

2016 学年嘉定区九年级第二次质量调研

数学试卷

(满分 150 分, 考试时间 100 分钟) (2017.4)

同学们注意: 1. 本试卷含三个大题, 共 25 题;

2. 答题时, 同学们务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;

3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 如果 a 表示不为 0 的任意一个实数, 那么下列四个算式中, 正确的是…………… ()

- (A) $3a^3 - 2a^2 = a$; (B) $a^3 \cdot a^{\frac{1}{3}} = a$; (C) $a^3 \div a^2 = a$;
(D) $(a^2)^{\frac{1}{2}} = a$.

2. 在解答“一元二次方程 $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x + a = 0$ 的根的判别式为_____”的过程中, 某班同学的作业中出现了下面几种答案, 其中正确的答案是…………… ()

- (A) $\frac{1}{4} - 2a \geq 0$; (B) $\frac{1}{4} - 2a$; (C) $1 - 8a \geq 0$; (D) $1 - 8a$.

3. 如果函数 $y = ax^2 + 2x + 1$ 的图像不经过第四象限, 那么实数 a 的取值范围为…………… ()

- (A) $a < 0$; (B) $a = 0$; (C) $a > 0$; (D) $a \geq 0$.

4. 从概率统计的角度解读下列诗词所描述的事件, 其中属于确定事件的是…………… ()

- (A) 黄梅时节家家雨, 青草池塘处处蛙; (B) 人间四月芳菲尽, 山寺桃花始盛开;
(C) 水面上秤锤浮, 直待黄河彻底枯; (D) 一夜北风紧, 开门雪尚飘.

5. 已知 $\odot A$ 的半径长为 2, $\odot B$ 的半径长为 5, 如果 $\odot A$ 与 $\odot B$ 内含, 那么圆心距 AB 的长度可以为…………… ()

- (A) 0; (B) 3; (C) 6; (D) 9.

6. 将两个底边相等的等腰三角形按照图 1 所示的方式拼接在一起 (隐藏互相重合的底边) 的图形俗称为“箏形”. 假如“箏形”下个定义, 那么下面四种说法中, 你认为最能够描述“箏形”特征的是…………… ()

- (A) 有两组邻边相等的四边形称为“箏形”;
(B) 有两组对角分别相等的四边形称为“箏形”;

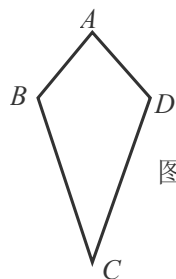


图 1

(C) 两条对角线互相垂直的四边形称为“筝形”;

(D) 以一条对角线所在直线为对称轴的四边形称为“筝形”.

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

【请直接将结果填入答题纸的相应位置】

7. 计算: $(\frac{1}{2})^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 已知 $\sqrt{3} \approx 1.73$, 那么 $\frac{1}{\sqrt{3}} \approx \underline{\hspace{2cm}}$ (保留两个有效数字).

9. 不等式组 $\begin{cases} 2x < 3, \\ x+1 > 0 \end{cases}$ 的解集是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

10. 方程 $\sqrt{x+2} = x$ 的实数解是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

11. 已知点 $A(x_1, y_1)$ 、点 $B(x_2, y_2)$ 在反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 的图像上. 如果 $x_1 < 0 < x_2$, 那么 y_1 与 y_2 的大小关系为: $y_1 \underline{\hspace{1cm}} y_2$ (从“<”、“=”、“>”中选择).

12. 某校学生综合素质评价方案中有这样一段话: “学生自评、同学互评与班级评定小组评价在学生综合素质评价中所占的权重分别为 10%、30%、60%”. 如果甄聪明同学的自评分数、同学互评分数、班级评定小组给出的分数分别为 96 分、95 分、95 分, 那么甄聪明同学的综合素质评价分数为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 分.

13. 一名射击运动员连续打靶 9 次, 假如他打靶命中环数的情况如图 2 所示, 那么该射击运动员本次打靶命中环数的中位数为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 环.

14. 如果非零向量 \vec{a} 与向量 \vec{b} 的方向相反, 且 $2|\vec{a}| = 3|\vec{b}|$, 那么向量 \vec{a} 为 $\underline{\hspace{2cm}}$ (用向量 \vec{b} 表示).

15. 从山底 A 点测得位于山顶 B 点的仰角为 30° , 那么从 B 点测得 A 点的俯角为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 度.

16. 已知扇形的弧长为 8, 如果该扇形的半径长为 2, 那么这个扇形的面积为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

17. 命题“相等的角不一定是对顶角”是 $\underline{\hspace{1cm}}$ 命题 (从“真”或“假”中选择).

18. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = 10$, $\cos A = \frac{3}{5}$ (如图 3), 将 $\triangle ABC$ 绕着点 C 旋转, 点 A 、 B 的对应点分别记为 A' 、 B' , $A'B'$ 与边 AB 相交于点 E . 如果 $A'B' \perp AC$, 那么线段 $B'E$ 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

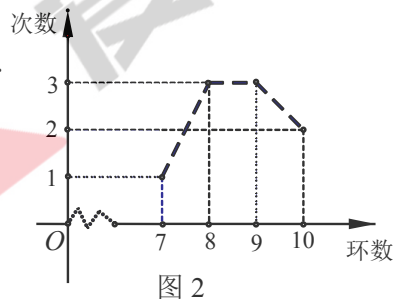


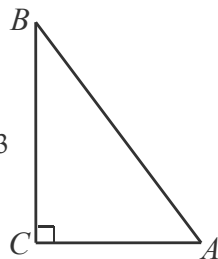
图 2

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (本题满分 10 分)

先化简, 再求值: $\frac{4}{x^2-4} + \frac{2}{x+2} - \frac{1}{x-2}$, 其中 $x = \sqrt{2}$.

图 3



20. (本题满分 10 分)

解方程组：

$$\begin{cases} x - y = 2, \\ x^2 - 2xy - 3y^2 = 0. \end{cases}$$

21. (本题满分 10 分, 每小题 5 分)

将大小相同, 形状也相同的三个菱形按照图 4 的方式拼接在一起(其中, 点 B 、 C 、 F 、 G 在同一条直线上), $AB = 3$. 联结 AG , AG 与 EF 相交于点 P .

- (1) 求线段 EP 的长;
- (2) 如果 $\angle B = 60^\circ$, 求 $\triangle APE$ 的面积.

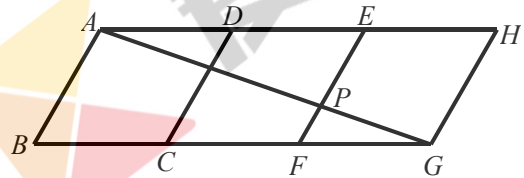


图 4

22. (本题满分 10 分, 第 (1) 小题 6 分; 第 (2) 小题 4 分)

某种型号的家用车在高速公路上匀速行驶时, 测得部分数据如下表:

行驶路程 x (千米)	...	100	150	...
油箱内剩余油量 y (升)	...	52	48	...

- (1) 如果该车的油箱内剩余油量 y (升) 与行驶路程 x (千米) 之间是一次函数关系, 求 y 关于 x 的函数解析式 (不需要写出它的定义域);
- (2) 张老师租赁该型号的家用车也在该高速公路的相同路段以相同的速度匀速行驶 300 千米 (不考虑小轿车载客的人数以及堵车等因素). 假如不在高速公路上的服务区加油, 那么在上高速公路之前, 张老师这辆车的油箱内至少需要有多少升汽油? 请根据题目中提供的相关信息简要说明理由.

23. (本题满分 12 分, 每小题 6 分)

已知: 正方形 $ABCD$, 点 E 在边 CD 上, 点 F 在线段 BE 的延长线上, 且 $\angle FCE = \angle CBE$.

- (1) 如图 5, 当点 E 为 CD 边的中点时, 求证: $CF = 2EF$;
- (2) 如图 6, 当点 F 位于线段 AD 的延长线上, 求证: $\frac{EF}{BE} = \frac{DE}{DF}$.

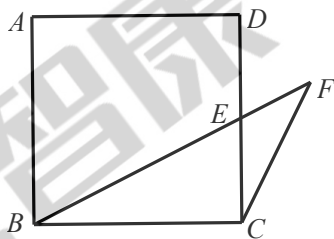


图 5

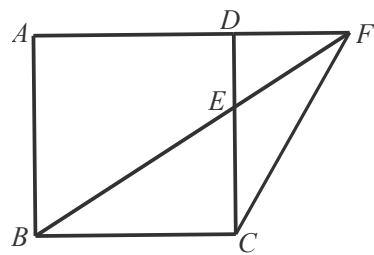


图 6

24. (本题满分 12 分, 每小题 4 分)

在平面直角坐标系 xOy (如图 7) 中, 已知点 A 的坐标为 $(3,1)$, 点 B 的坐标为 $(6,5)$, 点 C 的坐标为 $(0,5)$; 某二次函数的图像经过点 A 、点 B 与点 C .

- (1) 求这个二次函数的解析式;
- (2) 假如点 Q 在该函数图像的对称轴上, 且 $\triangle ACQ$ 是等腰三角形, 直接写出点 Q 的坐标;
- (3) 如果第一象限内的点 P 在 (1) 中求出的二次函数的图像上, 且 $\tan \angle PCA = \frac{1}{2}$, 求 $\angle PCB$ 的正弦值.

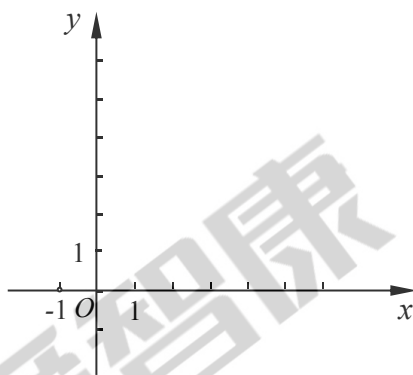


图 7

25. (满分 14 分, 第 (1) 小题 5 分, 第 (2) 小题 5 分, 第 (3) 小题 4 分)

已知: $AB = 8$, $\odot O$ 经过点 A 、 B . 以 AB 为一边画平行四边形 $ABCD$, 另一边 CD 经过点 O (如图 8). 以点 B 为圆心, BC 为半径画弧, 交线段 OC 于点 E (点 E 不与点 O 、点 C 重合).

- (1) 求证: $OD = OE$;
- (2) 如果 $\odot O$ 的半径长为 5 (如图 9), 设 $OD = x$, $BC = y$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出它的定义域;
- (3) 如果 $\odot O$ 的半径长为 5, 联结 AC , 当 $BE \perp AC$ 时, 求 OD 的长.

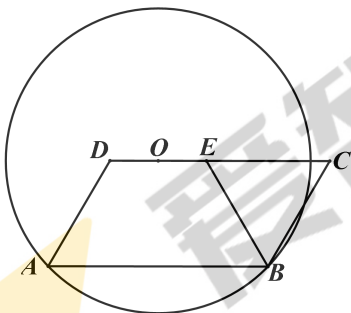


图 8

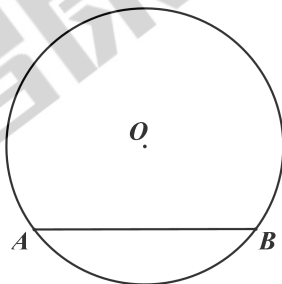
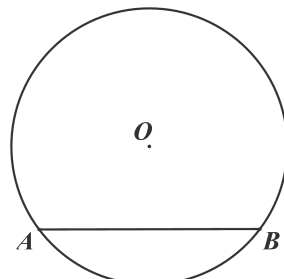


图 9



备用图

2016 学年嘉定区九年级第二次质量调研

数学试卷参考答案

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)

1、C； 2、B； 3、D； 4、C； 5、A； 6、D.

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)

7、2； 8、0.58； 9、 $-1 < x < \frac{3}{2}$ ； 10、 $x = 2$ ； 11、 $>$ ； 12、95.1； 13、9 环； 14、 $\vec{a} = -\frac{3}{2}\vec{b}$ ；

15、 30° ； 16、8； 17、真命题； 18、 $\frac{24}{5}$.

三、解答题：(本大题共 7 题，满分 78 分)

19. (本题满分 10 分)

解：
$$\frac{4}{x^2-4} + \frac{2}{x+2} - \frac{1}{x-2} = \frac{4}{(x+2)(x-2)} + \frac{2(x-2)}{(x+2)(x-2)} - \frac{x+2}{(x+2)(x-2)} \dots\dots 3 \text{分}$$
$$= \frac{4+2x-4-x-2}{(x+2)(x-2)} = \frac{(x-2)}{(x+2)(x-2)} = \frac{1}{x+2} \dots\dots 2+2+1 \text{分}$$

当 $x = \sqrt{2}$ 时，原式 $= \frac{1}{2+\sqrt{2}} = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \dots\dots 2 \text{分}$

20. (本题满分 10 分)

解： $x^2 - 2xy - 3y^2 = 0$ 可以化为： $(x - 3y)(x + y) = 0$,

所以： $x - 3y = 0$ 或 $x + y = 0$. $\dots\dots 2 \text{分}$

原方程组可以化为： $\begin{cases} x - y = 2, \\ x - 3y = 0 \end{cases}$ (I) 与 $\begin{cases} x - y = 2, \\ x + y = 0 \end{cases}$ (II) $\dots\dots 2 \text{分}$

解 (I) 得 $\begin{cases} x = 3, \\ y = 1 \end{cases}$ ； 解 (II) 得 $\begin{cases} x = 1, \\ y = -1 \end{cases}$ $\dots\dots 2+2 \text{分}$

所以，原方程组的解为： $\begin{cases} x_1 = 3, \\ y_1 = 1; \end{cases}$ 与 $\begin{cases} x_2 = 1, \\ y_2 = -1. \end{cases}$ $\dots\dots 2 \text{分}$

21. (本题满分 10 分，每小题 5 分)

解：(1) 由题意得四边形 $ABGH$ 、 $ABFE$ 是平行四边形. $\dots\dots 1 \text{分}$

$\therefore AE \parallel FG$. $\dots\dots 1 \text{分}$

$\therefore \frac{EP}{FP} = \frac{AE}{FG}$. $\dots\dots 1 \text{分}$

将 $AE = 6$, $FG = 3$ 代入, 得 $\frac{EP}{FP} = 2$, 即 $\frac{EP}{EF} = \frac{2}{3}$ 1 分

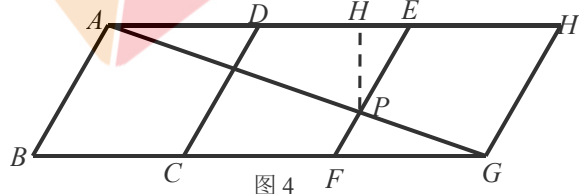
又 \because 四边形 $ABFE$ 是平行四边形, $AB = 3$, $\therefore EF = AB = 3 \therefore EP = 2$ 1 分

(2) 过点 P 作 $PH \perp AE$, 垂足为 H (如图 4) 1 分

\because 四边形 $ABFE$ 是平行四边形, $\angle B = 60^\circ$, $\therefore \angle PEH = \angle B = 60^\circ$ 1 分
在 $\text{Rt}\triangle PEH$ 中, $\angle PHE = 90^\circ$, $\angle PEH = 60^\circ$, $EP = 2$,

$$\therefore PH = EP \cdot \sin 60^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore \triangle APE \text{ 的面积为 } \frac{1}{2} AE \cdot PH = \frac{1}{2} \times 6 \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$



22. (本题满分 10 分)

解: (1) 设油箱内剩余油量 y (升) 与行驶路程 x (千米) 之间的函数

关系式为 $y = kx + b$ 1 分

分别将 $x = 100$, $y = 52$; $x = 150$, $y = 48$ 代入上式, 得 $\begin{cases} 100k + b = 52, \\ 150k + b = 48. \end{cases}$ 2 分

$$\text{解得: } \begin{cases} k = -\frac{2}{25}, \\ b = 60. \end{cases} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

\therefore 所求的函数关系式为 $y = -\frac{2}{25}x + 60$ 1 分

(2) 方法 1: 由题意可得, 该型号的汽车在该路段行驶时, 每行驶 100 耗油 8 升. \therefore 2 分
设行驶 300 公里时需要耗油 x 升, 可得 $300:100 = x:8$, 解得 $x = 24$ 升. 1 分

方法 2: 将 $x = 300$ 代入 $y = -\frac{2}{25}x + 60$, 得 $y = 36$ 2 分

$$60 - 36 = 24 \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

答: 张老师的这辆车的油箱内至少需要有 24 升汽油. 1 分

备注: 学生若是在得到 24 升油的基础上又考虑了其它因素 (如离开高速公路之后还需要再行驶一段路程才可以抵达目的地 (或寻找到加油站), 因此给出了大于 24 升油的其它数据, 只要能够自圆其说, 且符合生活实际情况, 那么可以酌情评分.

23. (本题满分 12 分, 每小题 6 分)

(1) 证明: \because 四边形 $ABCD$ 是正方形, $\therefore CD = BC$ 1 分

\because 点 E 为 CD 边的中点, $\therefore CE = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}BC$ 1 分

$\because \angle FCD = \angle CBE$, $\angle F = \angle F$, $\therefore \triangle FCE \sim \triangle FBC$ 2 分

$$\therefore \frac{EF}{CF} = \frac{CE}{BC} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

又 $\because CE = \frac{1}{2}BC$, $\therefore \frac{EF}{CF} = \frac{1}{2}$. 即 $CF = 2EF$ 1分

(2) \because 四边形 $ABCD$ 是正方形, $\therefore DE \parallel AB$, $AD \parallel BC$, $AD = CD$ 1分

\because 点 F 位于线段 AD 的延长线上, $DE \parallel AB$, $\therefore \frac{EF}{BE} = \frac{DF}{AD}$ 1分

又 $\because AD = CD$, $\therefore \frac{EF}{BE} = \frac{DF}{CD}$. (1) 1分

$\because AF \parallel BC$, $\therefore \angle DFE = \angle CBE$.

又 $\because \angle DCF = \angle CBE$, $\therefore \angle DFE = \angle DCF$ 1分

又 $\because \angle FDE = \angle CDF$, $\therefore \triangle FDE \sim \triangle CDF$ 1分

$\therefore \frac{DE}{DF} = \frac{DF}{CD}$ (2). 由 (1)、(2) 得 $\frac{EF}{BE} = \frac{DE}{DF}$ 1分

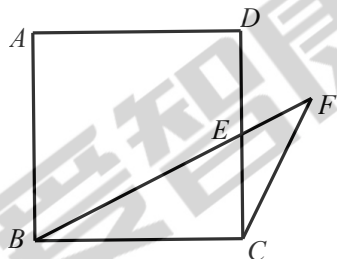


图 5

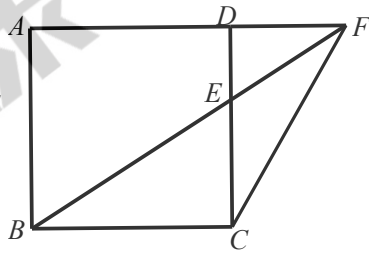


图 6

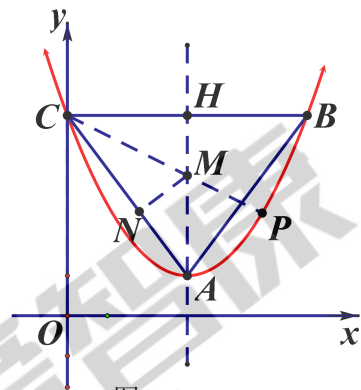


图 7-1

24. (本题满分 12 分, 每小题 4 分)

解: (1) 设所求二次函数的解析式为 $y = ax^2 + bx + c$, 将 $A(3, 1)$ 、 $B(6, 5)$ 、 $C(0, 5)$

代入, 得 $\begin{cases} 9a + 3b + c = 1, \\ 36a + 6b + c = 5, \\ c = 5. \end{cases}$ 解得 $a = \frac{4}{9}$, $b = -\frac{8}{3}$, $c = 5$ 3分

所以, 这个二次函数的解析式为 $y = \frac{4}{9}x^2 - \frac{8}{3}x + 5$ 1分

(2) $Q_1(3, 6)$, $Q_2(3, -4)$, $Q_3(3, 9)$, $Q_4(3, \frac{25}{8})$ 4分

(3) 由题意得, 该二次函数图像的对称轴为直线 $x = 3$ 1分

联结 PC 交直线 $x = 3$ 于点 M , 过点 M 作 $MN \perp AC$, 垂足为 N (图 7-1).

将直线 $x = 3$ 与 BC 的交点记为 H , 易得 $CH = 3$, $AH = 4$, $AC = 5$.

$\therefore \sin \angle CAH = \frac{CH}{CA} = \frac{3}{5}$ 1分

故可设 $MN = 3k$, 则 $AM = 5k$, $AN = 4k$. 又 $\because \tan \angle PCA = \frac{1}{2}$, 则 $CN = 6k$.

由题意得方程: $4k + 6k = 5$. 解得 $k = \frac{1}{2}$, $AM = \frac{5}{2}$, $MH = 4 - \frac{5}{2} = \frac{3}{2}$ 1分

$$\therefore CM = \sqrt{3^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{3}{2}\sqrt{5} \therefore \sin \angle PCB = \frac{MH}{CM} = \frac{\sqrt{5}}{5} \dots\dots\dots 1 \text{分}$$

25. (满分 14 分, 第 (1) 小题 5 分, 第 (2) 小题 5 分, 第 (3) 小题 4 分)

解: (1) 联结 OA 、 OB (如图 8-1), 易得 $OA = OB$, $\angle OAB = \angle OBA$ 1 分

\therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $\therefore AB \parallel CD$, $AD = BC$.

$\therefore BE = BC$, $AD = BC$, $\therefore AD = BE$ 1 分

又 $\therefore AB \parallel CD$, \therefore 四边形 $ABED$ 是等腰梯形. $\therefore \angle DAB = \angle EBA$ 1 分

又 $\therefore \angle OAB = \angle OBA$, $\therefore \angle DAB - \angle OAB = \angle EBA - \angle OBA$.

即 $\angle OAD = \angle OBE$ 1 分

在 $\triangle AOD$ 和 $\triangle BOE$ 中, $\therefore OA = OB$, $\angle OAD = \angle OBE$, $AD = BE$,

$\therefore \triangle AOD \cong \triangle BOE$. $\therefore OD = OE$ 1 分

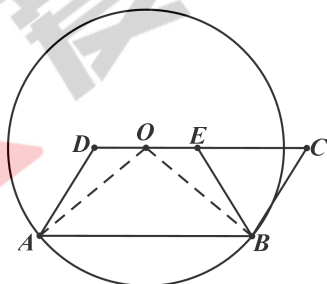


图 8-1

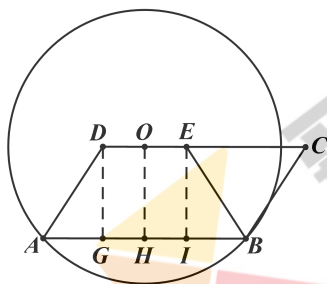


图 8-2

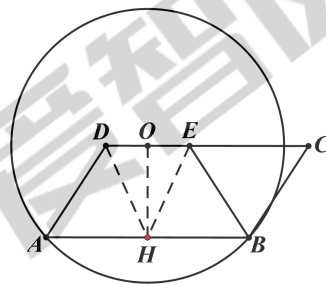


图 8-3

方法 2: $\therefore \angle ADE = \angle BED$, $\angle DAO = \angle EBO$, $AD = BE$, $\therefore \triangle AOD \cong \triangle BOE$

方法 3: $\therefore \angle ADE = \angle BED$, $\angle DAO = \angle EBO$, $OA = OB$, $\therefore \triangle AOD \cong \triangle BOE$

方法 4: 如图 8-2, 过点 O 作 $OH \perp AB$, 过点 D 作 $DG \perp AB$, 过点 E 作 $EI \perp AB$

方法 5: 如图 8-3, 过点 O 作 $OH \perp AB$, 垂足为 H , 联结 DH 、 EH

(2) 方法 1: 如图 9-1, 过点 O 作 $OH \perp AB$, 垂足为 H , 过点 D 作 $DG \perp AB$, 垂足为 G .

联结 OB , $OH = 3$, $AH = BH = 4$, 得 1 分; 得到 $DG = OH = 3$, 得 2 分; 在 $\text{Rt}\triangle ADG$ 中, 写出 $AG = 4 - x$, $AD = BC = y$, 得 1 分; 利用 $AD^2 = DG^2 + AG^2$ 得到

$y = \sqrt{x^2 - 8x + 25}$, 得 1 分, 函数定义域 $0 < x < 4$, 得 1 分. 方法 2、方法 3 见评分细则.

(3) 如图 10-1, 过点 O 作 $OM \perp AC$, 交 AC 于点 M , 交 AB 于点 N . 证明四边形 $ONBE$ 是平行四边形, 得 1 分; 利用 $BN = OE = OD$, $AB = CD$ 得到 $OC = AN$, 得 1 分; 利用 $\triangle AMN \cong \triangle CMO$ 或 $\frac{AM}{CM} = \frac{AN}{CO}$ 得到 $AM = CN$, 进而得到 OM 是 AC 的垂直平分线,

$OC = OA = 5$, 得 1 分; 利用 $CD = AB = 8$, $OC = 5$ 得到 $OD = 3$, 得 1 分.

方法 2. 如图 10-2; 方法 3: 如图 10-3; 方法 4 (利用圆周角, 略).

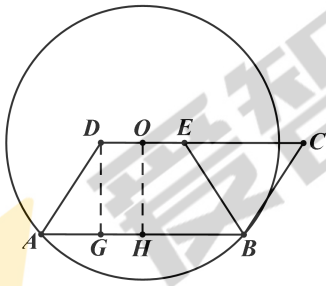


图 9-1

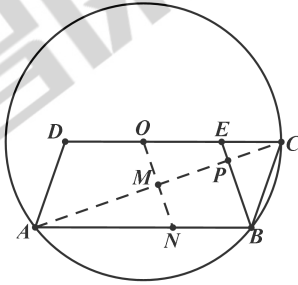


图 10-1

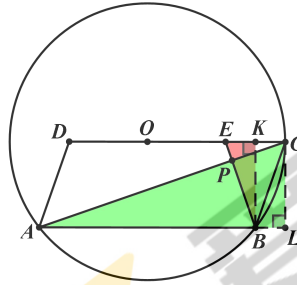


图 10-2

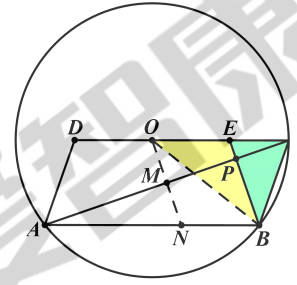


图 10-3