

## 2017 年江苏省淮安市中考数学试卷答案

一、选择题：本大题共 8 个小题，每小题 3 分，共 24 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. -2 的相反数是 ( )

- A. 2    B. -2    C.  $\frac{1}{2}$     D.  $-\frac{1}{2}$

【答案】A.

试题分析：只有符号不同的两个数互为相反数，由此可得 -2 的相反数是 2. 故选 A.

考点：相反数.

2. 2016 年某市用于资助贫困学生的助学金总额是 9680000 元，将 9680000 用科学记数法表示为 ( )

- A.  $96.8 \times 10^5$     B.  $9.68 \times 10^6$     C.  $9.68 \times 10^7$     D.  $0.968 \times 10^8$

【答案】B.

试题分析：科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式，其中  $1 \leq |a| < 10$ ，n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值  $> 1$  时，n 是正数；当原数的绝对值  $< 1$  时，n 是负数. 所以将 9680000 用科学记数法表示为： $9.68 \times 10^6$ . 故选 B.

考点：科学记数法.

3. 计算  $a^2 \cdot a^3$  的结果是 ( )

- A. 5a    B. 6a    C.  $a^6$     D.  $a^5$

【答案】D.

试题分析：根据同底数幂的乘法，可得原式  $= a^{2+3} = a^5$ ，故选 D.

考点：同底数幂的乘法.

4. 点 P (1, -2) 关于 y 轴对称的点的坐标是 ( )

- A. (1, 2)    B. (-1, 2)    C. (-1, -2)    D. (-2, 1)

【答案】C.

试题分析：关于 y 轴对称的点，纵坐标相同，横坐标互为相反数，由此可得 P (1, -2) 关于 y 轴对称的点的坐标是 (-1, -2)，故选 C.

考点：关于 y 轴对称的点的坐标.

5. 下列式子为最简二次根式的是 ( )

- A.  $\sqrt{5}$     B.  $\sqrt{12}$     C.  $\sqrt{a^2}$     D.  $\sqrt{\frac{1}{a}}$

【答案】A.

试题分析：选项 A，被开方数不含分母；被开方数不含能开得尽方的因数或因式，A 符合题意；选项 B，被开方数含能开得尽方的因数或因式，B 不符合题意；选项 C，被开方数含能开得尽方的因数或因式，C 不符合题意；选项 D，被开方数含分母，D 不符合题意；故选 A.

考点：最简二次根式.

6. 九年级（1）班 15 名男同学进行引体向上测试，每人只测一次，测试结果统计如下：

引体向上数/个	0	1	2	3	4	5	6	7	8
人数	1	1	2	1	3	3	2	1	1

这 15 名男同学引体向上数的中位数是（ ）

- A. 2    B. 3    C. 4    D. 5

【答案】C.

试题分析：根据表格可知，15 个数按从小到大的顺序排列后，第 8 个数是 4，所以中位数为 4；故选 C.

考点：中位数.

7. 若一个三角形的两边长分别为 5 和 8，则第三边长可能是（ ）

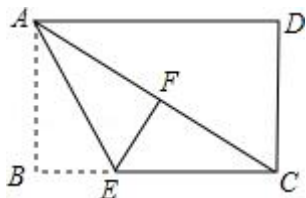
- A. 14    B. 10    C. 3    D. 2

【答案】B.

试题分析：设第三边为  $x$ ，根据三角形的三边关系可得  $8 - 5 < x < 5 + 8$ ，即  $3 < x < 13$ ，所以符合条件的整数为 10，故选 B.

考点：三角形的三边关系.

8. 如图，在矩形纸片 ABCD 中，AB=3，点 E 在边 BC 上，将  $\triangle ABE$  沿直线 AE 折叠，点 B 恰好落在对角线 AC 上的点 F 处，若  $\angle EAC = \angle ECA$ ，则 AC 的长是（ ）



- A.  $3\sqrt{3}$     B. 6    C. 4    D. 5

【答案】B.

试题分析： $\because$  将  $\triangle ABE$  沿直线 AE 折叠，点 B 恰好落在对角线 AC 上的点 F 处，

$\therefore AF = AB, \angle AFE = \angle B = 90^\circ,$

$\therefore EF \perp AC,$

$$\because \angle EAC = \angle ECA,$$

$$\therefore AE = CE,$$

$$\therefore AF = CF,$$

$$\therefore AC = 2AB = 6,$$

故选 B.

考点：翻折变换的性质；矩形的性质.

## 二、填空题（每题 3 分，满分 30 分，将答案填在答题纸上）

9. 分解因式： $ab - b^2 =$ \_\_\_\_\_.

【答案】 $b(a - b)$ .

试题分析：根直接提公因式可得原式= $b(a - b)$ .

考点：因式分解.

10. 计算： $2(x - y) + 3y =$ \_\_\_\_\_.

【答案】 $2x + y$ .

试题分析：原式= $2x - 2y + 3y = 2x + y$ .

考点：整式的加减.

11. 若反比例函数  $y = -\frac{6}{x}$  的图象经过点 A ( $m, 3$ ), 则  $m$  的值是\_\_\_\_\_.

【答案】 $-2$ .

试题分析： $\because$  反比例函数  $y = -\frac{6}{x}$  的图象经过点 A ( $m, 3$ ),

$$\therefore 3 = -\frac{6}{m}, \text{ 解得 } m = -2.$$

考点：反比例函数图象上点的坐标特点. 学科!网

12. 方程  $\frac{2}{x-1} = 1$  的解是\_\_\_\_\_.

【答案】 $x = 3$ .

试题分析：.

考点：去分母得： $x - 1 = 2$ ,

解得： $x = 3$ ,

经检验  $x = 3$  是分式方程的解.

考点：解分式方程.

13. 一枚质地均匀的骰子的 6 个面上分别刻有 1~6 的点数，抛掷这枚骰子 1 次，向上一面的点数是 4 的概

率是\_\_\_\_\_.

【答案】 $\frac{1}{6}$ .

试题分析：由概率公式  $P(\text{向上一面的点数是 } 6) = \frac{1}{6}$ .

考点：概率公式.

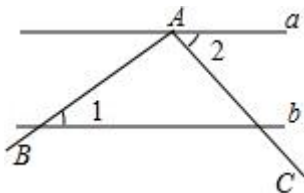
14. 若关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - x + k + 1 = 0$  有两个不相等的实数根，则  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

【答案】 $k < -\frac{3}{4}$ .

试题分析：根据题意得  $\Delta = (-1)^2 - 4(k+1) > 0$ ，解得  $k < -\frac{3}{4}$ .

考点：根的判别式.

15. 如图，直线  $a \parallel b$ ， $\angle BAC$  的顶点  $A$  在直线  $a$  上，且  $\angle BAC = 100^\circ$ 。若  $\angle 1 = 34^\circ$ ，则  $\angle 2 =$ \_\_\_\_\_°.



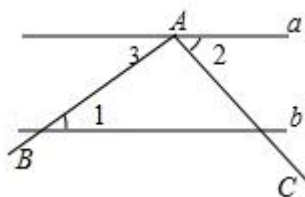
【答案】 $46^\circ$ .

试题分析： $\because$  直线  $a \parallel b$ ,

$\therefore \angle 3 = \angle 1 = 34^\circ$ ,

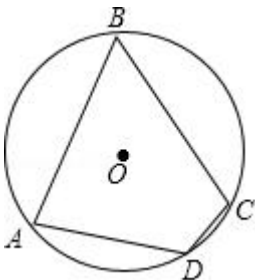
$\because \angle BAC = 100^\circ$ ,

$\therefore \angle 2 = 180^\circ - 34^\circ - 100^\circ = 46^\circ$ .



考点：平行线的性质.

16. 如图，在圆内接四边形  $ABCD$  中，若  $\angle A$ ， $\angle B$ ， $\angle C$  的度数之比为  $4:3:5$ ，则  $\angle D$  的度数是\_\_\_\_\_°.



【答案】 $120^\circ$ .

试题分析：∵∠A，∠B，∠C 的度数之比为 4：3：5，

∴设∠A=4x，则∠B=3x，∠C=5x.

∵四边形 ABCD 是圆内接四边形，

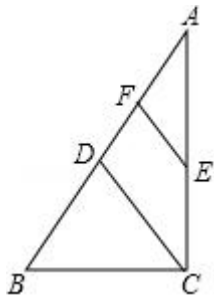
∴∠A+∠C=180°，即 4x+5x=180°，解得 x=20°，

∴∠B=3x=60°，

∴∠D=180° - 60° =120° .

考点：圆内接四边形的性质.

17. 如图，在 Rt△ABC 中，∠ACB=90°，点 D，E 分别是 AB，AC 的中点，点 F 是 AD 的中点. 若 AB=8，则 EF=\_\_\_\_\_.



【答案】2.

试题分析：在 Rt△ABC 中，∵AD=BD=4，

$$\therefore CD = \frac{1}{2} AB = 4,$$

∵AF=DF，AE=EC，

$$\therefore EF = \frac{1}{2} CD = 2.$$

考点：三角形的中位线定理；直角三角形斜边上的中线的性质.

18. 将从 1 开始的连续自然数按一下规律排列：

第 1 行	1
第 2 行	2   3   4
第 3 行	9   8   7   6   5
第 4 行	10   11   12   13   14   15   16
第 5 行	25   24   23   22   21   20   19   18   17

...

则 2017 在第\_\_\_\_\_行.

【答案】45.

试题分析：∵ $44^2=1936$ ， $45^2=2025$ ，

∴2017 在第 45 行.

考点：数字的变化规律.

三、解答题（本大题共 10 小题，共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

19. (1)  $|-3| - (\sqrt{5}+1)^0 + (-2)^2$ ;

(2)  $(1 - \frac{3}{a}) \div \frac{a-3}{a^2}$ .

【答案】(1) 6; (2) a.

试题分析：(1) 根据绝对值的意义，零指数幂的意义即可求出答案；(2) 根据分式的运算法则即可求出答案.

试题解析：

(1) 原式 $=3 - 1 + 4 = 6$

(2) 原式 $=\frac{a-3}{a} \times \frac{a^2}{a-3} = a$

考点：实数的运算；分式的运算.

20. 解不等式组：
$$\begin{cases} 3x-1 < x+5 \\ \frac{x-3}{2} < x-1 \end{cases}$$
 并写出它的整数解.

【答案】不等式组的整数解为 0、1、2.

试题分析：分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集.

试题解析：

解不等式  $3x - 1 < x + 5$ ，得：  $x < 3$ ，

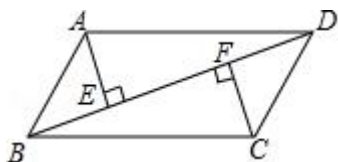
解不等式  $\frac{x-3}{2} < x-1$ ，得：  $x > -1$ ，

则不等式组的解集为  $-1 < x < 3$ ，

∴不等式组的整数解为 0、1、2.

考点：解一元一次不等式组.

21. 已知：如图，在平行四边形 ABCD 中， $AE \perp BD$ ， $CF \perp BD$ ，垂足分别为 E，F. 求证： $\triangle ADE \cong \triangle CBF$ .



【答案】 详见解析.

试题分析: 根据已知条件易证  $\angle ADE = \angle CBF$ ,  $AD = CB$ , 由 AAS 证  $\triangle ADE \cong \triangle CBF$  即可.

试题解析:

$\because$  四边形 ABCD 是平行四边形,

$\therefore AD = CB$ ,  $AD \parallel BC$ ,

$\therefore \angle ADE = \angle CBF$ ,

$\because AE \perp BD$ ,  $CF \perp BD$ ,

$\therefore \angle AED = \angle CFB = 90^\circ$ ,

在  $\triangle ADE$  和  $\triangle CBF$  中, 
$$\begin{cases} \angle ADE = \angle CBF \\ \angle AED = \angle CFB \\ AD = CB \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CBF$  (AAS).

考点: 平行四边形的性质; 全等三角形的判定与性质.

22. 一只不透明的袋子中装有 2 个白球和 1 个红球, 这些球除颜色外都相同, 搅匀后从中任意摸出 1 个球 (不放回), 再从余下的 2 个球中任意摸出 1 个球.

(1) 用树状图或列表等方法列出所有可能出现的结果;

(2) 求两次摸到的球的颜色不同的概率.

【答案】 (1) 详见解析; (2)  $\frac{2}{3}$ .

试题分析: (1) 首先根据题意画出树状图, 然后由树状图求得所有等可能的结果; (2) 由 (1) 中树状图可求得两次摸到的球的颜色不同的情况有 4 种, 再利用概率公式求解即可求得答案.

试题解析:

(1) 如图:



(2) 共有 6 种情况, 两次摸到的球的颜色不同的情况有 4 种, 概率为  $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ .

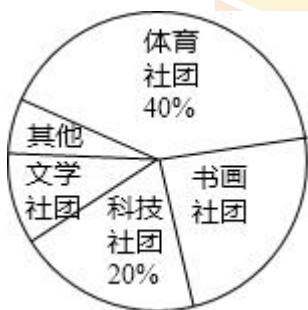
考点：列表法或树状图法求概率。

23. 某校计划成立学生社团，要求每一位学生都选择一个社团，为了了解学生对不同社团的喜爱情况，学校随机抽取了部分学生进行“我最喜爱的一个学生社团”问卷调查，规定每人必须并且只能在“文学社团”、“科学社团”、“书画社团”、“体育社团”和“其他”五项中选择一项，并将统计结果绘制了如下两个不完整的统计图表。

社团名称	人数
文学社团	18
科技社团	a
书画社团	45
体育社团	72
其他	b

请解答下列问题：

- (1)  $a=$ \_\_\_\_\_，  $b=$ \_\_\_\_\_；
- (2) 在扇形统计图中，“书画社团”所对应的扇形圆心角度数为\_\_\_\_\_；
- (3) 若该校共有 3000 名学生，试估计该校学生中选择“文学社团”的人数。



**【答案】** (1) 36, 9; (2)  $90^\circ$ ; (3) 300.

**试题分析：** (1) 根据体育社团的人数是 72 人，所占的百分比是 40%即可求得调查的总人数，然后利用百分比的意义求得 a 和 b 的值； (2) 利用  $360^\circ$  乘以对应的百分比求解； (3) 利用总人数乘以对应的百分比求解。

**试题解析：**

(1) 调查的总人数是  $72 \div 40\% = 180$  (人)，

则  $a = 180 \times 20\% = 36$  (人)，

则  $b = 180 - 18 - 45 - 72 - 36 = 9$ .

故答案是：36, 9;

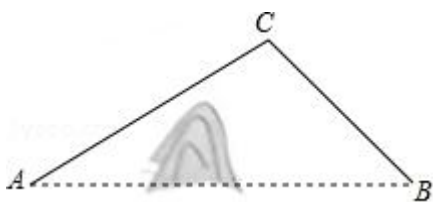


(2) “书画社团”所对应的扇形圆心角度数是  $360 \times \frac{45}{180} = 90^\circ$  ;

(3) 估计该校学生中选择“文学社团”的人数是  $3000 \times \frac{18}{180} = 300$  (人) .

考点：统计表；扇形统计图.

24. A, B 两地被大山阻隔, 若要从 A 地到 B 地, 只能沿着如图所示的公路先从 A 地到 C 地, 再由 C 地到 B 地. 现计划开凿隧道 A, B 两地直线贯通, 经测量得:  $\angle CAB = 30^\circ$ ,  $\angle CBA = 45^\circ$ ,  $AC = 20\text{km}$ , 求隧道开通后与隧道开通前相比, 从 A 地到 B 地的路程将缩短多少? (结果精确到 0.1km, 参考数据:  $\sqrt{2} \approx 1.414$ ,  $\sqrt{3} \approx 1.732$ )



【答案】从 A 地到 B 地的路程将缩短 6.8km.

试题分析: 过点 C 作  $CD \perp AB$  与 D, 根据  $AC = 20\text{km}$ ,  $\angle CAB = 30^\circ$ , 求出 CD、AD, 根据  $\angle CBA = 45^\circ$ , 求出 BD、BC, 最后根据  $AB = AD + BD$  列式计算即可. 21 世纪教育网

试题解析:

过点 C 作  $CD \perp AB$  与 D,

$\because AC = 20\text{km}$ ,  $\angle CAB = 30^\circ$ ,

$\therefore CD = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \times 20 = 10\text{km}$ ,

$AD = \cos \angle CAB \cdot AC = \cos 30^\circ \times 20 = 10\sqrt{3}\text{ km}$ ,

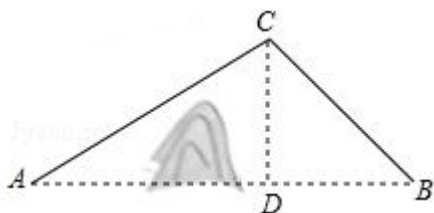
$\because \angle CBA = 45^\circ$ ,

$\therefore BD = CD = 10\text{km}$ ,  $BC = \sqrt{2} CD = 10\sqrt{2} \approx 14.14\text{km}$

$\therefore AB = AD + BD = 10\sqrt{3} + 10 \approx 27.32\text{km}$ .

则  $AC + BC - AB \approx 20 + 14.14 - 27.32 \approx 6.8\text{km}$ .

答: 从 A 地到 B 地的路程将缩短 6.8km.

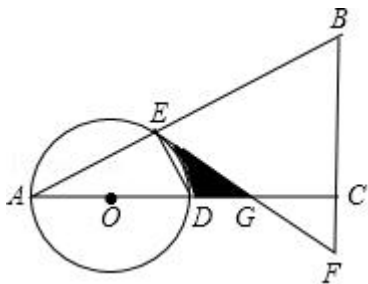


考点：解直角三角形的应用.

25. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $O$ 是边 $AC$ 上一点，以 $O$ 为圆心， $OA$ 为半径的圆分别交 $AB$ ， $AC$ 于点 $E$ ， $D$ ，在 $BC$ 的延长线上取点 $F$ ，使得 $BF=EF$ ， $EF$ 与 $AC$ 交于点 $G$ 。

(1) 试判断直线 $EF$ 与 $\odot O$ 的位置关系，并说明理由；

(2) 若 $OA=2$ ， $\angle A=30^\circ$ ，求图中阴影部分的面积。



【答案】(1) 详见解析；(2)  $2\sqrt{3}-\frac{2}{3}\pi$ .

试题分析：(1) 连接 $OE$ ，根据等腰三角形的性质得到 $\angle A=\angle AEO$ ， $\angle B=\angle BEF$ ，于是得到 $\angle OEG=90^\circ$ ，即可得到结论；(2) 由 $AD$ 是 $\odot O$ 的直径，得到 $\angle AED=90^\circ$ ，根据三角形的内角和得到 $\angle EOD=60^\circ$ ，求得 $\angle EGO=30^\circ$ ，根据三角形和扇形的面积公式即可得到结论。

试题解析：

(1) 连接 $OE$ ，

$\because OA=OE$ ，

$\therefore \angle A=\angle AEO$ ，

$\because BF=EF$ ，

$\therefore \angle B=\angle BEF$ ，

$\because \angle ACB=90^\circ$ ，

$\therefore \angle A+\angle B=90^\circ$ ，

$\therefore \angle AEO+\angle BEF=90^\circ$ ，

$\therefore \angle OEG=90^\circ$ ，

$\therefore EF$ 是 $\odot O$ 的切线；

(2)  $\because AD$ 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle AED=90^\circ$ ，

$\because \angle A=30^\circ$ ，

$\therefore \angle EOD=60^\circ$ ，

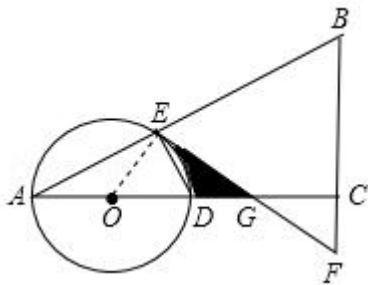
$$\therefore \angle EGO = 30^\circ,$$

$$\therefore AO = 2,$$

$$\therefore OE = 2,$$

$$\therefore EG = 2\sqrt{3},$$

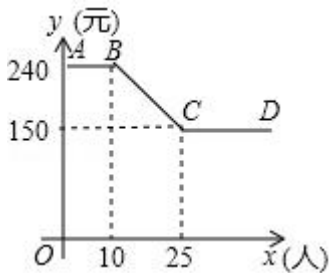
$$\therefore \text{阴影部分的面积} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} - \frac{60\pi \times 2^2}{360} = 2\sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi.$$



考点：切线的判定；等腰三角形的性质；圆周角定理；扇形的面积的计算.

26. 某公司组织员工到附近的景点旅游，根据旅行社提供的收费方案，绘制了如图所示的图象，图中折线 ABCD 表示人均收费  $y$ （元）与参加旅游的人数  $x$ （人）之间的函数关系.

- (1) 当参加旅游的人数不超过 10 人时，人均收费为\_\_\_\_\_元；
- (2) 如果该公司支付给旅行社 3600 元，那么参加这次旅游的人数是多少？



**【答案】** (1) 240; (2) 20.

**试题分析：**(1) 观察图象即可解决问题；(2) 首先判断收费标准在 BC 段，求出直线 BC 的解析式，列出方程即可解决问题.

**试题解析：**

(1) 观察图象可知：当参加旅游的人数不超过 10 人时，人均收费为 240 元.

故答案为 240.

(2)  $\because 3600 \div 240 = 15$ ,  $3600 \div 150 = 24$ ,

$\therefore$  收费标准在 BC 段,

设直线 BC 的解析式为  $y=kx+b$ ，则有  $\begin{cases} 10k+b=240 \\ 25k+b=150 \end{cases}$ ，

解得  $\begin{cases} k=-6 \\ b=300 \end{cases}$ ，

$\therefore y = -6x + 300$ ，

由题意  $(-6x + 300)x = 3600$ ，

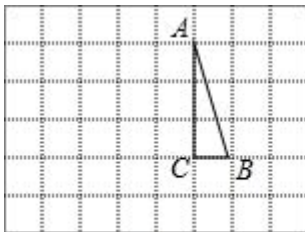
解得  $x=20$  或  $30$  (舍弃)

答：参加这次旅游的人数是 20 人。

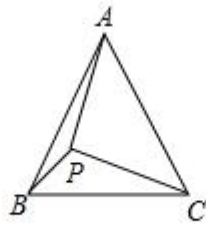
考点：一次函数的应用。

### 27. 【操作发现】

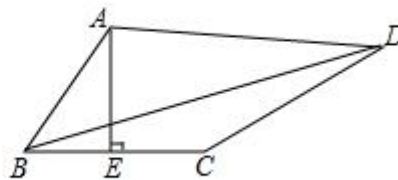
如图①，在边长为 1 个单位长度的小正方形组成的网格中， $\triangle ABC$  的三个顶点均在格点上。



图①



图②



图③

(1) 请按要求画图：将  $\triangle ABC$  绕点 A 按顺时针方向旋转  $90^\circ$ ，点 B 的对应点为  $B'$ ，点 C 的对应点为  $C'$ ，连接  $BB'$ ；

(2) 在 (1) 所画图形中， $\angle AB'B =$  \_\_\_\_\_。

### 【问题解决】

如图②，在等边三角形 ABC 中， $AC=7$ ，点 P 在  $\triangle ABC$  内，且  $\angle APC=90^\circ$ ， $\angle BPC=120^\circ$ ，求  $\triangle APC$  的面积。

小明同学通过观察、分析、思考，对上述问题形成了如下想法：

想法一：将  $\triangle APC$  绕点 A 按顺时针方向旋转  $60^\circ$ ，得到  $\triangle AP'B$ ，连接  $PP'$ ，寻找 PA，PB，PC 三条线段之间的数量关系；

想法二：将  $\triangle APB$  绕点 A 按逆时针方向旋转  $60^\circ$ ，得到  $\triangle AP'C'$ ，连接  $PP'$ ，寻找 PA，PB，PC 三条线段之间的数量关系。

...

请参考小明同学的想法，完成该问题的解答过程。（一种方法即可）

### 【灵活运用】

如图③，在四边形 ABCD 中， $AE \perp BC$ ，垂足为 E， $\angle BAE = \angle ADC$ ， $BE = CE = 2$ ， $CD = 5$ ， $AD = kAB$  (k 为常数)，

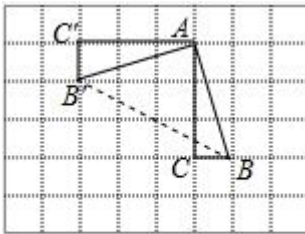
求 BD 的长（用含 k 的式子表示）.

【答案】【操作发现】（1）详见解析；（2） $45^\circ$ ；【问题解决】 $7\sqrt{3}$ ；【灵活运用】 $\sqrt{16k^2 + 25}$ .

试题分析：【操作发现】（1）根据旋转角，旋转方向画出图形即可；（2）只要证明  $\triangle ABB'$  是等腰直角三角形即可；【问题解决】如图②，将  $\triangle APB$  绕点 A 按逆时针方向旋转  $60^\circ$ ，得到  $\triangle AP'C'$ ，只要证明  $\angle PP'C=90^\circ$ ，利用勾股定理即可解决问题；【灵活运用】如图③中，由  $AE \perp BC$ ， $BE=EC$ ，推出  $AB=AC$ ，将  $\triangle ABD$  绕点 A 逆时针旋转得到  $\triangle ACG$ ，连接 DG. 则  $BD=CG$ ，只要证明  $\angle GDC=90^\circ$ ，可得  $CG=\sqrt{DG^2 + CD^2}$ ，由此即可解决问题.

试题解析：

【操作发现】（1）如图所示， $\triangle AB'C'$  即为所求；



图①

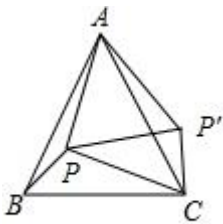
（2）连接  $BB'$ ，将  $\triangle ABC$  绕点 A 按顺时针方向旋转  $90^\circ$ ，

$$\therefore AB=AB', \angle B'AB=90^\circ,$$

$$\therefore \angle AB'B=45^\circ,$$

故答案为： $45^\circ$ ；

【问题解决】如图②，



图②

$\therefore$  将  $\triangle APB$  绕点 A 按逆时针方向旋转  $60^\circ$ ，得到  $\triangle AP'C'$ ，

$\therefore \triangle APP'$  是等边三角形， $\angle AP'C=\angle APB=360^\circ - 90^\circ - 120^\circ=150^\circ$ ，

$\therefore PP'=AP$ ， $\angle AP'P=\angle APP'=60^\circ$ ，

$\therefore \angle PP'C=90^\circ$ ， $\angle P'PC=30^\circ$ ，

$$\therefore PP'=\frac{\sqrt{3}}{2}PC, \text{ 即 } AP=\frac{\sqrt{3}}{2}PC,$$

$$\because \angle APC=90^\circ,$$

$$\therefore AP^2+PC^2=AC^2, \text{ 即 } \left(\frac{\sqrt{3}}{2}PC\right)^2+PC^2=7^2,$$

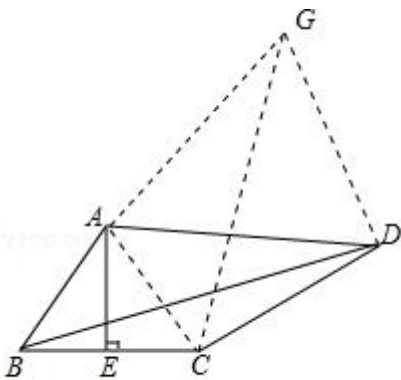
$$\therefore PC=2\sqrt{7},$$

$$\therefore AP=\sqrt{21},$$

$$\therefore S_{\triangle APC}=\frac{1}{2}AP\cdot PC=7\sqrt{3};$$

【灵活运用】如图③中， $\because AE \perp BC$ ， $BE=EC$ ，

$\therefore AB=AC$ ，将 $\triangle ABD$ 绕点 $A$ 逆时针旋转得到 $\triangle ACG$ ，连接 $DG$ 。则 $BD=CG$ ，



图③

$$\because \angle BAD=\angle CAG,$$

$$\therefore \angle BAC=\angle DAG,$$

$$\because AB=AC, AD=AG,$$

$$\therefore \angle ABC=\angle ACB=\angle ADG=\angle AGD,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle ADG,$$

$$\because AD=kAB,$$

$$\therefore DG=kBC=4k,$$

$$\because \angle BAE+\angle ABC=90^\circ, \angle BAE=\angle ADC,$$

$$\therefore \angle ADG+\angle ADC=90^\circ,$$

$$\therefore \angle GDC=90^\circ,$$

$$\therefore CG = \sqrt{DG^2 + CD^2} = \sqrt{16k^2 + 25}$$

$$\therefore BD = CG = \sqrt{16k^2 + 25}$$

考点：三角形综合题.

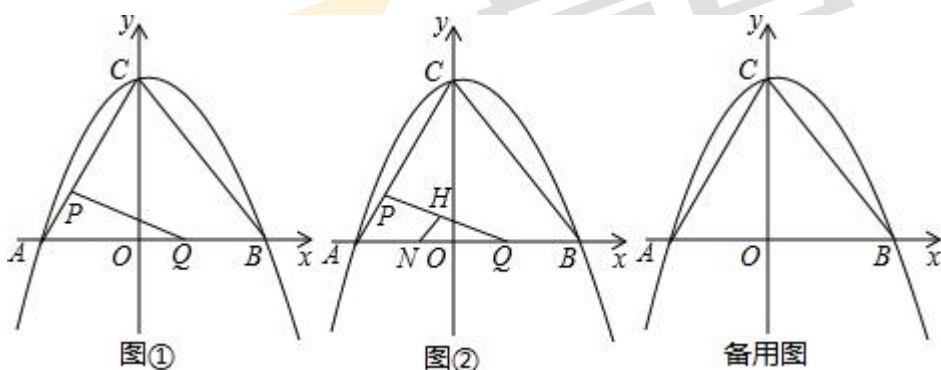
28. 如图①，在平面直角坐标系中，二次函数  $y = -\frac{1}{3}x^2 + bx + c$  的图象与坐标轴交于 A, B, C 三点，其中点 A 的坐标为  $(-3, 0)$ ，点 B 的坐标为  $(4, 0)$ ，连接 AC, BC. 动点 P 从点 A 出发，在线段 AC 上以每秒 1 个单位长度的速度向点 C 作匀速运动；同时，动点 Q 从点 O 出发，在线段 OB 上以每秒 1 个单位长度的速度向点 B 作匀速运动，当其中一点到达终点时，另一点随之停止运动，设运动时间为 t 秒. 连接 PQ.

(1) 填空：b=\_\_\_\_\_，c=\_\_\_\_\_；

(2) 在点 P, Q 运动过程中， $\triangle APQ$  可能是直角三角形吗？请说明理由；

(3) 在 x 轴下方，该二次函数的图象上是否存在点 M，使  $\triangle PQM$  是以点 P 为直角顶点的等腰直角三角形？若存在，请求出运动时间 t；若不存在，请说明理由；

(4) 如图②，点 N 的坐标为  $(-\frac{3}{2}, 0)$ ，线段 PQ 的中点为 H，连接 NH，当点 Q 关于直线 NH 的对称点 Q' 恰好落在线段 BC 上时，请直接写出点 Q' 的坐标.



【答案】(1)  $b = \frac{1}{3}$ ， $c = 4$ ；(2)  $\triangle APQ$  不可能是直角三角形，理由详见解析；(3)  $t = \frac{-65 + 5\sqrt{205}}{2}$ ；

(4)  $Q'(\frac{6}{7}, \frac{22}{7})$ .

试题分析：(1) 设抛物线的解析式为  $y = a(x+3)(x-4)$ . 将  $a = -\frac{1}{3}$  代入可得到抛物线的解析式，从而可确定出 b、c 的值；(2) 连结 QC. 先求得点 C 的坐标，则  $PC = 5 - t$ ，依据勾股定理可求得  $AC = 5$ ， $CQ^2 = t^2 + 16$ ，接下来，依据  $CQ^2 - CP^2 = AQ^2 - AP^2$  列方程求解即可；(3) 过点 P 作  $DE \parallel x$  轴，分别过点 M、Q 作  $MD \perp DE$ 、 $QE \perp DE$ ，垂足分别为 D、E，MD 交 x 轴与点 F，过点 P 作  $PG \perp x$  轴，垂足为点 G，首先证明  $\triangle PAG$

$\sim \triangle ACO$ , 依据相似三角形的性质可得到  $PG = \frac{4}{5}t$ ,  $AG = \frac{3}{5}t$ , 然后可求得 PE、DF 的长, 然后再证明  $\triangle MDP$

$\cong \triangle PEQ$ , 从而得到  $PD = EQ = \frac{4}{5}t$ ,  $MD = PE = 3 + \frac{2}{5}t$ , 然后可求得 FM 和 OF 的长, 从而可得到点 M 的坐标, 然

后将点 M 的坐标代入抛物线的解析式求解即可; (4) 连结: OP, 取 OP 的中点 R, 连结 RH, NR, 延长

NR 交线段 BC 与点 Q'. 首先依据三角形的中位线定理得到  $EH = \frac{1}{2}QO = \frac{1}{2}t$ ,  $RH \parallel OQ$ ,  $NR = \frac{1}{2}AP = \frac{1}{2}t$ ,

则  $RH = NR$ , 接下来, 依据等腰三角形的性质和平行线的性质证明 NH 是  $\angle QNQ'$  的平分线, 然后求得直线

NR 和 BC 的解析式, 最后求得直线 NR 和 BC 的交点坐标即可.

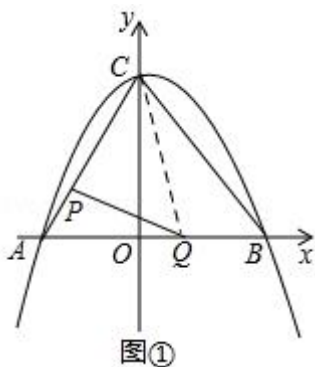
### 试题解析:

(1) 设抛物线的解析式为  $y = a(x+3)(x-4)$ . 将  $a = -\frac{1}{3}$  代入得:  $y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}x + 4$ ,

$\therefore b = \frac{1}{3}$ ,  $c = 4$ .

(2) 在点 P、Q 运动过程中,  $\triangle APQ$  不可能是直角三角形.

理由如下: 连结 QC.



$\because$  在点 P、Q 运动过程中,  $\angle PAQ$ 、 $\angle PQA$  始终为锐角,

$\therefore$  当  $\triangle APQ$  是直角三角形时, 则  $\angle APQ = 90^\circ$ .

将  $x=0$  代入抛物线的解析式得:  $y=4$ ,

$\therefore C(0, 4)$ .

$\because AP = OQ = t$ ,

$\therefore PC = 5 - t$ ,





$$\therefore M \left( -3 - \frac{1}{5}t, -3 + \frac{2}{5}t \right).$$

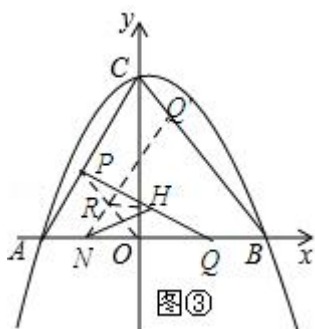
$\therefore$  点 M 在 x 轴下方的抛物线上,

$$\therefore -3 + \frac{2}{5}t = -\frac{1}{3} \times \left( -3 - \frac{1}{5}t \right)^2 + \frac{1}{3} \times \left( -3 - \frac{1}{5}t \right) + 4, \text{ 解得: } t = \frac{-65 \pm 5\sqrt{205}}{2}.$$

$\therefore 0 \leq t \leq 4,$

$$\therefore t = \frac{-65 + 5\sqrt{205}}{2}.$$

(4) 如图所示: 连结 OP, 取 OP 的中点 R, 连结 RH, NR, 延长 NR 交线段 BC 与点 Q'.



$\therefore$  点 H 为 PQ 的中点, 点 R 为 OP 的中点,

$$\therefore EH = \frac{1}{2} QO = \frac{1}{2} t, \quad RH \parallel OQ.$$

$$\therefore A(-3, 0), \quad N\left(-\frac{3}{2}, 0\right),$$

$\therefore$  点 N 为 OA 的中点.

又  $\therefore$  R 为 OP 的中点,

$$\therefore NR = \frac{1}{2} AP = \frac{1}{2} t,$$

$$\therefore RH = NR,$$

$$\therefore \angle RNH = \angle RHN.$$

$$\therefore RH \parallel OQ,$$

$$\therefore \angle RHN = \angle HNO,$$

$\therefore \angle RNH = \angle HNO$ , 即 NH 是  $\angle QNQ'$  的平分线.

设直线 AC 的解析式为  $y = mx + n$ , 把点 A(-3, 0)、C(0, 4) 代入得: 
$$\begin{cases} -3m + n = 0 \\ n = 4 \end{cases},$$

$$\text{解得: } m = \frac{4}{3}, \quad n = 4,$$

∴ 直线 AC 的表示为  $y = \frac{4}{3}x + 4$ .

同理可得直线 BC 的表达式为  $y = -x + 4$ .

设直线 NR 的函数表达式为  $y = \frac{4}{3}x + s$ , 将点 N 的坐标代入得:  $\frac{4}{3} \times (-\frac{3}{2}) + s = 0$ , 解得:  $s = 2$ ,

∴ 直线 NR 的表示表达式为  $y = \frac{4}{3}x + 2$ .

将直线 NR 和直线 BC 的表达式联立得: 
$$\begin{cases} y = \frac{4}{3}x + 2 \\ y = -x + 4 \end{cases} \begin{cases} y = \frac{4}{3}x + 2 \\ y = -x + 4 \end{cases}, \text{解得: } x = \frac{6}{7}, y = \frac{22}{7},$$

∴  $Q'(\frac{6}{7}, \frac{22}{7})$ .

考点: 二次函数综合题.

