1)$

C. $(-1, +\infty)$

D. $(-1, 0)$

3. “常数 m 是 2 与 8 的等比中项”是“ $m=4$ ”的

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

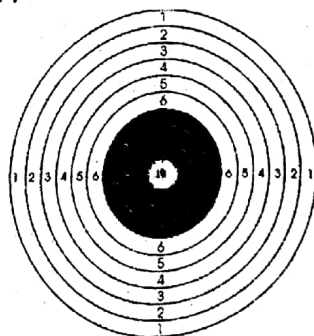
4. 右图为射击使用的靶子, 靶中最小的圆的半径为 1, 靶中各圆的半径依次加 1, 在靶中随机取一点, 则此点取自黑色部分(7 环到 9 环)的概率是

A. $\frac{3}{20}$

B. $\frac{3\pi}{25}$

C. $\frac{3}{25}$

D. $\frac{\pi}{20}$



5. 已知 F 是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a>0, b>0)$ 的一个焦点, 点 F 到 C 的一条渐近线的距离为 $2a$, 则双曲线 C 的离心率为

A. $2\sqrt{2}$

B. $\sqrt{3}$

C. $\sqrt{5}$

D. 2

6. 等差数列 $\log_3(2x), \log_3(3x), \log_3(4x+2), \dots$ 的第四项等于

A. 3

B. 4

C. $\log_3 18$

D. $\log_3 24$

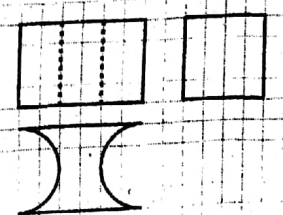
7. 如图, 网格纸上的小正方形的边长为 1, 粗线画出的是某几何体的三视图, 则该几何体的表面积为

A. $48+8\pi$

B. $96+8\pi$

C. $96+16\pi$

D. $48+16\pi$

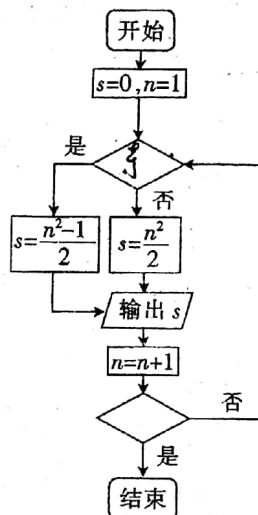


B 8. 已知曲线 $C: y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$, 则下列结论正确的是

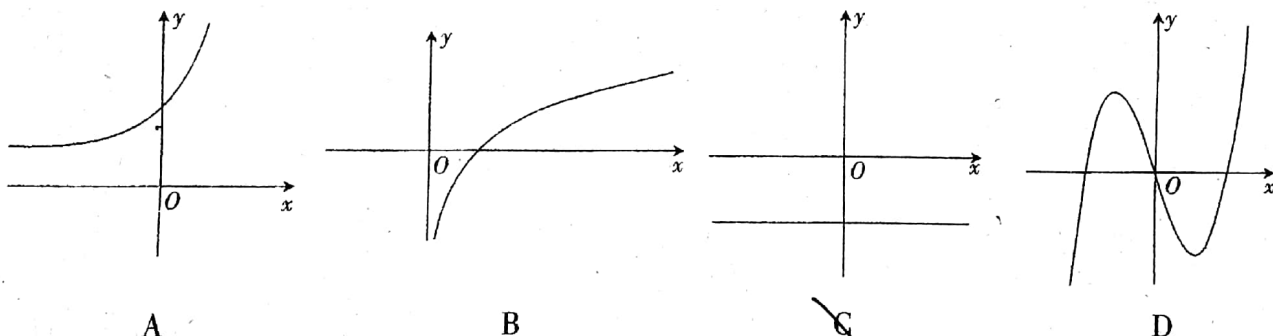
- A. 把 C 向左平移 $\frac{5\pi}{12}$ 个单位长度, 得到的曲线关于原点对称
- B. 把 C 向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度, 得到的曲线关于 y 轴对称
- C. 把 C 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度, 得到的曲线关于原点对称
- D. 把 C 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 得到的曲线关于 y 轴对称

9. 大衍数列, 来源于《乾坤谱》中对易传“大衍之数五十”的推论. 主要用于解释中国传统文化中的太极衍生原理. 数列中的每一项, 都代表太极衍生过程中, 曾经经历过的两仪数量总和, 是中华传统文化中隐藏着的世界数学史上第一道数列题. 其规律是: 偶数项是序号平方再除以 2, 奇数项是序号平方减 1 再除以 2, 其前 10 项依次是 0, 2, 4, 8, 12, 18, 24, 32, 40, 50, ..., 如图所示的程序框图是为了得到大衍数列的前 100 项而设计的, 那么在两个“ \diamond ”中, 可以先后填入

- A. n 是偶数, $n \geq 100$
- B. n 是奇数, $n \geq 100$
- C. n 是偶数, $n > 100$
- D. n 是奇数, $n > 100$



B 10. 已知函数 $\frac{f(x)}{e^x}$ 在其定义域上单调递减, 则函数 $f(x)$ 的图象可能是



11. 已知抛物线 $C: y^2 = x$, M 为 x 轴负半轴上的动点, MA, MB 为抛物线的切线, A, B 分别为切点, 则 $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$ 的最小值为

- A. $-\frac{1}{4}$
- B. $-\frac{1}{8}$
- C. $-\frac{1}{16}$
- D. $-\frac{1}{2}$

12. 设函数 $f(x) = \begin{cases} |2^x - 1|, & x \leq 2 \\ -x + 5, & x > 2 \end{cases}$, 若互不相等的实数 a, b, c 满足 $f(a) = f(b) = f(c)$, 则 $2^a + 2^b + 2^c$ 的取值范围是

- A. (16, 32)
- B. (18, 34)
- C. (17, 35)
- D. (6, 7)

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

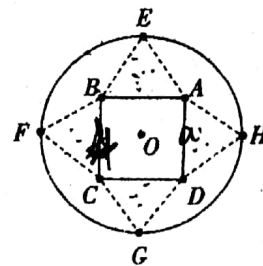
13. 已知单位向量 e_1, e_2 的夹角为 30° , 则 $|e_1 - \sqrt{3}e_2| = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

14. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y \leq 6, \\ 4x + 5y \leq 6, \\ 5x + 4y \geq 3, \end{cases}$ 则 $z = x + y$ 的最大值为 $\underline{\quad \blacktriangle 2 \quad}$.



15. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_n = \frac{3}{2}n^2 + \frac{1}{2}n$, 则 $a_5 = 14$ ▲

16. 如图, 圆形纸片的圆心为 O , 半径为 6 cm, 该纸片上的正方形 $ABCD$ 的中心为 O . E, F, G, H 为圆 O 上的点, $\triangle ABE, \triangle BCF, \triangle CDG, \triangle ADH$ 分别是以 AB, BC, CD, DA 为底边的等腰三角形. 沿虚线剪开后, 分别以 AB, BC, CD, DA 为折痕折起 $\triangle ABE, \triangle BCF, \triangle CDG, \triangle ADH$, 使得 E, F, G, H 重合, 得到一个四棱锥. 当该四棱锥的侧面积是底面积的 2 倍时, 该四棱锥的外接球的体积为 ▲

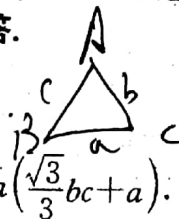


三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每道试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $b^2 + c^2 = a(\frac{\sqrt{3}}{3}bc + a)$.



(1) 证明: $a = 2\sqrt{3}\cos A$;

(2) 若 $A = \frac{\pi}{3}, B = \frac{\pi}{6}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. (12 分)

“微信运动”是一个类似计步数据库的公众帐号. 用户只需以运动手环或手机协处理器的运动数据为介, 然后关注该公众号, 就能看见自己与好友每日行走的步数, 并在同一排行榜上得以体现. 现随机选取朋友圈中的 50 人, 记录了他们某一天的走路步数, 并将数据整理如下:

步数/步	0~3000	3001~6000	6001~8000	8001~10 000	10 000 以上
男性人数/人	1	2	7	15	5
女性人数/人	0	3	5	9	3

规定: 人一天行走的步数超过 8000 步时被系统评定为“积极性”, 否则为“懈怠性”.

(1) 填写下面列联表(单位: 人), 并根据列联表判断是否有 90% 的把握认为“评定类型与性别有关”;

	积极性	懈怠性	总计
男	20 a	10 b	30
女	12 c	8 d	20
总计	32	18	50

$$50 \left(\frac{160 - 120}{160} \right)^2 = 50 \left(\frac{20}{160} \right)^2 = 50 \times \frac{4}{16} = 12.5$$

$$30 \times \frac{20}{160} \times \frac{32}{160} = 3.75$$

附:

$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.010	0.005	0.001
k_0	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

$$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)} = \frac{50(20 \times 8 - 10 \times 12)^2}{(30+10)(12+8)(20+12)(32+18)} = 3.75$$

(2) 为了进一步了解“懈怠性”人群中每个人的生活习惯, 从步行数在 3001~6000 的人群中再随机抽取 3 人, 求选中的人中男性人数超过女性人数的概率.

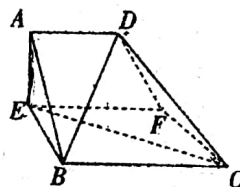
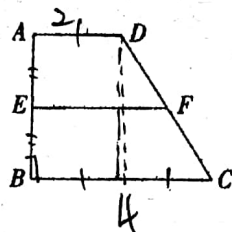


19. (12分)

如图,在直角梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB \perp BC$, 且 $BC = 2AD = 4$, E, F 分别为线段 AB, DC 的中点,沿 EF 把 $AEFD$ 折起,使 $AE \perp CF$,得到如下的立体图形.

(1)证明:平面 $AEFD \perp$ 平面 $EBCF$;

(2)若 $BD \perp EC$,求点 F 到平面 $ABCD$ 的距离.



20. (12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 且 C 过点 $(1, \frac{\sqrt{3}}{2})$.

(1)求椭圆 C 的方程;

(2)若直线 l 与椭圆 C 交于 P, Q 两点(点 P, Q 均在第一象限), 且直线 OP, l, OQ 的斜率成等比数列, 证明: 直线 l 的斜率为定值.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = e^x - x^2 - ax$.

(1)证明: 当 $a \leq 2 - 2\ln 2$ 时, 函数 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上是单调函数;

(2)当 $x > 0$ 时, $f(x) \geq 1 - x$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

(二)选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系 xOy 中, 圆 $C_1: (x-2)^2 + (y-4)^2 = 20$, 以坐标原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, $C_2: \theta = \frac{\pi}{3} (\rho \in \mathbf{R})$.

(1)求 C_1 的极坐标方程和 C_2 的平面直角坐标系方程;

(2)若直线 C_3 的极坐标方程为 $\theta = \frac{\pi}{6} (\rho \in \mathbf{R})$, 设 C_2 与 C_1 的交点为 O, M , C_3 与 C_1 的交点为 O, N , 求 $\triangle OMN$ 的面积.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10分)

已知函数 $f(x) = 3|x-a| + |3x+1|$, $g(x) = |4x-1| - |x+2|$.

(1)求不等式 $g(x) < 6$ 的解集;

(2)若存在 $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$, 使得 $f(x_1)$ 和 $g(x_2)$ 互为相反数, 求 a 的取值范围.

