

江苏省宿迁市 2017 年中考数学试题

第 I 卷（共 24 分）

一、选择题：本大题共 8 个小题，每小题 3 分，共 24 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 5 的相反数是

- A. 5 B. $\frac{1}{5}$ C. $-\frac{1}{5}$ D. -5

【答案】D.

【解析】

试题分析：根据只有符号不同的两个数互为相反数可得 5 的相反数是 -5，故选 D.

2. 下列计算正确的是

- A. $(ab)^2 = a^2b^2$ B. $a^5 + a^5 = a^{10}$ C. $(a^2)^5 = a^7$ D. $a^{10} \div a^5 = a^2$

【答案】A.

【解析】

试题分析：选项 A，根据积的乘方的运算法则可得原式 $= a^2b^2$ ，选项 A 正确；选项 B，不是同类项，不能够合并，选项 B 错误；选项 C，根据幂的乘方的运算法则可得 $(a^2)^5 = a^{10}$ ，选项 C 错误；选项 D，根据同底数幂的除法法则可得 $a^{10} \div a^5 = a^5$ ，选项 D 错误，故选 A.

3. 一组数据：5，4，6，5，6，6，3. 这组数据的众数是

- A. 6 B. 5 C. 4 D. 3

【答案】A.

【解析】

试题分析：众数是一组数据中出现次数最多的数，这组数据中 6 出现了 3 次，次数最多，所以 6 为众数，故选 A.

4. 将抛物线 $y = x^2$ 向右平移 2 个单位，再向上平移个单位，所得抛物线相应的函数表达式是

- A. $y = (x+2)^2 + 1$ B. $y = (x+2)^2 - 1$ C. $y = (x-2)^2 + 1$
D. $y = (x-2)^2 - 1$

【答案】C.

【解析】

试题分析：根据抛物线的平移规律“左加右减。上加下减”可得，将抛物线 $y = x^2$ 向右平移 2 个单位，再向上平移 1 个单位，所得抛物线相应的函数表达式是 $y = (x - 2)^2 + 1$ ，故选 C.

5. 已知 $4 < m < 5$ ，则关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x - m < 0 \\ 4 - 2x < 0 \end{cases}$ 的整数解共有

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【答案】B.

【解析】

试题分析：不等式组可化为 $\begin{cases} x < m \\ x > 2 \end{cases}$ ，因 $4 < m < 5$ ，所以不等式组的解集为 $2 < x < m$ ，即可得不等式组的

整数解为 3、4，共 2 个，故选 B.

6. 若将半径为 12 cm 的半圆形纸片围成一个圆锥的侧面，则这个圆锥的底面圆半径是

- A. 2 cm B. 3 cm C. 4 cm D. 6 cm

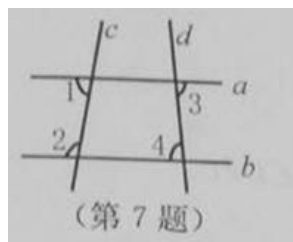
【答案】D.

【解析】

试题分析：这个圆锥的底面圆半径为 r ，根据圆锥的底面圆的周长等于圆锥侧面展开扇形的弧长，可得 $\frac{90\pi \times 12}{180} = \frac{1}{2} \times 2\pi r$ ，解得 $r = 6\text{cm}$ ，故选 D.

7. 如图，直线 a 、 b 被直线 c 、 d 所截. 若 $\angle 1 = 80^\circ$ ， $\angle 2 = 100^\circ$ ， $\angle 3 = 85^\circ$ ，则 $\angle 4$ 度数是

- A. 80° B. 85° C. 95° D. 100°



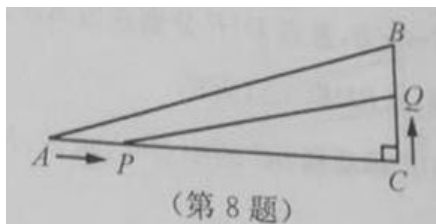
【答案】B.

【解析】

试题分析：由 $\angle 1 = 80^\circ$ ， $\angle 2 = 100^\circ$ ，可得 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，所以 $a \parallel b$ ，根据平行线的性质即可得 $\angle 3 = \angle 4 = 85^\circ$ ，故选 B.

8. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 6 \text{ cm}$ ， $BC = 2 \text{ cm}$. 点 P 在边 AC 上，从点 A 向点 C 移动，点 Q 在边 CB 上，从点 C 向点 B 移动，若点 P、Q 均以 cm/s 的速度同时出发，且当一点移动到终点时，另一点也随之停止，连接 PQ，则线段 PQ 的最小值是

- A. 20 cm B. 18 cm C. $2\sqrt{5} \text{ cm}$ D. $3\sqrt{2} \text{ cm}$



【答案】C.

【解析】

试题分析：设运动时间为 t 秒，则 $AP=t$ ， $CQ=t$ ，所以 $CP=6-t$ ，根据勾股定理可得 $PQ^2 = PC^2 + CQ^2$ ，即 $PQ^2 = (6-t)^2 + t^2$ ，所以 $PQ^2 = 2t^2 - 12t + 36 = 2(t-3)^2 + 18$ ，因 $t \leq 2$ ，根据二次函数的性质可得当 $t=2$ 时， PQ^2 的值最小为 20，即可得线段 PQ 的最小值是 $2\sqrt{5} \text{ cm}$ ，故选 C.

第 II 卷（共 96 分）

二、填空题（每题 3 分，满分 24 分，将答案填在答题纸上）

9. 全球平均每年发生雷电次数约为 16000000 次，将 16000000 用科学记数法表示是_____.

【答案】 1.6×10^7 .

【解析】

试题分析：科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，整数位数减 1 即可. 即 $16000000 = 1.6 \times 10^7$.

10. 要使代数式 $\sqrt{x-3}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是_____.

【答案】 $x \geq 3$.

【解析】

试题分析：根据二次根式有意义的条件可得 $x-3 \geq 0$ ，解得 $x \geq 3$.

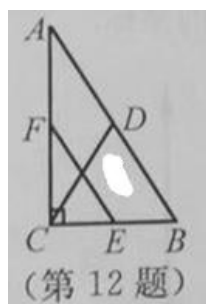
11. 若 $a-b=2$ ，则代数式 $5+2a-2b$ 的值是_____.

【答案】9.

【解析】

试题分析：原式 $=5+2(a+b)=5+2 \times 2=9$.

12. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，点 D、E、F 分别是 AB、BC、CA 的中点. 若 $CD = 2$ ，则线段 EF 的长是_____.



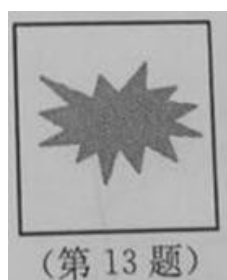
【答案】2.

【解析】

试题分析：因在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，点 D 是 AB 的中点， $CD = 2$ ，根据直角三角形中斜边的中线等于斜边的一半可得 $AB=4$ ，又因，点 E、F 分别是 BC、CA 的中点，根据三角形的中位线定理可得

$$EF = \frac{1}{2} AB = 2.$$

13. 如图，为测量平地上一块不规则区域（图中的阴影部分）的面积，画一个边长为 2 m 的正方形，使不规则区域落在正方形内. 现向正方形内随机投掷小石子（假设小石子落在正方形内每一点都是等可能的），经过大量重复投掷试验，发现小石子落在不规则区域的频率稳定在常数 0.25 附近，由此可估计不规则区域的面积约是_____ m^2 .



【答案】1.

【解析】

试题分析：由题意可知，正方形的面积为 4m^2 ，再由小石子落在不规则区域的频率稳定在常数 0.25 附近，即可求得不规则区域的面积约是 $4 \times 0.25 = 1\text{m}^2$.

14. 若关于 x 的分式方程 $\frac{m}{x-2} = \frac{1-x}{2-x} - 3$ 有增根，则实数 m 的值是_____.

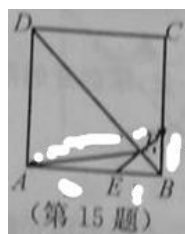
【答案】1.

【解析】

试题分析：方程两边同乘以 $x-2$ ，可得 $m = x-1-3(x-2)$ ，解得 $m = -2x+5$ ，因分式方程

$\frac{m}{x-2} = \frac{1-x}{2-x} - 3$ 有增根，可得 $x=2$ ，所以 $m=1$.

15. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 3 ，点 E 在边 AB 上，且 $BE=1$. 若点 P 在对角线 BD 上移动，则 $PA+PE$ 的最小值是_____.

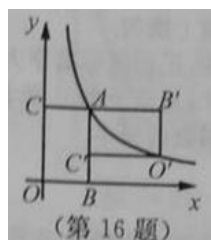


【答案】 $\sqrt{10}$.

【解析】

试题分析：过点 E 作 EM 垂直 BD ，交 BC 于点 M ，连接 AM 交 BD 于点 P ，根据正方形的对称性可得点 E 、点 M 关于 BD 对称，此时 $AP+EP$ 的值最小，因 $BE=1$ ，可得 $BM=1$ ，根据勾股定理可求得 $AM = \sqrt{10}$ ，由 $AP+EP=AM$ 即可得 $PA+PE$ 的最小值是 $\sqrt{10}$.

16. 如图，矩形 $ABOC$ 的顶点 O 在坐标原点，顶点 B 、 C 分别在 x 、 y 轴的正半轴上，顶点 A 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数， $k > 0$ ， $x > 0$) 的图象上，将矩形 $ABOC$ 绕点 A 按逆时针方向旋转 90° 得到矩形 $AB'O'C'$ ，若点 O 的对应点 O' 恰好落在此反比例函数图象上，则 $\frac{OB}{OC}$ 的值是_____.



【答案】 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

【解析】

试题分析：设点 A 的坐标为 (a, b)，即可得 OB=a, OC=b, 已知矩形 ABOC 绕点 A 按逆时针方向旋转 90° 得到矩形 AB'O'C'，可得点 C、A、B' 在一条直线上，点 A、C'、B 在一条直线上，AC'=a, AB'=b, 所以点 O' 的坐标为 (a+b, b-a)，根据反比例函数 k 的几何意义可得 $ab=(a+b)(b-a)$ ，即可得 $b^2-ab-a^2=0$ ，

解这个以 b 为未知数的一元二次方程得 $b_1=\frac{(1+\sqrt{5})}{2}a, b_2=\frac{(1-\sqrt{5})}{2}a$ (舍去)，所以 $b=\frac{(1+\sqrt{5})}{2}a$ ，所以

$$\frac{OB}{OC} = \frac{a}{\frac{(\sqrt{5}+1)}{2}a} = \frac{2}{\sqrt{5}+1} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}.$$

三、解答题 (本大题共 10 小题，共 72 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. (本题满分 6 分)

计算： $|-3| + (-1)^4 - 2 \tan 45^\circ - (\pi - 1)^0$.

【答案】 1.

【解析】

试题分析：根据绝对值的性质、乘方的运算法则、特殊角的三角函数值、0 指数幂的性质分别计算各项后合并即可.

试题解析：原式 $= 3 + 1 - 2 \times 1 - 1 = 1$.

18. (本题满分 6 分)

先化简，再求值： $\frac{x}{x-1} + \frac{x+1}{x^2-1}$ ，其中 $x=2$.

【答案】 3.

【解析】

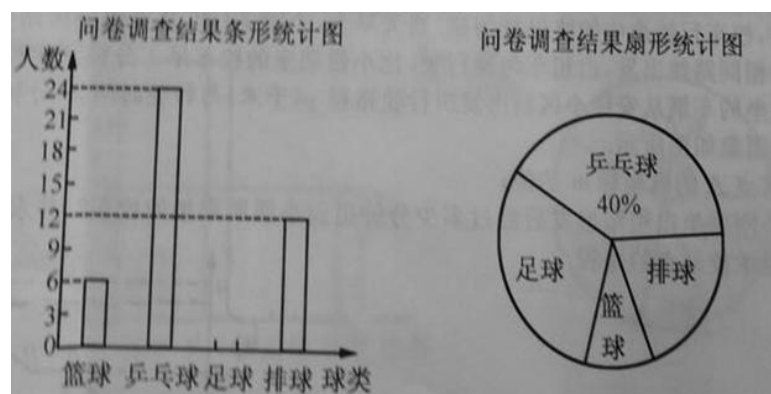
试题分析：根据分式的运算法则先把分式化为最简分式，再代入求知即可.

试题解析：原式 $= \frac{x}{x-1} + \frac{x+1}{(x-1)(x+1)} = \frac{x}{x-1} + \frac{1}{x-1} = \frac{x+1}{x-1}$,

把 $x=2$ 代入得，原式 $= \frac{2+1}{2-1} = 3$.

19. (本题满分 6 分)

某校为了解八年级学生最喜欢的球类情况，随机抽取了八年级部分学生进行问卷调查，调查分为最喜欢篮球、乒乓球、足球、排球共四种情况，每名同学选且只选一项，现将调查结果绘制成如下所示的两幅统计图.



请结合这两幅统计图，解决下列问题：

- (1) 在这次问卷调查中，一共抽取了_____名学生；
- (2) 请补全条形统计图；
- (3) 若该校八年级共有 300 名学生，请你估计其中最喜歡排球的学生人数.

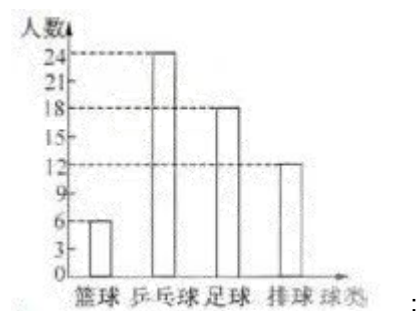
【答案】(1) 60；(2) 详见解析；(3) 60.

【解析】

试题分析：(1) 用喜欢乒乓球的人数除以喜欢乒乓球的人数所占的百分比即可得所抽取学生的人数；(2) 用总人数减去喜欢篮球、乒乓球、排球的学生人数，求得喜欢足球的学生人数，补全统计图即可；(3) 用总人数 300 乘以喜欢排球的学生人数所占的百分比即可求得答案.

试题解析：(1) 60；

(2)



(3) $\frac{12}{60} \times 300 = 60$ (人),

答：最喜欢排球的学生人数有 60 人.

20. (本题满分 6 分)

桌面上有四张正面分别标有数字，2，3，4 的不透明卡片，它们除数字外其余全部相同，现将它们背面朝上洗匀.

(1) 随机翻开一张卡片，正面所标数字大于 2 的概率为_____；

(2) 随机翻开一张卡片，从余下的三张卡片中再翻开一张，求翻开的两张卡片正面所标数字之和是偶数的概率.

【答案】(1) $\frac{1}{2}$ ；(2) $\frac{1}{3}$.

【解析】

试题分析：(1) 直接根据概率公式即可求解；(2) 根据题意画出树状图，由树状图求得所有等可能的结果，根据概率公式即可求得答案.

试题解析：

(1) $\frac{1}{2}$ ；

(2) “翻开的两张卡片正面所标数字之和是偶数”记为事件 A，用树状图列出翻开的两张卡片正面所标数字的所有可能的结果如下：

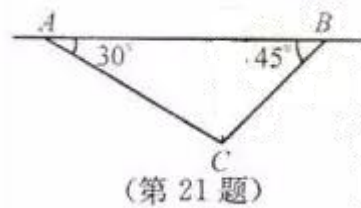


从上图可以看出，翻开的两张卡片，其正面所标数字之和共有 12 种结果，且每种结果都是等可能的，其中事件 A 包含 4 种可能的结果，所以 $P(A) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

答：翻开的两张卡片正面所标数字之和是偶数的概率是 $\frac{1}{3}$.

21. (本题满分 6 分)

如图所示，飞机在一定高度上沿水平直线飞行，先在点 A 处测得正前方小岛 C 的俯角为 30° ，面向小岛方向继续飞行 10 km 到达 B 处，发现小岛在其正后方，此时测得小岛的俯角为 45° . 如果小岛高度忽略不计，求飞机飞行的高度 (结果保留根号).



【答案】 $(5\sqrt{3}-5)km$.

【解析】

【解析】

试题分析：过点 C 作 $CH \perp AB$ ，垂足为 H，则 CH 的长度即为飞机飞行的高度. 设 $CH=xkm$ ，在 $Rt\triangle ACH$ 中，用 x 表示出 AH 的长；在 $Rt\triangle BCH$ 中， $\angle BHC=90^\circ$ ，可得 $BH=CH=x$ ，根据 $AH+HB=AB=10$ 列出方程，解方程求得 x 的值，即可得飞机飞行的高度.

试题解析：过点 C 作 $CH \perp AB$ ，垂足为 H，则 CH 的长度即为飞机飞行的高度.

设 $CH=xkm$ ，在 $Rt\triangle ACH$ 中， $\angle AHC=90^\circ$ ， $\angle CAH=30^\circ$ ，

因为 $\tan \angle CAH = \frac{CH}{AH}$ ，所以 $AH = \frac{CH}{\tan \angle CAH} = \frac{x}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = \sqrt{3}x$ ，

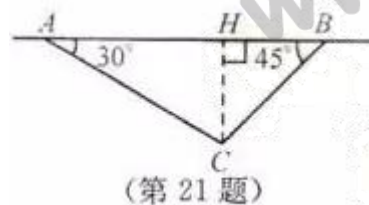
又在 $Rt\triangle BCH$ 中， $\angle BHC=90^\circ$ ， $\angle CBH=45^\circ$ ，

所以 $BH=CH=x$

因为 $AH+HB=AB=10$ ，所以 $\sqrt{3}x+x=10$ ，

解得 $x = \frac{10}{\sqrt{3}+1} = 5\sqrt{3}-5$ ，

答：飞机飞行的高度为 $(5\sqrt{3}-5)km$.



22. (本题满分 6 分)

如图，AB 与 $\odot O$ 相切于点 B，BC 为 $\odot O$ 的弦， $OC \perp OA$ ，OA 与 BC 相交于点 P；

(1) 求证： $AP = AB$ ；

(2) 若 $OB = 4$ ， $AB = 3$ ，求线段 BP 的长.



【答案】(1) 详见解析；(2) $BP = \frac{6\sqrt{5}}{5}$.

【解析】

试题分析：(1) 根据已知条件易得 $\angle ABP + \angle OBC = 90^\circ$ ， $\angle C + \angle CPO = 90^\circ$ ，因为 $\angle APB = \angle CPO$ ，即可得 $\angle C + \angle APB = 90^\circ$ ，再由 $\angle C = \angle OBC$ ，即可得 $\angle ABP = \angle APB$ ，所以 $AP = AB$ ；(2) 过点 A 作 $AD \perp BP$ ，垂足为 D，所以 $\angle ADP = 90^\circ$ ， $PD = \frac{1}{2} BP$ ，由勾股定理求得 OA 的长，再由勾股定理求得 CP 的长，由 $\angle ADP = \angle CPO$ ， $\angle ADP = \angle COP$ ，证得 $\triangle ADP \sim \triangle COP$ ，根据相似三角形的性质求得 PD 的长，即可得 BP 的长。

试题解析：(1) 因为 AB 与 $\odot O$ 相切于点 B，所以 $OB \perp AB$ ， $\angle ABP + \angle OBC = 90^\circ$ ，

因为 $OC \perp OA$ ，所以 $\angle C + \angle CPO = 90^\circ$ ，

因为 $\angle APB = \angle CPO$ ，所以 $\angle C + \angle APB = 90^\circ$ ，

因为 $OC = OB$ ，所以 $\angle C = \angle OBC$ ，

所以 $\angle ABP = \angle APB$ ，

因此 $AP = AB$ 。

Tel: 4000-121-121
www.izhikang.com

(2) 过点 A 作 $AD \perp BP$, 垂足为 D, 所以 $\angle ADP = 90^\circ$, $PD = \frac{1}{2} BP$

因为 $\angle ABO = 90^\circ$, $OB = 4$, $AB = 3$, 所以 $OA^2 = OB^2 + AB^2$, 故 $OA = 5$

因为 $AP = AB = 3$, 所以 $OP = OA - AP = 2$

因为 $\angle COP = 90^\circ$, 所以 $CP = \sqrt{OC^2 + OP^2} = 2\sqrt{5}$,

因为 $\angle ADP = \angle CPO$, $\angle ADP = \angle COP$, 所以 $\triangle ADP \sim \triangle COP$.

所以 $\frac{PD}{PO} = \frac{AP}{CP}$, 即 $PD = \frac{3\sqrt{5}}{5}$, 所以 $BP = \frac{6\sqrt{5}}{5}$.

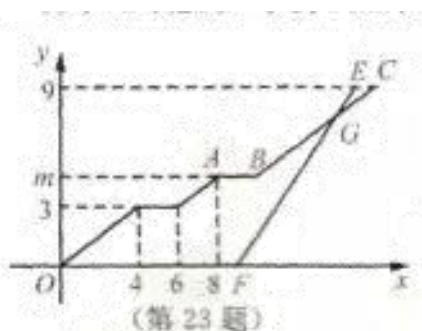


23. (本题满分 8 分)

小强与小刚都住在安康小区, 在同一所学校读书. 某天早上, 小强 7:30 从安康小区站乘坐校车去学校, 途中需停靠两个站点才能到达学校站点, 且每个站点停留 2 分钟, 校车行驶途中始终保持匀速. 当天早上, 小刚 7:39 从安康小区站乘坐出租车沿相同路线出发, 出租车匀速行驶, 比小强乘坐的校车早分钟到学校站点. 他们乘坐的车辆从安康小区站出发所行驶路程 y (千米) 与行驶时间 x (分钟) 之间的函数图象如图所示.

(1) 求点 A 的纵坐标 m 的值;

(2) 小刚乘坐出租车出发后经过多少分钟追到小强所乘坐的校车? 并求此时他们距学校站点的路程.



【答案】(1) $m = \frac{9}{2}$; (2) 当小刚乘坐出租车出发后经过 5 分钟追到小强所乘坐的校车,

此时他们距学校站点的路程 $\frac{3}{2}$ 千米.

【解析】

试题分析:

试题解析: (1) 因为校车的速度为: $3 \div 4 = \frac{3}{4}$ (千米/分钟),

所以 $m = \frac{3}{4} \times (8 - 2) = \frac{9}{2}$.

(2) 因为 $m = \frac{9}{2}$, 所以 $A(8, \frac{9}{2}), B(10, \frac{9}{2})$

因为 $9 \div \frac{3}{4} = 12$, 所以 $C(16, 9), E(15, 9), F(9, 0)$

设线段 BC 的解析式为 $y_{BC} = k_1x + b_1$ ($10 \leq x \leq 16$),

所以 $\begin{cases} 10k_1 + b_1 = \frac{9}{2} \\ 16k_1 + b_1 = 9 \end{cases}$, 解得: $\begin{cases} k_1 = \frac{3}{4} \\ b_1 = -3 \end{cases}$, 所以 $y_{BC} = \frac{3}{4}x - 3$ ($10 \leq x \leq 16$)

设线段 EF 的解析式为 $y_{EF} = k_2x + b_2$ ($9 \leq x \leq 15$),

所以 $\begin{cases} 15k_2 + b_2 = 9 \\ 9k_2 + b_2 = 0 \end{cases}$, 解得: $\begin{cases} k_2 = \frac{3}{2} \\ b_2 = -\frac{27}{2} \end{cases}$, 所以 $y_{EF} = \frac{3}{2}x - \frac{27}{2}$ ($9 \leq x \leq 15$)

联立得: $\begin{cases} y = \frac{3}{4}x - 3 \\ y = \frac{3}{2}x - \frac{27}{2} \end{cases}$, 解得: $\begin{cases} x = 14 \\ b_2 = \frac{15}{2} \end{cases}$

因为 $14 - 9 = 5$ (分钟), $9 - \frac{15}{2} = \frac{3}{2}$ (千米)

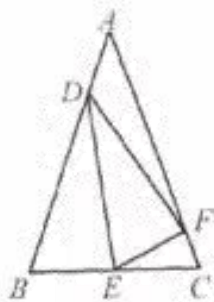
答: 当小刚乘坐出租车出发后经过 5 分钟追到小强所乘坐的校车, 此时他们距学校站点的路程 $\frac{3}{2}$ 千米.

24. (本题满分 8 分)

如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 E 在边 BC 上移动 (点 E 不与点 B、C 重合), 满足 $\angle DEF = \angle B$, 且点 D、F 分别在边 AB、AC 上.

(1) 求证: $\triangle BDE \sim \triangle CEF$;

(2) 当点E移动到BC的中点时, 求证: FE平分 $\angle DFC$.



(第 24 题)

【答案】详见解析.

【解析】

试题分析: (1) 根据等腰三角形的性质可得 $\angle B = \angle C$, 再由 $\angle DEF + \angle CEF = \angle B + \angle BDE$, $\angle DEF = \angle B$, 即可判定 $\angle CEF = \angle BDE$, 根据相似三角形的判定方法即可得 $\triangle BDE \sim \triangle CEF$; (2) 由相似三角形的性质可得 $\frac{BE}{CF} = \frac{DE}{EF}$, 再由点E是BC的中点, 可得 $BE = CE$, 即可得 $\frac{CE}{CF} = \frac{DE}{EF}$, 又因 $\angle C = \angle DEF$, 即可判定 $\triangle CEF \sim \triangle EDF$, 根据相似三角形的性质可得 $\angle CFE = \angle EFD$, 即可证得FE平分 $\angle DFC$.

试题解析: (1) 因为 $AB = AC$, 所以 $\angle B = \angle C$,

因为 $\angle DEF + \angle CEF = \angle B + \angle BDE$, $\angle DEF = \angle B$

所以 $\angle CEF = \angle BDE$,

所以 $\triangle BDE \sim \triangle CEF$;

(2) 因为 $\triangle BDE \sim \triangle CEF$, 所以 $\frac{BE}{CF} = \frac{DE}{EF}$,

因为点E是BC的中点, 所以 $BE = CE$, 即 $\frac{CE}{CF} = \frac{DE}{EF}$,

所以 $\frac{CE}{DE} = \frac{CF}{EF}$, 又 $\angle C = \angle DEF$, 故 $\triangle CEF \sim \triangle EDF$,

所以 $\angle CFE = \angle EFD$, 即FE平分 $\angle DFC$.

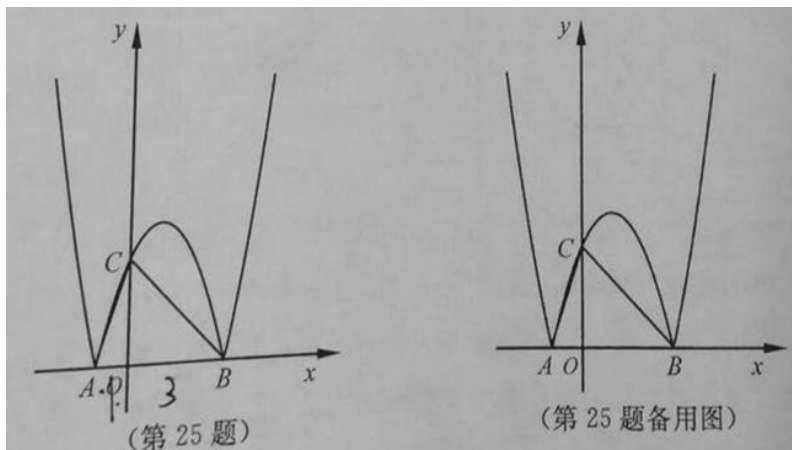
25. (本题满分 10 分)

如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = x^2 - 2x - 3$ 交 x 轴于A、B两点(点A在点B的左侧), 将该抛物线位于 x 轴上方曲线记作M, 将该抛物线位于 x 轴下方部分沿 x 轴翻折, 翻折后所得曲线记作N, 曲线N交 y 轴于点C, 连接AC、BC.

(1) 求曲线N所在抛物线相应的函数表达式;

(2) 求 $\triangle ABC$ 外接圆的半径；

(3) 点 P 为曲线 M 或曲线 N 上的一个动点，点 Q 为 x 轴上的一个动点，若以点 B 、 C 、 P 、 Q 为顶点的四边形是平行四边形，求点 Q 的坐标。



【答案】(1) $y = -x^2 + 2x + 3$ ；(2) $\sqrt{5}$ ；(3) 点 Q 的坐标分别为

$(4 + \sqrt{7}, 0), (2 - \sqrt{7}, 0), (2 + \sqrt{7}, 0), (4 - \sqrt{7}, 0), (5, 0), (1, 0)$ 。

【解析】

试题分析：(1) 把 $y = x^2 - 2x - 3$ 化为顶点式，求得该抛物线的顶点坐标和开口方向，由翻折可得曲线 N 所在抛物线的顶点坐标和开口方向，即可得曲线 N 的解析式；(2) 先求得 $\triangle ABC$ 外接圆圆心的坐标，再利用勾股定理求得半径的长即可；(3) 分点 P 位于曲线 M 上和点 P 位于曲线 N 上两种情况求点 Q 的坐标即可。

试题解析：(1) 因为 $y = x^2 - 2x - 3$ 可化为 $y = (x-1)^2 - 4$ ，

所以抛物线 $y = x^2 - 2x - 3$ 的点的坐标为 $(1, -4)$ ，开口向上，

所以曲线 N 所在抛物线的顶点坐标为 $(1, 4)$ ，开口向下，

故曲线 N 所在抛物线相应的函数表达式为 $y = -(x-1)^2 + 4$ ，

即 $y = -x^2 + 2x + 3$ ；

(2) 因为抛物线 $y = x^2 - 2x - 3$ 交 x 轴于 A 、 B 两点，

所以 $A(-1, 0)$ ， $B(3, 0)$ ，则线段 AB 的垂直平分线的直线为 $x=1$ ，

因为曲线 N 交 y 轴于点 $(0, 3)$ ，

所以 $OC=OB$ ，又 $\angle COB=90^\circ$ ，所以线段 BC 的垂直平分线为直线 $y=x$ ，

联立 $\begin{cases} y=x \\ x=1 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} y=1 \\ x=1 \end{cases}$ ，所以 $\triangle ABC$ 的外接圆圆心坐标为 $(1, 1)$ ，

由勾股定理可得 $\sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$ ，所以 $\triangle ABC$ 的外接圆半径为 $\sqrt{5}$ ；

(3) 过点 C 作直线 $l \parallel x$ 轴，交曲线 M 或 N 于点 P ，

①当点 P 位于曲线 M 上时，

由 $x^2 - 2x - 3 = 3$ ，解得 $x_1 = \sqrt{7} + 1, x_2 = -\sqrt{7} + 1$ ，

所以 $CP = \sqrt{7} + 1$ 或 $CP = \sqrt{7} - 1$ ；

因为以点 B 、 C 、 P 、 Q 为顶点的四边形是平行四边形，

所以 $CP \parallel BQ$ 且 $CP = BQ$ ，

所以 $Q_1(4 + \sqrt{7}, 0), Q_2(2 - \sqrt{7}, 0), Q_3(2 + \sqrt{7}, 0), Q_4(4 - \sqrt{7}, 0)$ ；

②当点 P 位于曲线 N 上时，

由 $-x^2 + 2x + 3 = 3$ ，解得 $x_1 = 2, x_2 = 0$ (舍去)，

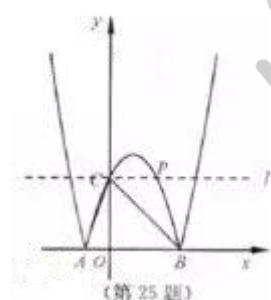
所以 $CP = 2$ ；

因为以点 B 、 C 、 P 、 Q 为顶点的四边形是平行四边形，

所以 $CP \parallel BQ$ 且 $CP = BQ$ ，

所以 $Q_5(5, 0), Q_6(1, 0)$ ；

综上所述，点 Q 的坐标分别为 $(4 + \sqrt{7}, 0), (2 - \sqrt{7}, 0), (2 + \sqrt{7}, 0), (4 - \sqrt{7}, 0), (5, 0), (1, 0)$ 。



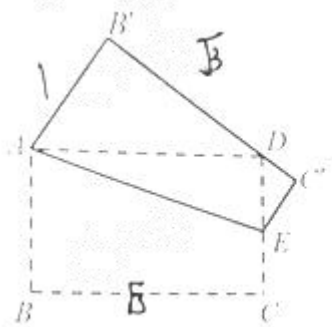
26. (本题满分 10 分)

如图，在矩形纸片 $ABCD$ 中，已知 $AB = 1$ ， $BC = \sqrt{3}$ ，点 E 在边 CD 上移动，连接 AE ，将多边形 $ABCE$ 沿直线 AE 折叠，得到多边形 $AB'C'E$ ，点 B 、 C 的对应点分别为点 B' 、 C' 。

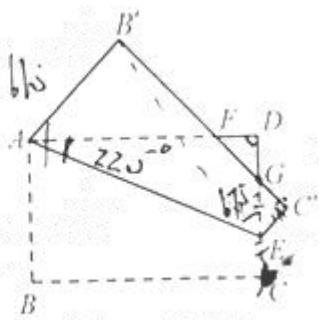
(1) 当 $B'C'$ 恰好经过点 D 时 (如图 1), 求线段 CE 的长;

(2) 若 $B'C'$ 分别交边 AD 、 CD 于点 F 、 G , 且 $\angle DAE = 22.5^\circ$ (如图 2), 求 $\triangle DFG$ 的面积;

(3) 在点 E 从点 C 移动到点 D 的过程中, 求点 C' 运动的路径长.



(第 26 题图 1)



(第 26 题图 2)

【答案】(1) $CE = \sqrt{6} - 2$; (2) $S_{\triangle DFG} = \frac{5}{2} - \sqrt{6}$; (3) $\frac{2\pi}{3}$.

【解析】

试题分析: (1) 根据折叠的性质可得 $\angle B = \angle B' = 90^\circ$, $AB = AB' = 1$, $BC = B'C' = \sqrt{3}$, $C'E = CE$, 根据勾股定理求得 $B'D = \sqrt{2}$, 即可得 $DC' = \sqrt{3} - \sqrt{2}$, 易证 $\triangle AB'D \sim \triangle DCE'$, 根据相似三角形的性质即可求得 CE 的长; (2) 如图 2-1, 连接 AC , 根据锐角三角函数求得 $\angle BAC = 60^\circ$, 再求得 $\angle B'AF = 45^\circ$, 根据等腰直角三角形的性质求得 $DF = \sqrt{3} - \sqrt{2}$, 即可求得 $\triangle DFG$ 的面积; (3) 如图 2-2, 连接 AC' , 则 $AC = AC' = 2$, 点 C' 的运动路径是以点 A 为圆心, 以 AC 为半径的圆弧, 根据弧长公式计算即可.

试题解析:

(1) 如图 1, 由折叠得, $\angle B = \angle B' = 90^\circ$, $AB = AB' = 1$, $BC = B'C' = \sqrt{3}$, $C'E = CE$,

由勾股定理得, $B'D = \sqrt{AD^2 - AB'^2} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 - 1^2} = \sqrt{2}$,

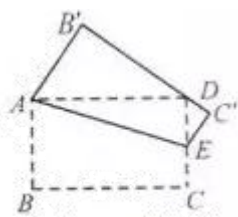
所以 $DC' = \sqrt{3} - \sqrt{2}$,

因为 $\angle ADE = 90^\circ$, 所以 $\angle ADB' + \angle EDC' = 90^\circ$,

又因 $\angle EDC' + \angle DEC' = 90^\circ$, 所以 $\angle ADB' = \angle DEC'$

又 $\angle B = \angle B' = 90^\circ$, 所以 $\triangle AB'D \sim \triangle DCE'$

所以 $\frac{AB'}{DC'} = \frac{B'D}{C'E}$, 即 $\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{C'E}$, 所以 $CE = \sqrt{6} - 2$



(第 26 题图 1)

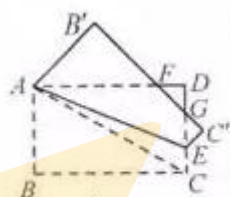
(2) 如图 2-1, 连接 AC , 因为 $\angle BAC = \frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{3}$, 所以 $\angle BAC = 60^\circ$,

故 $\angle DAC = 30^\circ$, 又 $\angle DAE = 22.5^\circ$, 所以 $\angle EAC = \angle DAC - \angle DAE = 30^\circ - 22.5^\circ = 7.5^\circ$,

由折叠得, $\angle B'AE = \angle BAE = 67.5^\circ$, 所以 $\angle B'AF = 45^\circ$,

所以 $AF = \sqrt{2}AB' = \sqrt{2}$, 即 $DF = \sqrt{3} - \sqrt{2}$, $C'E = CE$,

因为 $\angle B'FA = 45^\circ$, 所以 $S_{\triangle DFG} = \frac{1}{2} \times (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 = \frac{5}{2} - \sqrt{6}$;

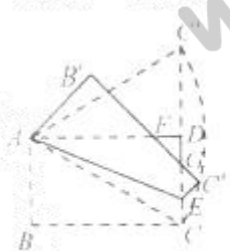


(第 26 题图 2-1)

(3) 如图 2-2, 连接 AC' , 则 $AC = AC' = 2$,

所以点 C' 的运动路径是以点 A 为圆心, 以 AC 为半径的圆弧; 当点 E 运动到点 D 时, 点 C' 恰好在 CD 的延长线上, 此时 $\angle CAC' = 60^\circ$,

所以点的运动路径长是 $\frac{60\pi \times 2}{180} = \frac{2\pi}{3}$.



(第 26 题图 2-2)