盐城市 2017 年初中毕业与升学考试

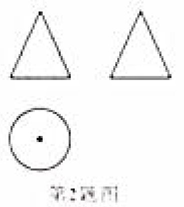
数学试题

一、选择题：本大题共 6 个小题,每小题 3 分,共 18 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.-2 的绝对值等于(　　)

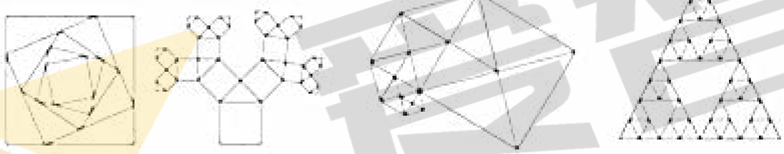
A.2　　　　B.-2　　　　C.$\frac{1}{2}$　　　　D.$-\frac{1}{2}$

2.如图是某个几何体的主视图、左视图、俯视图，该几何体是(　　)



A.圆柱　　　　B.球　　　　C.圆锥　　　　D.棱锥

3.下列图形中，是轴对称图形的是(　　)



A　　　　B　　　　C　　　　D

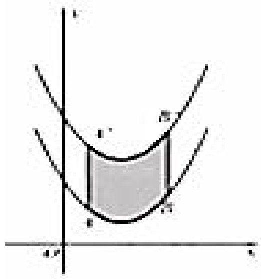
4.数据 6，5，7.5，8.6，7，6 的众数是(　　)

A. 5　　　　B.6　　　　C.7　　　　D.8

5.下列运算中，正确的是(　　)

A. $7a+a=7a^2$　　　　B. $a^2\times a^3=a^6$　　　　C. $a^3\times a=a^2$　　　　D. $(ab)^2=ab^2$

6.如图，将函数 $y=\frac{1}{2}(x-2)^2+1$ 的图象沿 y 轴向上平移得到一条新函数的图象，其中点 $A(1,m)$，$B(4,n)$ 平移后的对应点分别为点 A'、A'，若曲线段 AB 扫过的面积为 9(图中的阴影部分)，则新图象的函数表达式是(　　)



A. $y=\frac{1}{2}(x-2)^2-2$　　B. $y=\frac{1}{2}(x-2)^2+7$　　C. $y=\frac{1}{2}(x-2)^2-5$　　D. $y=\frac{1}{2}(x-2)^2+4$

二、填空题（每题 3 分，满分 30 分，将答案填在答题纸上）

7.请写出一个无理数__________.

8.分解因式 a^2b-a 的结果为__________.

9.2016 年 12 月 30 日，盐城市区内环高架快速路网二期工程全程全线通车，至此，已通车的内环高架快速路里程达 57000 米，用科学记数法表示数 57000 为_________.

10.若二次根式 $\sqrt{x-3}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围为__________.

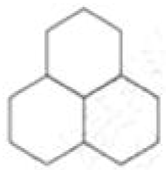
11.如图，是由大小完全相同的正六边形组成的图形，小军准备用红色、黄色、蓝色随机给每个正六边形分别涂上其中的一种颜色，则上方的正六边形涂红色的概率是_________.

12.在“三角尺拼角”实验中，小明同学把一副三角尺按如图所示的方式放置，则 $\angle 1=$________°.

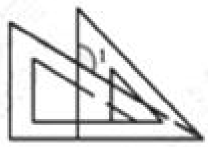
13.若方程 $x^2-4x+1=0$ 的两根是 x_1，x_2，则 $x_1\left(1+x_2\right)+x_2$ 的值为________________.

14.如图，将 $\odot O$ 沿弦 AB 折叠，点 C 在 $\overset{\frown}{AmB}$ 上，点 D 在 $\overset{\frown}{AB}$ 上，若 $\angle ACB=70^\circ$，则 $\angle ADB=$____°.

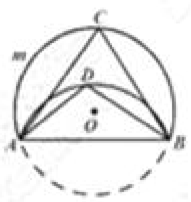
15.如图，在边长为 1 的小正方形网格中，将 $\triangle ABC$ 绕某点旋转到 $\triangle A'B'C'$ 的位置，则点 B 运动的最短路径长为_____________.



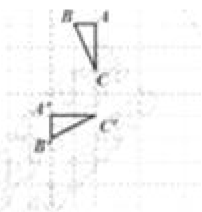
第 11 题图



第 12 题图



第 14 题图



第 15 题图

16.如图，曲线 l 是由函数 $y=\dfrac{6}{x}$ 在第一象限内的图象绕坐标原点 O 逆时针旋转 45° 得到的，过点 $A\left(-4\sqrt{2},4\sqrt{2}\right)$，$B\left(2\sqrt{2},2\sqrt{2}\right)$ 的直线与曲线 l 相交于点 M、N，则 $\triangle OMN$ 的面积为___

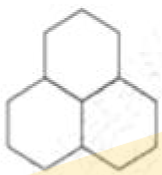
的正六边形组成的图形，小军准备用红色、黄色、蓝色随机给每个正六边形分别涂上其中的一种颜色，则上方的正六边形涂红色的概率是____________.

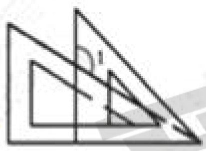
12.在“三角尺拼角”实验中，小明同学把一副三角尺按如图所示的方式放置，则$\angle 1=$_______ ____°.

13.若方程$x^2-4x+1=0$的两根是x_1，x_2，则$x_1\left(1+x_2\right)+x_2$的值为_______________.

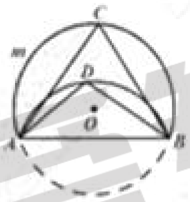
14.如图，将⊙O沿弦AB折叠，点C在$\overset{\frown}{AmB}$上，点D在$\overset{\frown}{AB}$上，若$\angle ACB=70^\circ$，则$\angle ADB=$___ ____°.

15.如图，在边长为1的小正方形网格中，将$\triangle ABC$绕某点旋转到$\triangle A'B'C'$的位置，则点B运动的最短路径长为_____________.


第11题图



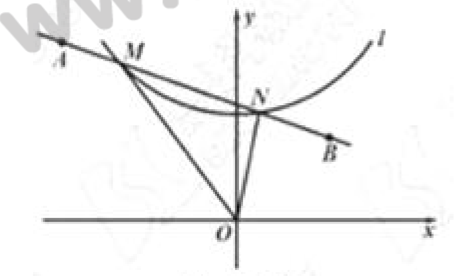
第12题图



第14题图

第15题图

16.如图，曲线l是由函数$y=\dfrac{6}{x}$在第一象限内的图象绕坐标原点O逆时针旋转45°得到的，过点$A\left(-4\sqrt{2},4\sqrt{2}\right)$，$B\left(2\sqrt{2},2\sqrt{2}\right)$的直线与曲线$l$相交于点$M$、$N$，则$\triangle OMN$的面积为______ ____.



第16题图

三、解答题 （本大题共1小题，共102分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

17.计算：$\sqrt{4}+\frac{1}{2}^{-1}-2017^{0}$.

18.解不等式组：$\begin{cases} 3x-1 \geq x+1 \\ x+4 < 4x-2 \end{cases}$.

19.先化简，再求值：$\frac{x+3}{x-2} \times x+2-\frac{5}{x-2}$，其中 $x=3+\sqrt{3}$.

20.为了编撰祖国的优秀传统文化，某校组织了一次“诗词大会”，小明和小丽同时参加，其中，有一道必答题是：从如图所示的九宫格中选取七个字组成一句唐诗，其答案为“山重水复疑无路”.

(1)小明回答该问题时，对第二个字是选“重”还是选“穷”难以抉择，若随机选择其中一个，则小明回答正确的概率是______________；

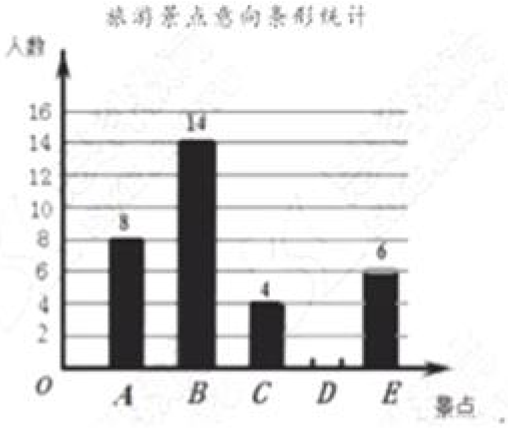
(2)小丽回答该问题时，对第二个字是选“重”还是选“穷”、第四个字是选“富”还是选“复”都难以抉择，若分别随机选择，请用列表或画树状图的方法求小丽回答正确的概率.

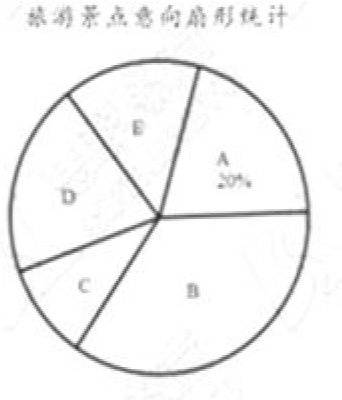
水	重	复
山	疑	路
无	富	穷

九宫格

第20题图

21.“大美湿地，水韵盐城”.某校数学兴趣小组就“最想去的盐城市旅游景点”随机调查了本校部分学生，要求每位同学选择且只能选择一个最想去的景点，下面是根据调查结果进行数据整理后绘制出的不完整的统计图：





请根据图中提供的信息，解答下列问题：

(1) 求被调查的学生总人数；

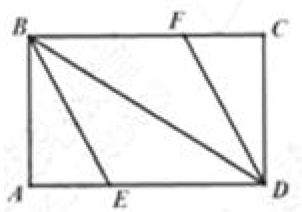
(2) 补全条形统计图，并求扇形统计图中表示“最想去景点 D”的扇形圆心角的度数；

(3)若该校共有 800 名学生，请估计“最想去景点 B“的学生人数.

22.如图，矩形 $ABCD$ 中，$\angle ABD$ 、$\angle CDB$ 的平分线 BE 、DF 分别交边 AD 、BC 于点 E 、F .

(1)求证：四边形 $BEDF$ 是平行四边形；

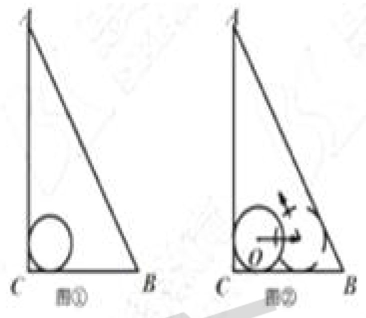
(2)当 $\angle ABE$ 为多少度时，四边形 $BEDF$ 是菱形？请说明理由.



24.如图，$\triangle ABC$ 是一块直角三角板，且 $\angle C=90^\circ$，$\angle A=30^\circ$，现将圆心为点 O 的圆形纸片放置在三角板内部.

(1)如图①，当圆形纸片与两直角边 AC、BC 都相切时，试用直尺与圆规作出射线 CO；(不写做法与证明，保留作图痕迹)

(2)如图②，将圆形纸片沿着三角板的内部边缘滚动 1 周，回到起点位置时停止，若 $BC=9$，圆形纸片的半径为 2，求圆心 O 运动的路径长.



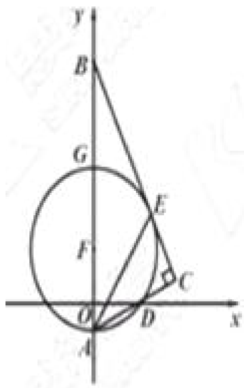
第24题图

25.如图，在平面直角坐标系中，$Rt\triangle ABC$ 的斜边 AB 在 y 轴上，边 AC 与 x 轴交于点 D，AE 平分 $\angle BAC$ 交边 BC 于点 E，经过点 A、D、E 的圆的圆心 F 恰好在 y 轴上，$\odot F$ 与 y 轴相交于另一点 G.

(1)求证：BC 是 $\odot F$ 的切线；

(2)若点 A、D 的坐标分别为 $A(0,-1)$，$D(2,0)$，求 $\odot F$ 的半径；

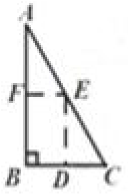
(3)试探究线段 AG、AD、CD 三者之间满足的等量关系，并证明你的结论.



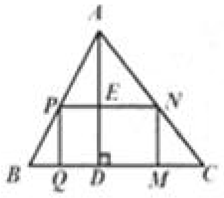
第25题图

26.【探索发现】

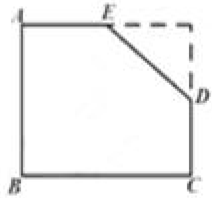
如图①，是一张直角三角形纸片，$\angle B=60^\circ$，小明想从中剪出一个以$\angle B$为内角且面积最大的矩形，经过多次操作发现，当沿着中位线DE、EF剪下时，所得的矩形的面积最大，随后，他通过证明验证了其正确性，并得出：矩形的最大面积与原三角形面积的比值为__________.



第 26 题图①



第 26 题图②



第 26 题图③

【拓展应用】

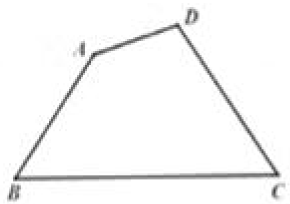
如图②，在△ABC中，$BC=a$，BC边上的高$AD=h$，矩形$PQMN$的顶点P、N分别在边AB、AC上，顶点Q、M在边BC上，则矩形$PQMN$面积的最大值为____________.(用含a，h的代数式表示)

【灵活应用】

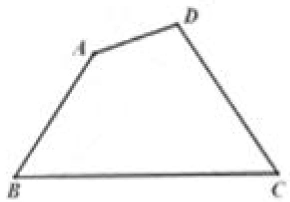
如图③，有一块“缺角矩形”$ABCDE$，$AB=32$，$BC=40$，$AE=20$，$CD=16$，小明从中剪出了一个面积最大的矩形($\angle B$为所剪出矩形的内角)，求该矩形的面积.

【实际应用】

如图④，现有一块四边形的木板余料$ABCD$，经测量$AB=50\text{cm}$，$BC=108\text{cm}$，$CD=60\text{cm}$，且$\tan B=\tan C=\dfrac{4}{3}$，木匠徐师傅从这块余料中裁出了顶点$M$、$N$在边$BC$上且面积最大的矩形$PQMN$，求该矩形的面积.



第 26 题图④



备用图

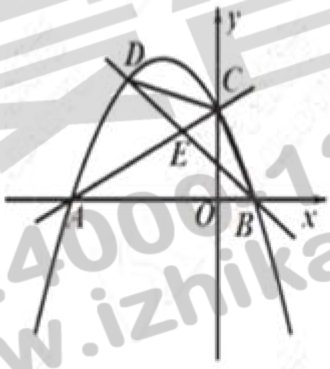
27.如图，在平面直角坐标系中，直线 $y=\frac{1}{2}x+2$ 与 x 轴交于点 A，与 y 轴交于点 C，抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2+bx+c$ 经过 A、C 两点，与 x 轴的另一交点为点 B.

(1)求抛物线的函数表达式；

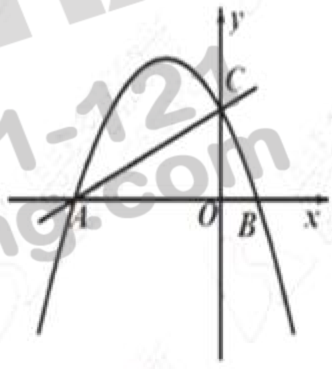
(2)点 D 为直线 AC 上方抛物线上一动点；

①连接 BC、CD，设直线 BD 交线段 AC 于点 E，$\triangle CDE$ 的面积为 S_1，$\triangle BCE$ 的面积为 S_2，求 $\frac{S_1}{S_2}$ 的最大值；

②过点 D 作 $DF \perp AC$，垂足为点 F，连接 CD，是否存在点 D，使得 $\triangle CDF$ 中的某个角恰好等于 $\angle BAC$ 的 2 倍？若存在，求点 D 的横坐标；若不存在，请说明理由.



第 27 题图



备用图

盐城市二〇一七年初中毕业与升学考试

数学试卷参考答案

一、选择题

1.A　2.C　3.D　4.B　5.C　6.D

二.填空题

7.$\sqrt{2}$(答案不唯一)　　8.$a(ab-1)$　　9. 5.7×10^{4}

10.$x\geq3$　　11.$\frac{1}{3}$　　12.120°

13.5　　14.110°　　15.$\frac{\sqrt{13}}{2}\pi$　　16.8

三.解答题

17. 解：原式 =2+2-1

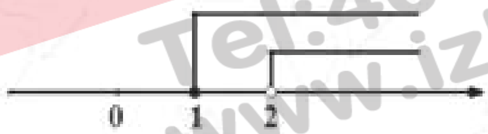
=3

18. 解不等式组：$\begin{cases}3x-1\geq x+1 & ①\\ x+4<4x-2 & ②\end{cases}$

解：解不等式①，得 $x\geq1$，

解不等式②，得 $x>2$，

在数轴上表示不等式①、②的解集为



∴不等式组的解集是 $x>2$

19.（本小题满 8 分）先化简，再求值，$\frac{x+3}{x-2}\div(x+2-\frac{5}{x-2})$，其中 $x=3+\sqrt{3}$。

解：原式 $=\frac{x+3}{x-2}\div(\frac{x^2-4}{x-2}-\frac{5}{x-2})$

$=\frac{x+3}{x-2}\div\frac{x^2-9}{x-2}$

$=\frac{x+3}{x-2}\cdot\frac{x-2}{x^2-9}$

$=\frac{x+3}{x-2}\cdot\frac{x-2}{(x+3)(x-3)}$

$=\frac{1}{x-3}$

当 $x=3+\sqrt{3}$ 时，

原式 $=\dfrac{1}{3+\sqrt{3}-3}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

20.解：（1）$\dfrac{1}{2}$

（2）画树状图：

开始

第二个字　　东　　　　穷

第四个字　富　复　　富　复

由树状图可知，有 4 种等可能的结果，其中正确的只有 1 种，

所以，小丽回答正确的概率是 $\dfrac{1}{4}$

21.解：（1）由"最想去 A 景点"的人数和其所占百分比可求总人数：

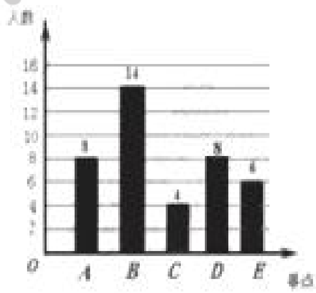
8÷20%=40（人）

答：被调查的学生总人数是 40 人。

（2）总人数减去已知的人数可求"最想去景点 D"的人数：

40－（8＋14＋4＋6）=8（人）

补全条形统计图，如图所示



"最想去景点 D"的扇形圆心角：$\dfrac{8}{40}\times 100\%\times 360^{\circ}=72^{\circ}$

答："最想去景点 D"的扇形圆心角度数为 72°。

（3）"最想去景点 B"的人数：$\dfrac{14}{40}\times 100\%\times 800=280$（人）

答："最想去景点 B"的人数为 280 人。

22.解：（1） 证明：

∵四边形ABCD是矩形

∴AB∥DC，AD∥BC

$\therefore \angle ABD=\angle CDB$

$\because BE$平分$\angle ABD$，DF平分$\angle CDB$，

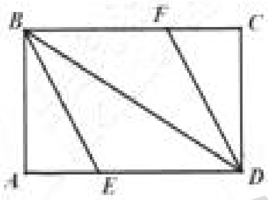
$\therefore \angle EBD=\frac{1}{2}\angle ABD, \angle FDB=\frac{1}{2}\angle CDB$

$\therefore \angle EBD=\angle FDB$

$\therefore DF\parallel EB$

又$\because AD\parallel BC$

∴四边形$BEDF$是平行四边形。



（2）当$\angle ABE=30°$时，

四边形$BEDF$是菱形

$\because BE$平分$\angle ABD$

$\therefore \angle ABD=2\angle ABE=60°, \angle EBD=\angle ABE=30°$

∵四边形$ABCD$是矩形

$\therefore \angle A=90°$

$\therefore \angle EDB=90°-\angle ABD=30°$

$\therefore \angle EDB=\angle EBD=30°$

$\therefore EB=ED$

又∵四边形$BEDF$是平行四边形

∴四边形$BEDF$是菱形

23.解：（1）设2014年这种礼盒的进价为x元/盒.

由题意得$\frac{3500}{x}=\frac{2400}{x-11}$

解得$x=35$

经检验$x=35$是原方程的解.

答：2014年这种礼盒的进价为35元/盒.

（2）设年增长率为a.

由（1）得2014年售出礼盒的数量为

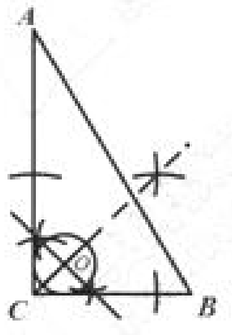
$3500\div35=100$（盒）

$\therefore (60-35)\times100(1+a)^2=(60-24)\times100$

解得$a_1=0.2$　$a_2=-2.2$（舍去）

答：年增长率为20%.

24.解：（1）如图所示，射线CO即为所求作的射线；



图①

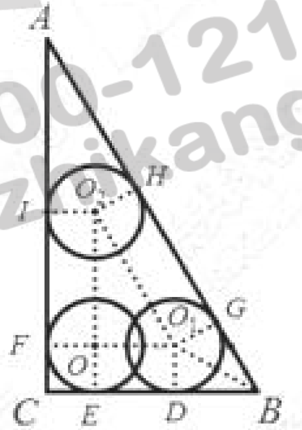
（2）如图，圆心O的运动路径长为$C_{\triangle OO_1O_2}$

过点O_1作$O_1D\perp BC$，$O_1F\perp AC$，$O_1G\perp AB$垂足分别为点D，F，G

过点O作$OE\perp BC$，垂足为点E，连接O_1B

过点O_2作$O_2H\perp AB$，$O_2I\perp AC$垂足分别为点H，I

在$Rt\Delta ABC$中，$\angle ACB=90^{\circ}$，$\angle A=30^{\circ}$



$\therefore AC=\dfrac{BC}{\tan 30^{\circ}}=\dfrac{9}{\frac{\sqrt{3}}{3}}=9\sqrt{3}$

$AB=\dfrac{BC}{\sin 30^{\circ}}=\dfrac{9}{\frac{1}{2}}=18$

$\therefore C_{\Delta ABC}=9+9\sqrt{3}+18=27+9\sqrt{3}$

$\because \angle C=90^{\circ},\angle A=30^{\circ}$，

$\therefore \angle ABC=180^{\circ}-90^{\circ}-30^{\circ}=60^{\circ}$

$\because O_1D\perp BC$，$O_1G\perp AB$

$\therefore D,G$为切点

$\therefore BD=BG$

在$Rt\Delta O_1BD$和$Rt\Delta O_1BG$中

$\begin{cases}BD=BG\\O_1B=O_1B\end{cases}$

$\therefore \Delta O_1BD\cong\Delta O_1BG(HL)$

$\therefore \angle O_1BD=\angle O_1BG=\frac{1}{2}\angle ABC=30^0$

在$Rt\Delta O_1BD$中，$\angle O_1DB=90^0, \angle O_1BD=30^0$

$\therefore BD=\frac{O_1D}{\tan 30^0}=\frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{3}}=2\sqrt{3}$

$\therefore OO_1=9-2-2\sqrt{3}=7-2\sqrt{3}$

$\because O_1D=OE=2, O_1D\perp BC, OE\perp BC$

$\therefore O_1D \parallel OE$且$O_1D=OE$

$\therefore$四边形$OEDO_1$为平行四边形，

$\because \angle OED=90^0$

$\therefore$四边形$OEDO_1$为矩形，

同理，四边形O_1O_2HG为矩形，四边形OO_2IF为矩形，四边形$OECF$为矩形，

又$OE=OF$，　$\therefore$四边形$OECF$为正方形

$\because \angle O_1GH=\angle CDO_1=90^0$，$\angle ABC=60^0$

$\therefore \angle GO_1D=120^0$

又$\because \angle FO_1D=\angle O_2O_1G=90^0$

$\therefore \angle OO_1O_2=360^0-90^0-90^0-120^0=60^0=\angle ABC$

同理，$\angle O_1OO_2=90^0$

$\therefore \Delta OO_1O_2 \backsim \Delta CBA$

$\therefore \frac{C_{\Delta OO_1O_2}}{C_{\Delta ABC}}=\frac{OO_1}{BC}$

$\frac{7-2\sqrt{3}}{9}=\frac{C_{\Delta OO_1O_2}}{27+9\sqrt{3}}$

$\therefore C_{\Delta OO_1O_2}=15+\sqrt{3}$

即圆心O的运动路径长为$15+\sqrt{3}$

25.（1）连接EF

$\because AE$平分$\angle BAC$，

$\therefore \angle BAE=\angle CAE$

$\because EF=AF$

$\therefore \angle FEA=\angle FAE$

$\therefore \angle FEA=\angle EAC$

$\therefore EF \parallel AC$

$\because \angle C=90^{0}$

$\therefore \angle FEC=\angle C=90^{0}$

$\therefore EF \perp BC$且点E在圆上

$\therefore BC$是$\odot F$的切线

(2) 连接FD，设半径为r

$\because A(0,-1), D(2,0)$

$\therefore OD=2$，$AO=1$

$\because \angle FOD=90^{0}$，$OD=2$，$AO=1$

$\therefore$在$Rt\Delta FOD$中，由勾股定理得

$$(r-1)^2+2^2=r^2$$

解得$r=\frac{5}{2}$

$\therefore \odot F$的半径为$\frac{5}{2}$

（3）法1：

$AG=AD+2CD$

过点F作$FR \perp AC$，垂足为R

$\therefore \angle FRC=90^{0}$

$\because CE$是$\odot O$的切线，切点为E

$\therefore \angle FEC=90^{0}$

$\because \angle FRC=\angle C=90^{0}$

$\therefore$四边形$EFRC$为矩形

$\therefore EF=CR$

$\because CR=RD+CD$

$\therefore EF=RD+CD$

$\because FR \perp AD$，F为圆心

$\therefore$由垂径定理，可知

$RD=\frac{1}{2}AD$

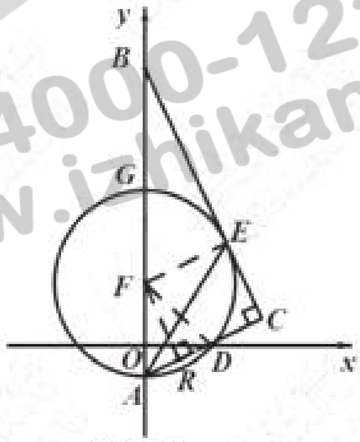
$\therefore EF=\frac{1}{2}AD+CD$

$\because EF$为半径，AG为直径

$\therefore EF=\frac{1}{2}AG$

$\therefore \frac{1}{2}AG=\frac{1}{2}AD+CD$

$\therefore AG=AD+2CD$



第25题图

法 2：

过E作$EM\perp$ y轴于点M

连接GE，DE

$\because AE$平分$\angle GAD$

$\therefore \angle GAE=\angle DAE$

$\therefore \angle GFE=\angle DFE$

$\therefore GE=DE$

又$EM\perp AG, EC\perp AC$

$\therefore EM=EC$

在$Rt\triangle GME$和$Rt\triangle DCE$中

$$\begin{cases} ME=CE \\ GE=ED \end{cases}$$

$\therefore \triangle GME\cong\triangle DCE(HL)$

$\therefore GM=CD$

在$Rt\triangle AME$和$Rt\triangle ACE$中

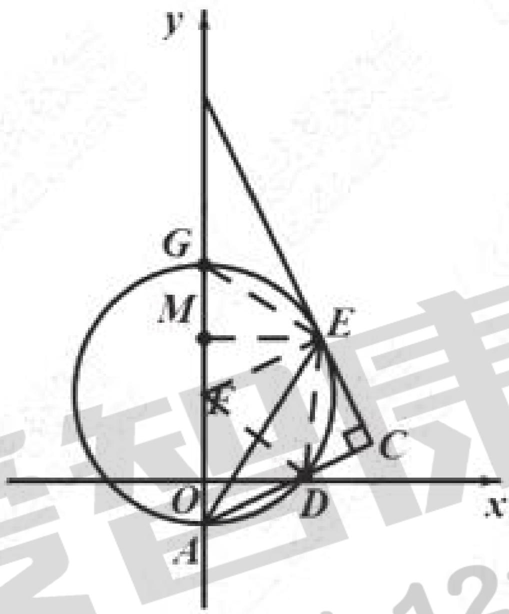
$$\begin{cases} ME=CE \\ AE=AE \end{cases}$$

$\therefore \triangle AME\cong\triangle ACE(HL)$

$\therefore AM=AC$

$\because AG=AM+GM$

$\therefore AG=AC+CD=AD+2CD$



第25题法二图

26.1.【探索发现】

答案：矩形的最大面积与原三角形面积比值为$\frac{1}{2}$

解析：$\because EF$为BC中位线，ED为AB中位线

$\therefore ED\parallel AB$，$EF\parallel BC$，又$\angle B=90^{\circ}$

$\therefore$四边形FEDB为矩形

$\therefore EF=\frac{1}{2}BC, ED=\frac{1}{2}AB$，

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB.BC$，$S_{矩形FEDB}=EF.ED=\frac{1}{2}BC.\frac{1}{2}AB=\frac{1}{4}AB.BC$

$$\therefore S_{矩形FEDB}:S_{\triangle ABC}=\frac{\frac{1}{4}AB.BC}{\frac{1}{2}AB.BC}=\frac{1}{2}$$

2.【拓展应用】

答案：矩形PQMN面积的最大值为$\frac{1}{4}ah$

解析：∵ $S_{矩形PQMN}$=PQ.PN

∵ BC=a, $AD=h$

∵ PN∥BC，∴ $\frac{PN}{BC}=\frac{AE}{AD}=\frac{h-PQ}{h}$，∴ $PN=\frac{ah-aPQ}{h}=a-\frac{a}{h}PQ$

∴ $S_{矩形PQMN}$=PQ.PN=$(a-\frac{a}{h}PQ)$.PQ

设$PQ=x$，则$S_{矩形PQMN}=(a-\frac{a}{h}x)x=ax-\frac{a}{h}x^2=-\frac{a}{h}(x-\frac{h}{2})^2+\frac{ah}{4}$

∴当$PQ=\frac{h}{2}$时，$S_{矩形PQMN}$最大值为$\frac{ah}{4}$

3.【灵活应用】

答案：矩形面积为720.

解析：延长BA与DE交于点F，延长BC与ED交于点G；延长AE与CD交于点H；FB中点为I，FG中点为K；

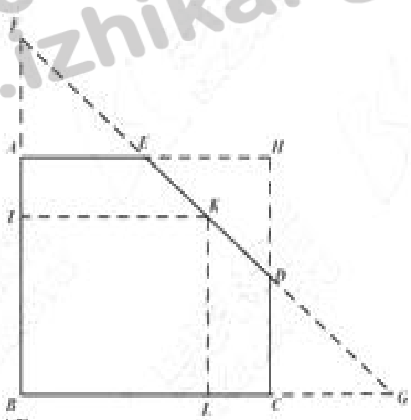
∵ ABCDE为缺角矩形，∴补全后ABCH为矩形

∵ AB=32，BC=40，AE=20，CD=16，

∴ EH=20，HD=16

∴ AE=EH，CD=DH

∵在ΔAEF与ΔHED中



$\begin{cases}∠FAE=∠DHE \\ AE=HE \\ ∠AEF=∠HED\end{cases}$

∴ ΔAEF≌ΔHED（ASA）

同理：ΔCGD≌ΔHED

∴ AF=DH=16，CG=EH=20，∴ BI=$\frac{BA+AF}{2}$=24 ∵ 16＜BI<32，∴中位线IK在AB和ED线段上；过K点做KL⊥BC交BC于L点

由【探索发现】可知$S_{矩形BLKI}$为最大面积=IK.BI=30×24=720

4.【实际应用】

答案：面积=1944cm^2

解析：如图，延长 BA、CD 相交于点 E，过点 E 作 EH 垂直 BC 交 BC 于 H

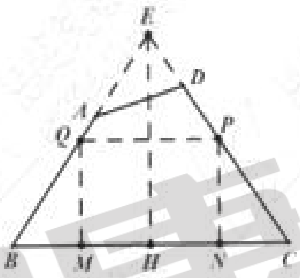
$\because \tan B=\tan C=\frac{4}{3}$ $\therefore \angle B=\angle C, \therefore EB=EC$

$\because BC=108cm$

$\therefore BH=\frac{1}{2}BC=54cm$

$\because \tan B=\frac{EH}{BH}$

$\therefore EH=BH\cdot\tan B=\frac{4}{3}\times 54=72cm$



$\because$ 在$Rt\triangle BHE$中，$\angle EHB=90^{\circ}$

$\therefore BE=\sqrt{BH^2+EH^2}=90cm$

$\because AB=50cm$

$\therefore AE=40cm$

$\therefore BE$的中点Q在AB上

$\because CD=60cm$

$\therefore ED=30cm$

$\therefore CE$的中点P在CD上

$\therefore$ 中位线PQ的两个端点在线段AB和CD上

由【拓展应用】可知

矩形$PQMN$的最大面积为$\frac{1}{4}BC\cdot EH=1944cm^2$

27.解：（1）据题意得

$A(-4,0), C(0,2)$

$\because y=-\frac{1}{2}x^2+bx+c$过$A$、$C$

$\therefore \begin{cases} 0=-\frac{1}{2}\times 16-4b+c \\ 2=c \end{cases}$

$\therefore \begin{cases} b=-\frac{3}{2} \\ c=2 \end{cases}$

$\therefore y=-\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x+2$

（2）①如图

令$y=0$, $\therefore -\dfrac{1}{2}x^2-\dfrac{3}{2}x+2=0$

$\therefore x_1=-4, x_2=1$

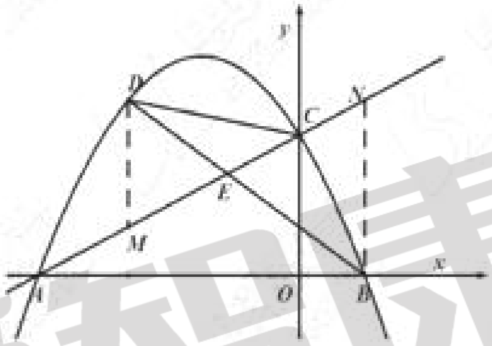
$\therefore B(1,0)$

过D作$DM\perp x$轴交AC于M，过B作$BN\perp x$轴交AC于N

$\therefore DM \parallel BN$

$\therefore \Delta DME \backsim \Delta BNE$

$\therefore \dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{DE}{BE}=\dfrac{DM}{BN}$



令$D\left(a,-\dfrac{1}{2}a^2-\dfrac{3}{2}a+2\right)$

$\therefore M\left(a,\dfrac{1}{2}a+2\right)$

$\because B(1,0)$ $\therefore N\left(1,\dfrac{5}{2}\right)$

$\therefore \dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{DM}{BN}=\dfrac{-\dfrac{1}{2}a^2-2a}{\dfrac{5}{2}}=-\dfrac{1}{5}(a+2)^2+\dfrac{4}{5}$

$\therefore$当$a=-2$时，$\dfrac{S_1}{S_2}$取最大值为$\dfrac{4}{5}$

②如图

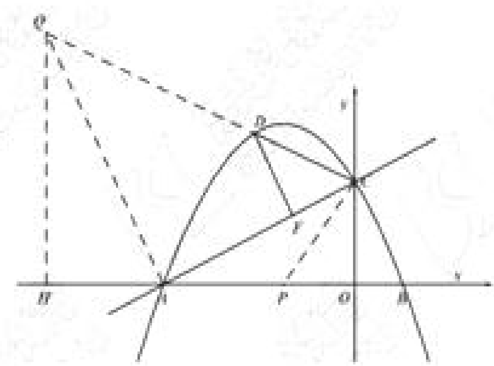
$\because A(-4,0), B(1,0), C(0,2)$

$\therefore AC=2\sqrt{5}, BC=\sqrt{5}, AB=5$

$\therefore AC^2+BC^2=AB^2$

$\therefore \triangle ABC$是以$\angle ACB$为直角的直角三角形

取的AB中点P



$\therefore P\left(-\dfrac{3}{2},0\right)$

$\therefore PA=PC=PB=\dfrac{5}{2}$

$\therefore \angle CPO=2\angle BAC$

$\therefore \tan\angle CPO=\tan(2\angle BAC)=\dfrac{4}{3}$

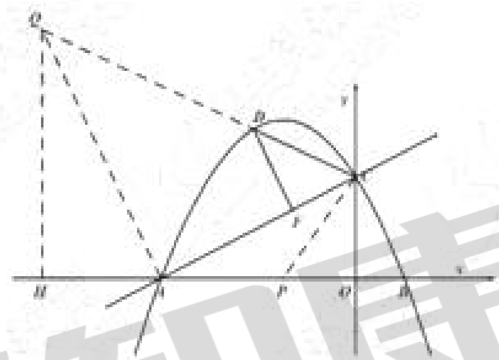
法 1：过 A 作 AQ⊥AC 交 CD 延长线于点 Q，过 Q 作 QH⊥x 轴于 H

$\therefore \angle HQA = \angle BAC$

$\therefore \tan\angle HQA = \tan\angle BAC = \frac{1}{2}$

令$AH = m \therefore HQ = 2m, AQ = \sqrt{5}m$

情况 1：如图$\angle DCF = 2\angle BAC$



即$\angle QCA = 2\angle BAC$

$\therefore \tan\angle QCA = \frac{4}{3}$

$\therefore \frac{AQ}{AC} = \frac{AQ}{2\sqrt{5}} = \frac{4}{3}$

$\therefore AQ = \frac{8\sqrt{5}}{3}$

$\therefore AH = \frac{8}{3}, HQ = \frac{16}{3}$

$\therefore Q\left(-\frac{20}{3}, \frac{16}{3}\right)$又$C(0,2)$

$\therefore QC: y = -\frac{1}{2}x + 2$

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 2 \\ y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2 \end{cases}$$

$\therefore \frac{1}{2}x^2 + x = 0$

$x_1 = 0$（舍去）$x_2 = -2$

$\therefore x_D = -2$

情况 2：如图$\angle FDC = 2\angle BAC$

即$\angle AQC = 2\angle BAC$

$\therefore \tan\angle AQC = \dfrac{4}{3}$

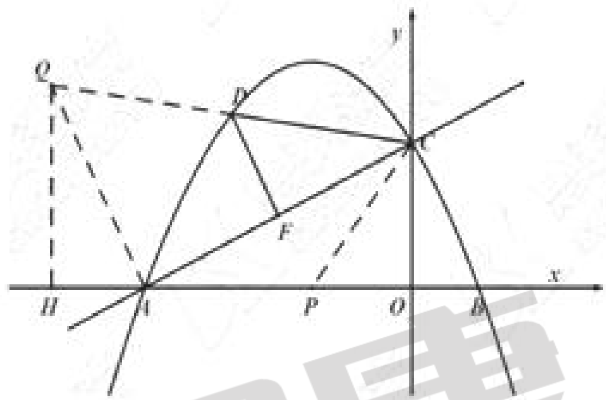
$\therefore \dfrac{AC}{AQ} = \dfrac{2\sqrt{5}}{AQ} = \dfrac{4}{3}$

$\therefore AQ = \dfrac{3\sqrt{5}}{2}$

$\therefore AH = \dfrac{3}{2}, HQ = 3$

$\therefore Q\left(-\dfrac{11}{2}, 3\right)$又$C(0,2)$

$\therefore QC: y = -\dfrac{2}{11}x + 2$



$$\begin{cases} y = -\dfrac{2}{11}x + 2 \\ y = -\dfrac{1}{2}x^2 - \dfrac{3}{2}x + 2 \end{cases}$$

$\therefore \dfrac{1}{2}x^2 + \dfrac{29}{22}x = 0$

$x_1 = 0$（舍去）$x_2 = -\dfrac{29}{11}$

$\therefore x_D = -\dfrac{29}{11}$

综上所述，D 点的横坐标为-2或者$-\dfrac{29}{11}$

法 2：由上述题意可知 $\tan\left(2\angle BAC\right)=\frac{4}{3}$

过 D 作 x 轴的平行线交 y 轴于点 R，交 AC 的延长线于点 G

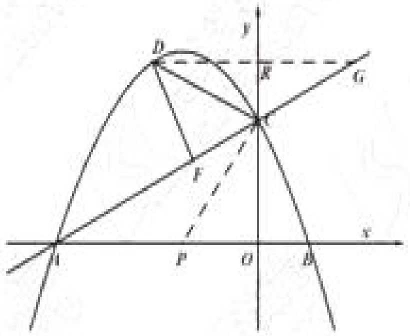
情况一：如图

$\therefore \angle DCF=2\angle BAC=\angle DGC+\angle CDG$

$\therefore \angle CDG=\angle BAC$

$\therefore \tan\angle CDG=\tan\angle BAC=\frac{1}{2}$

即 $\frac{RC}{DR}=\frac{1}{2}$



令 $D\left(a,-\frac{1}{2}a^2-\frac{3}{2}a+2\right)$

$\therefore DR=-a, RC=-\frac{1}{2}a^2-\frac{3}{2}a$

$\therefore \frac{-\frac{1}{2}a^2-\frac{3}{2}a}{-a}=\frac{1}{2}$

$\therefore a_1=0$（舍去）$a_2=-2$

$\therefore x_D=-2$

情况二：如图

$\therefore \angle FDC=2\angle BAC$

$\therefore \tan\angle FDC=\frac{4}{3}$

令 $FC=4k \therefore DF=3k, DC=5k$

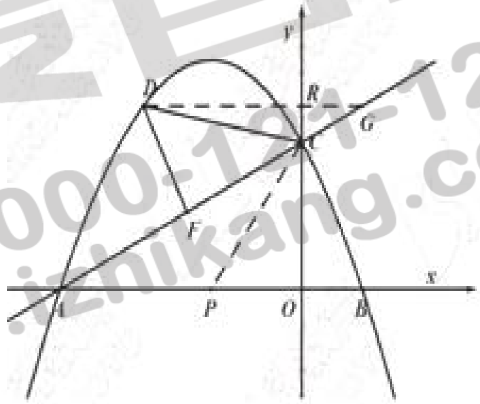
又 $\tan\angle DGC=\frac{3k}{FG}=\frac{1}{2}$

$\therefore FG=6k$

$\therefore CG=2k, DG=3\sqrt{5}k$

$\therefore RC=\frac{2\sqrt{5}}{5}k, RG=\frac{4\sqrt{5}}{5}k$

$DR=3\sqrt{5}k-\frac{4\sqrt{5}}{5}k=\frac{11\sqrt{5}}{5}k$



$\therefore \frac{DR}{RC}=\frac{\frac{11\sqrt{5}}{5}k}{\frac{2\sqrt{5}}{5}k}=\frac{-a}{-\frac{1}{2}a^2-\frac{3}{2}a}$

$\therefore a_1=0$（舍去）$a_2=-\frac{29}{11}$

$\therefore x_D=-\frac{29}{11}$

综上所述，D 点的横坐标为 -2 或者 $-\frac{29}{11}$