2017 年江苏省连云港市中考数学试题参考答案

一、选择题：本大题共 8 个小题,每小题 3 分,共 24 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 2 的绝对值是(　　)

A. -2　　B. 2　　C. $-\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{2}$

【答案】B

【解析】

试题分析：根据绝对值的性质，一个正数的绝对值为本身，可知 2 的绝对值为 2.

故选：B

考点：绝对值

2. 计算 $a\times a^2$ 的结果是(　　)

A. a　　B. a^2　　C. $2a^2$　　D. a^3

【答案】D

【解析】

试题分析：根据同底数幂相乘，底数不变，指数相加，可得 $a\cdot a^2=a^3$.

故选：D

考点：同底数幂相乘

3. 小广,小娇分别统计了自己近 5 次数学测试成绩，下列统计量中能用来比较两人成绩稳定性的是(　　)

A. 方差　　B. 平均数　　C. 众数　　D. 中位数

【答案】A

【解析】

试题分析：根据方差的意义，可知方差越小，数据越稳定，因此可知比较两人成绩稳定性的数据为方差.

故选：A

考点：方差

4. 如图，已知 $\triangle ABC\backsim\triangle DEF$， $AB:DE=1:2$，则下列等式一定成立的是(　　)

A. $\dfrac{BC}{DF}=\dfrac{1}{2}$　　B. $\dfrac{\angle A\text{的度数}}{\angle D\text{的度数}}=\dfrac{1}{2}$　　C. $\dfrac{\triangle ABC\text{的面积}}{\triangle DEF\text{的面积}}=\dfrac{1}{2}$　　D. $\dfrac{\triangle ABC\text{的周长}}{\triangle DEF\text{的周长}}=\dfrac{1}{2}$

【答案】D

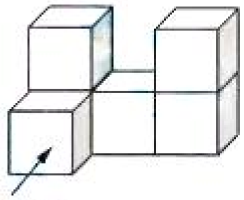
【解析】

试题分析：根据相似三角形的性质，对应边的比等于相似比，面积的比等于相似比的平方，周长比等于相似比，可知 BC、DF 不是对应边，故 A、B、C 不正确.

故选：D

考点：相似三角形的性质

5. 由 6 个大小相同的正方体搭成的几何体如图所示，比较它的正视图,左视图和俯视图的面积，则(　　)



A. 三个视图的面积一样大　　C. 主视图的面积最小

C. 左视图的面积最小　　D. 俯视图的面积最小

【答案】C

【解析】

试题分析：根据三视图的意义，可知正视图由 5 个面，左视图有 3 个面，俯视图有 4 个面，故可知主视图的面积最大.

故选：C

考点：三视图

6. 关于 $\sqrt{8}$ 的叙述正确的是(　　)

A. 在数轴上不存在表示 $\sqrt{8}$ 的点　　B. $\sqrt{8}=\sqrt{2}+\sqrt{6}$

C. $\sqrt{8}=\pm2\sqrt{2}$　　D. 与 $\sqrt{8}$ 最接近的整数是 3

【答案】D

【解析】

试题分析：根据实数与数轴上的点是一一对应的，可知数轴上存在表示$\sqrt{8}$的点，故不正确；

根据合并同类二次根式，可知$\sqrt{8}\neq\sqrt{2}+\sqrt{6}$，故不正确；

根据算数平方根性质，可知$\sqrt{8}=2\sqrt{2}$，故不正确；

根据二次根式的估算，4<8<9，可知2<$\sqrt{8}$<3，因此与$\sqrt{8}$最接近的整数是3，故正确.

故答案为：D

考点：二次根式

7. 已知抛物线$y=ax^2\ (a>0)$过$A(-2,y_1)$，$B(1,y_2)$两点，则下列关系式一定正确的是（　　）

A. $y_1>0>y_2$　　B. $y_2>0>y_1$　　C. $y_1>y_2>0$　　D. $y_2>y_1>0$

【答案】C

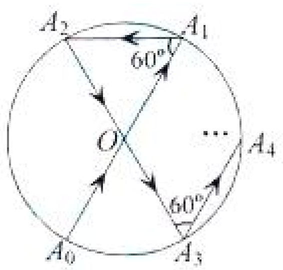
【解析】

试题分析：根据抛物线的解析式可知其对称轴为y轴，且顶点为（0，0），然后结合图像的对称性和开口方向可知C正确.

故选：C

考点：抛物线的增减性

8. 如图所示，一动点从半径为2的⊙O上的A_0点出发，沿着射线A_0O方向运动到⊙O上的点A_1处，再向左沿着与射线A_1O夹角为60°的方向运动到⊙O上的点A_2处；接着又从A_2点出发，沿着射线A_2O方向运动到⊙O上的点A_3处，再向左沿着与射线A_3O夹角为60°的方向运动到⊙O上的点A_4处；…按此规律运动到点A_{2017}处，则点A_{2017}与点A_0间的距离是（　　）



A. 4　　B. $2\sqrt{3}$　　C. 2　　D. 0

【答案】A

【解析】

试题分析：根据题意可知每六次循环一次，可知 2017÷6=331……1，所以第 2017 次为 A_1 位置，由此可知其到 A_0 的距离正好等于直径的长 4.

故选：A

考点：规律探索

二、填空题（每题 3 分，满分 24 分，将答案填在答题纸上）

9. 使分式 $\dfrac{1}{x-1}$ 有意义的 x 的取值范围是__________.

【答案】x≠1

【解析】

试题分析：根据分式有意义的条件，分母不为零，可得 x-1≠0，即 x≠1.

故答案为：x≠1

考点：分式有意义的条件

10. 计算 $(a-2)(a+2)=$__________.

【答案】a^2-4

【解析】

试题分析：根据整式的乘法公式（平方差公式 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$）可得 $(a-2)(a+2)=a^2-4$.

故答案为：a^2-4

考点：平方差公式

11. 截至今年 4 月底，连云港市中哈物流合作基地累计完成货物进,出场量 6800000 吨，数据 6 800 000 用科学计数法可表示为__________.

【答案】6.8×10^6

【解析】

试题分析：由科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\leq|a|<10$，n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值>1 时，n 是正数；当原数的绝对值<1 时，n 是负数．因此 6800000=6.8×10^6 .

故答案为：6.8×10^6

考点：科学记数法的表示较大的数

12. 已知关于 x 的方程 $x^2-2x+m=0$ 有两个相等的实数根，则 m 的值是__________.

【答案】1

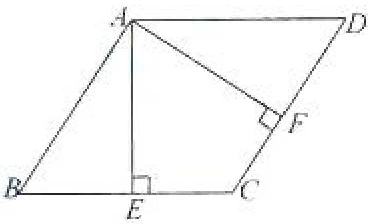
【解析】

试题分析：根据一元二次方程根的判别式，可由方程有两个相等的实数根可的△=b²-4ac=4-4m=0，解得 m=1.

故答案为：1.

考点：一元二次方程根的判别式

13. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，$AE \perp BC$ 于点 E，$AF \perp CD$ 于点 F，若 $\angle EAF=60°$，则 $\angle B=$__________.



【答案】60

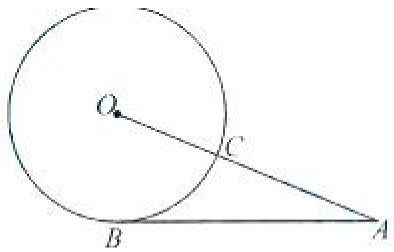
【解析】

试题分析：根据四边形的内角和，由垂直的性质可求得∠C=360°-90°-90°-∠EAF=120°，因此根据平行四边形的性质可求得∠B=60°.

故答案为：60.

考点：1、四边形的内角和，2、平行四边形的性质

14. 如图，线段 AB 与⊙O 相切于点 B，线段 AO 与⊙O 相交于点 C，$AB=12$，$AC=8$，则⊙O 的半径长为__________.



【答案】5

【解析】

试题分析：连接 OB，根据切线的性质可知 OB⊥AB，可设圆的半径为 r，然后根据勾股定理可得

$r^2+AB^2=(r+AC)^2$，即 $r^2+12^2=(8+r)^2$，解得 r=5.

故答案为：5.

考点：1、切线的性质，2、勾股定理

15. 设函数 $y=\frac{3}{x}$ 与 $y=-2x-6$ 的图象的交点坐标为 (a,b)，则 $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}$ 的值是__________.

【答案】-2

【解析】

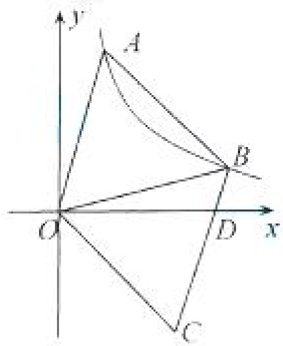
试题分析：根据函数的交点（a，b），可代入得到 ab=3，b=-2a-6，即 b+2a=-6，然后可通分得

$\frac{1}{a}+\frac{2}{b}=\frac{b+2a}{ab}=\frac{-6}{3}=-2$.

故答案为：-2.

考点：分式的化简求值

16. 如图，已知等边三角形 OAB 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}\left(k>0,x>0\right)$ 的图象交于 A，B 两点，将△OAB 沿直线 OB 翻折，得到△OCB，点 A 的对应点为点 C，线段 CB 交 x 轴于点 D，则 $\frac{BD}{DC}$ 的值为__________.（已知 $\sin15°=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$）

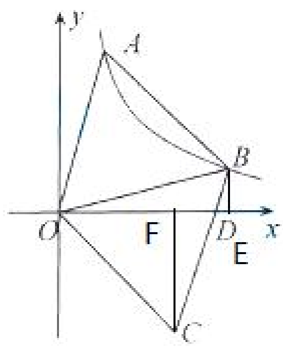


【答案】$\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

【解析】

试题分析：根据反比例函数图像与 k 的意义，可知∠BOD=15°，∠DOC=45°，如图，过 C 作 CF⊥OD，BE⊥OD，可知 OF=CF=$\frac{\sqrt{2}}{2}OC$，BE=OB•sin15° =$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}OB$，然后根据相似三角形的判定可知△CDF∽△BDE，可得 $\frac{BD}{DC}=\frac{BE}{CF}=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$.

故答案为：$\frac{\sqrt{3}-1}{2}$



考点：1、反比例函数的图像与性质，2、相似三角形的判定与性质，3、解直角三角形

三、解答题 （本大题共 11 小题，共 102 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

17. 计算：$-\left(-1\right)-\sqrt[3]{8}+\left(p-3.14\right)^{0}$.

【答案】0

【解析】

试题分析：根据实数的运算，结合立方根，零次幂的性质可求解.

试题解析：原式$=1-2+1=0$

考点：实数的运算

18. 化简：$\dfrac{1}{a^{2}-a}\times\dfrac{a-1}{a}$.

【答案】$\dfrac{1}{a^{2}}$

【解析】

试题分析：根据分式的乘除法，先对分子分母分解因式，然后直接约分即可.

试题解析：

$$原式=\frac{1}{a(a-1)}\cdot\frac{a-1}{a}$$
$$=\frac{1}{a^{2}}.\quad\cdots\cdots\cdots\cdots$$

考点：分式的乘除

19. 解不等式组：$\begin{cases}-3x+1<4,\\3x-2(x-1)\leqslant 6.\end{cases}$.

【答案】$-1<x\leqslant 4$.

【解析】

试题分析：分别解两个不等式，然后求它们的公共部分即可.

试题解析：

19.解不等式 $-3x+1<4$，得 $x>-1$. ……

解不等式 $3x-2(x-1)\leqslant 6$，得 $x\leqslant 4$. ··

所以，原不等式组的解集是 $-1<x\leqslant 4$.

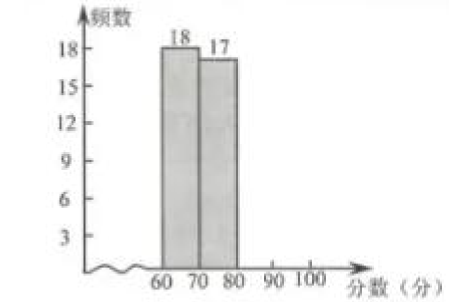
考点：解不等式组

20. 某校举行了“文明在我身边”摄影比赛.已知每幅参赛作品成绩记为 x 分 $(60\leqslant x\leqslant 100)$. 校方从 600 幅参赛作品中随机抽取了部分参赛作品，统计了它们的成绩，并绘制了如下不完整的统计图表.

“文明在我身边”摄影比赛成绩统计表

分数段	频数	频率
$60\leqslant x<70$	18	0.36
$70\leqslant x<80$	17	c
$80\leqslant x<90$	a	0.24
$90\leqslant x\leqslant 100$	b	0.06
合计		1

“文明在我身边”摄影比赛成绩频数分布直方图



根据以上信息解答下列问题：

(1)统计表中 c 的值为_____；样本成绩的中位数落在分数段________中；

(2)补全频数分布直方图；

(3)若 80 分以上(含 80 分)的作品将被组织展评，试估计全校被展评作品数量是多少？

【答案】(1) 0.34， 70 £ x < 80 . (2)图形见解析；(3) 180 幅.

【解析】

试题分析：(1) 根据统计表中频率的和为 1 可求解 c 的值，然后根据按从小到大排列的数据，找到中间一个或两个的平均数即可判断；

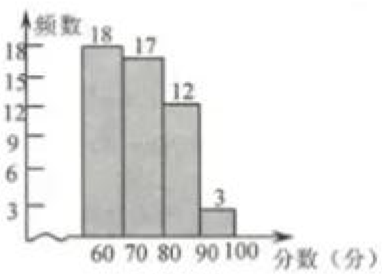
（2）分别求出 a、b 的值，然后补全频数分布直方图；

（3）根据 80 分以上的频率求出估计值即可.

试题解析： (1)0.34，$70\leqslant x<80$.

(2)画图如图；

(3) $600\times(0.24+0.06)=180$(幅)



(第 20 题图)

答：估计全校被展评的作品数量是 180 幅.

考点：条形统计图；统计表

21. 为落实“垃圾分类”，环卫部门要求垃圾要按 A,B,C 三类分别装袋,投放，其中 A 类指废电池,过期药品等有毒垃圾，B 类指剩余食品等厨余垃圾，C 类指塑料,废纸等可回收垃圾.甲投放了一袋垃圾，乙投放了两袋垃圾，这两袋垃圾不同类.

(1)直接写出甲投放的垃圾恰好是 A 类的概率；

(2)求乙投放的垃圾恰有一袋与甲投放的垃圾是同类的概率.

【答案】（1）$\frac{1}{3}$（2）$\frac{2}{3}$

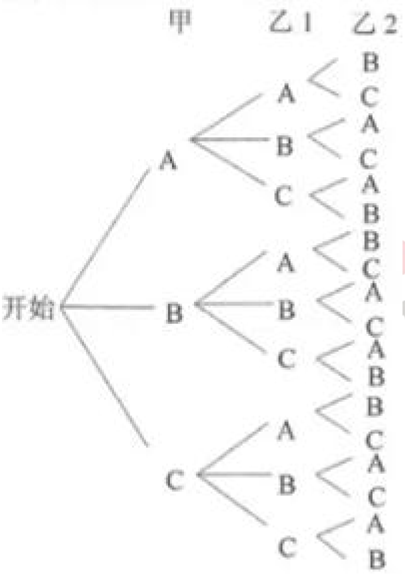
【解析】

试题分析：(1) 根据总共三种，A 只有一种可直接求概率；

（2）列出其树状图，然后求出能出现的所有可能，及符合条件的可能，根据概率公式求解即可.

试题解析：(1)甲投放的垃圾恰好是 A 类的概率是 $\frac{1}{3}$.

(2)列出树状图如图所示：



由图可知，共有 18 种等可能结果，其中乙投放的垃圾恰有一袋与甲投放的垃圾是同类的结果有 12 种.

所以，P(乙投放的垃圾恰有一袋与甲投放的垃圾是同类)$=\frac{12}{18}=\frac{2}{3}$.

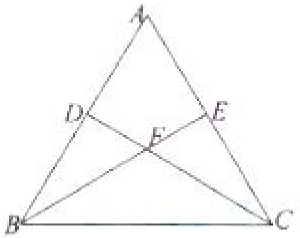
即，乙投放的垃圾恰有一袋与甲投放的垃圾是同类的概率是 $\frac{2}{3}$.

考点：树状图法求概率

22. 如图，已知等腰三角形 ABC 中，$AB=AC$，点 D，E 分别在边 AB、AC 上，且 $AD=AE$，连接 BE、CD，交于点 F.

(1)判断 $\angle ABE$ 与 $\angle ACD$ 的数量关系，并说明理由；

(2) 求证：过点 A 、 F 的直线垂直平分线段 BC .



【答案】(1) $\angle ABE=\angle ACD$ （2）证明见解析

【解析】

试题分析：（1）根据全等三角形的判定 SAS 可证明△ABE≌△ACD，然后可得证；

（2）根据（1）的结论和等腰三角形的性质，可由线段垂直平分线的判定得证.

试题解析：(1) $\angle ABE=\angle ACD$.

因为 $AB=AC$ ， $\angle BAE=\angle CAD$ ， $AE=AD$ ，所以 $\triangle ABE\cong\triangle ACD$.

所以 $\angle ABE=\angle ACD$.

(2) 因为 $AB=AC$ ，所以 $\angle ABC=\angle ACB$.

由 (1) 可知 $\angle ABE=\angle ACD$ ，所以 $\angle FBC=\angle FCB$ ，所以 $FB=FC$

又因为 $AB=AC$ ，所以点 A 、 F 均在线段 BC 的垂直平分线上，

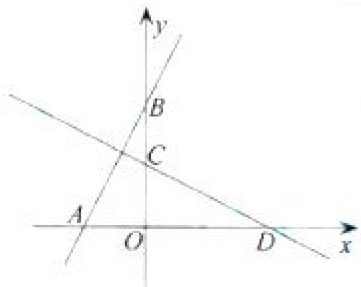
即直线 AF 垂直平分线段 BC .

考点：1、全等三角形的判定，2、线段垂直平分线的判定

23. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，过点 $A(-2,0)$ 的直线交 y 轴正半轴于点 B ，将直线 AB 绕着点 O 顺时针旋转 90° 后，分别与 x 轴 y 轴交于点 D 、 C .

(1) 若 $OB=4$，求直线 AB 的函数关系式；

(2) 连接 BD，若 $\triangle ABD$ 的面积是 5，求点 B 的运动路径长.



【答案】（1）y=2x+4（2） $\dfrac{-1+\sqrt{11}}{2}p$

【解析】

试题分析：（1）根据图像求出 B 的坐标，然后根据待定系数法求出直线 AB 的解析式；

（2）设 OB=m，然后根据△ABD 的面积可得到方程，解方程可求出 m 的值，由此可根据旋转的意义求出 B 的路径的长.

试题解析：(1)因为 $OB=4$，且点 B 在 y 轴正半轴上，所以点 B 坐标为 $(0,4)$.

设直线 AB 的函数关系式为 $y=kx+b$，将点 $A(-2,0)$，$B(0,4)$ 的坐标分别代入

得 $\begin{cases} b=4 \\ -2k+b=0 \end{cases}$，解得 $\begin{cases} k=2 \\ b=4 \end{cases}$，所以直线 AB 的函数关系式为 $y=2x+4$.

(2) 设 $OB=m$，因为△ABD 的面积是 5，所以 $\frac{1}{2}AD\times OB=5$.

所以 $\frac{1}{2}(m+2)m=5$，即 $m^2+2m-10=0$.

解得 $m=-1+\sqrt{11}$ 或 $m=-1-\sqrt{11}$（舍去）.

因为 $\angle BOD=90^\circ$，

所以点 B 的运动路径长为 $\frac{1}{4}\times 2\pi\left(-1+\sqrt{11}\right)=\frac{-1+\sqrt{11}}{2}\pi$.

考点：一次函数的图像与性质

24. 某蓝莓种植生产基地产销两旺，采摘的蓝莓部分加工销售，部分直接销售，且当天都能销售完，直接销售是 40 元/斤，加工销售是 130 元/斤(不计损耗).已知基地雇佣 20 名工人，每名工人只能参与采摘和加工中的一项工作，每人每天可以采摘 70 斤或加工 35 斤，设安排 x 名工人采摘蓝莓，剩下的工人加工蓝莓.

(1)若基地一天的总销售收入为 y 元，求 y 与 x 的函数关系式；

(2)试求如何分配工人，才能使一天的销售收入最大？并求出最大值.

【答案】（1） $y=-350x+63000$ （2）安排 7 名工人进行采摘，13 名工人进行加工，才能使一天的收入最大，最大收入为 60550 元

【解析】

试题分析：（1）根据题意可知 x 人参加采摘蓝莓，则（20-x）人参加加工，可分别求出直接销售和加工销售的量，然后乘以单价得到收入钱数，列出函数的解析式；

（2）根据采摘量和加工量可求出 x 的取值范围，然后根据一次函数的增减性可得到分配方案，并且求出其最值.

24.(1)根据题意得：$y=[70x-(20-x)\times 35]\times 40+(20-x)\times 35\times 130$

$=-350x+63000.$ ………………………………………… 5分

(2)因为 $70x \geq 35(20-x)$，解得 $x \geq \frac{20}{3}$，又因为 x 为正整数，且 $x \leq 20$，

所以 $7 \leq x \leq 20$，且 x 为正整数. ………………………………………… 8分

因为 $-350<0$，所以 y 的值随着 x 的值增大而减小.

所以当 $x=7$ 时，y 取最大值，最大值为 $-350\times 7+63000=60550$.

答：安排7名工人进行采摘，13名工人进行加工，才能使一天的收入最大，最大收入为60550元. ………………………………………… 10分

试题解析：

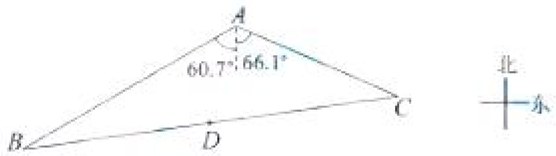
考点：二次函数的最值，二次函数的应用

25. 如图，湿地景区岸边有三个观景台 A、B、C. 已知 $AB=1400$ 米，$AC=1000$ 米，B 点位于 A 点的南偏西 60.7° 方向，C 点位于 A 点的南偏东 66.1° 方向.

(1)求△ABC 的面积；

(2)景区规划在线段 BC 的中点 D 处修建一个湖心亭，并修建观景栈道 AD. 试求 A、D 间的距离.（结果精确到0.1米）

（参考数据：$\sin 53.2^\circ \approx 0.80$，$\cos 53.2^\circ \approx 0.60$，$\sin 60.7^\circ \approx 0.87$，$\cos 60.7^\circ \approx 0.49$，$\sin 66.1^\circ \approx 0.91$，$\cos 66.1^\circ \approx 0.41$，$\sqrt{2} \approx 1.414$）



【答案】（1）560000（2）565.6

【解析】

试题分析：（1）过点 C 作 $CE \perp BA$ 交 BA 的延长线于点 E，，然后根据直角三角形的内角和求出∠CAE，再根据正弦的性质求出 CE 的长，从而得到△ABC 的面积；

（2）连接 AD，过点 D 作 $DF \perp AB$，垂足为 F 点，则 $DF \parallel CE$. 然后根据中点的性质和余弦值求出 BE、AE 的长，再根据勾股定理求解即可.

25.(1)过点 C 作 $CE \perp BA$ 交 BA 的延长线于点 E.

在 Rt△AEC 中，$\angle CAE=180^\circ-60.7^\circ-66.1^\circ=53.2^\circ$.

所以 $CE=AC\cdot\sin 53.2^\circ \approx 1000\times 0.8=800$ 米. ………………………… 3分

所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\cdot AB\cdot CE=\frac{1}{2}\times 1400\times 800=560000$(平方米). ………… 4分

试题解析：

(2)连接 AD，过点 D 作 $DF \perp AB$，垂足为 F 点，则 $DF \parallel CE$.

因为 D 是 BC 中点，

所以 $DF=\frac{1}{2}CE=400$ 米，且 F 为 BE 中点，

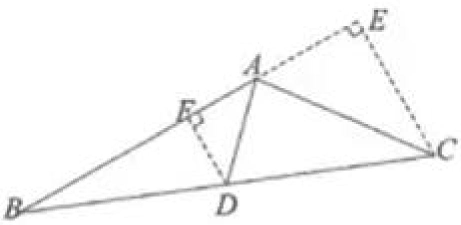
$AE=AC\cdot\cos 53.2°\approx 600$ 米，

所以 $BE=BA+AE=1400+600=2000$ 米.

所以 $AF=\frac{1}{2}BE-AE=400$ 米，由勾股定理得，

$AD=\sqrt{AF^2+DF^2}=\sqrt{400^2+400^2}=400\sqrt{2}\approx 565.6$ 米.

答： A 、 D 间的距离为 565.6 米.



（第 25 题图）

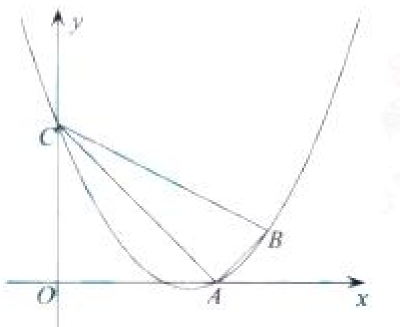
考点：解直角三角形

26. 如图，已知二次函数 $y=ax^2+bx+3(a\neq 0)$ 的图象经过点 $A(3,0)$，$B(4,1)$，且与 y 轴交于点 C，连接 AB 、 AC 、 BC .

(1) 求此二次函数的关系式；

(2) 判断 $\triangle ABC$ 的形状；若 $\triangle ABC$ 的外接圆记为 $\odot M$ ，请直接写出圆心 M 的坐标；

(3) 若将抛物线沿射线 BA 方向平移，平移后点 A 、 B 、 C 的对应点分别记为点 A_1 、 B_1 、 C_1 ， $\triangle A_1B_1C_1$ 的外接圆记为 $\odot M_1$ ，是否存在某个位置，使 $\odot M_1$ 经过原点？若存在，求出此时抛物线的关系式；若不存在，请说明理由.



【答案】（1） $y=\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{2}x+3$（2）直角三角形，（2，2）（3）存在，抛物线的关系式为

$y=\frac{1}{2}(x-\frac{1+\sqrt{10}}{2})^2-\frac{17-4\sqrt{10}}{8}$ 或 $y=\frac{1}{2}(x-\frac{1-\sqrt{10}}{2})^2-\frac{17+4\sqrt{10}}{8}$

【解析】

试题分析：（1）根据待定系数法可直接代入得到方程组求值，得到函数的解析式；

（2）过点 B 作 $BD\perp x$ 轴于点 D，然后根据角之间的关系得到是直角三角形，最后根据坐标得到 D 点；

（3）取 BC 中点 M，过点 M 作 $ME\perp y$ 轴于点 E，根据勾股定理求出 MC 的长和 OM 的长，再通过平移的性质得到平移的距离，然后根据二次函数的平移性质可得到解析式.

试题解析：(1)把点 $A(3,0)$，$B(4,1)$ 代入 $y=ax^2+bx+3$ 中得

$\begin{cases}9a+3b+3=0\\16a+4b+3=1\end{cases}$，解得 $\begin{cases}a=\frac{1}{2}\\b=-\frac{5}{2}\end{cases}$，

所以所求函数的关系式为 $y=\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{2}x+3$.

(2)△ABC 为直角三角形.

过点 B 作 $BD\perp x$ 轴于点 D，

易知点 C 坐标为 $(0,3)$，所以 $OA=OC$，所以 $\angle OAC=45°$，

又因为点 B 坐标为 $(4,1)$，所以 $AD=BD$，所以 $\angle BAD=45°$，

所以 $\angle BAC=180°-45°-45°=90°$，所以△$ABC$ 为直角三角形，

圆心 M 的坐标为 $(2,2)$.

(3)存在.

取 BC 中点 M，过点 M 作 $ME\perp y$ 轴于点 E，

因为 M 的坐标为 $(2,2)$，

所以 $MC=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$，$OM=2\sqrt{2}$，

所以 $\angle MOA=45°$，

又因为 $\angle BAD=45°$，

所以 $OM\parallel AB$，

所以要使抛物线沿射线 BA 方向平移，

且使$\odot M_1$经过原点，

则平移的长度为$2\sqrt{2}-\sqrt{5}$或$2\sqrt{2}+\sqrt{5}$，

因为$\angle BAD=45^\circ$，

所以抛物线的顶点向左、向下均分别平移$\frac{2\sqrt{2}-\sqrt{5}}{\sqrt{2}}=\frac{4-\sqrt{10}}{2}$个单位长度，

或$\frac{2\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{2}}=\frac{4+\sqrt{10}}{2}$个单位长度.

因为$y=\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{2}x+3=\frac{1}{2}\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{1}{8}$.

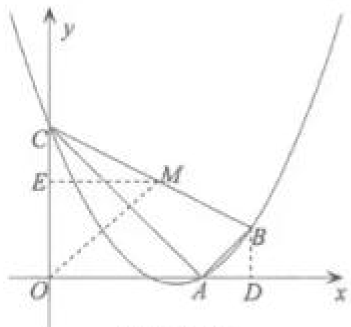
所以平移后抛物线的关系式为$y=\frac{1}{2}\left(x-\frac{5}{2}+\frac{4-\sqrt{10}}{2}\right)^2-\frac{1}{8}-\frac{4-\sqrt{10}}{2}$，

即$y=\frac{1}{2}\left(x-\frac{1+\sqrt{10}}{2}\right)^2-\frac{17-4\sqrt{10}}{8}$

或$y=\frac{1}{2}\left(x-\frac{5}{2}+\frac{4+\sqrt{10}}{2}\right)^2-\frac{1}{8}-\frac{4+\sqrt{10}}{2}$，即$y=\frac{1}{2}\left(x-\frac{1-\sqrt{10}}{2}\right)^2-\frac{17+4\sqrt{10}}{8}$.

综上所述，存在一个位置，使$\odot M_1$经过原点，此时抛物线的关系式为

$y=\frac{1}{2}(x-\frac{1+\sqrt{10}}{2})^2-\frac{17-4\sqrt{10}}{8}$或$y=\frac{1}{2}(x-\frac{1-\sqrt{10}}{2})^2-\frac{17+4\sqrt{10}}{8}$



（第26题图）

考点：二次函数的综合

27. 如图1，点E、F、G、H分别在矩形$ABCD$的边AB、BC、CD、DA上，$AE=DG$.

求证：$2S_{四边形EFGH}=S_{矩形ABCD}$.（S表示面积）

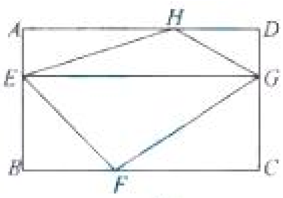


图1

实验探究：

某数学实验小组发现：若图1中 $AH \neq BF$，点 G 在 CD 上移动时，上述结论会发生变化，分别过点 E、G 作 BC 边的平行线，再分别过点 F、H 作 AB 边的平行线，四条平行线分别相交于点 A_1、B_1、C_1、D_1，得到矩形 $A_1B_1C_1D_1$.

如图2，当 $AH > BF$ 时，若将点 G 向点 C 靠近（$DG > AE$），经过探索，发现：

$$2S_{四边形EFGH} = S_{矩形ABCD} + S_{矩形A_1B_1C_1D_1}.$$

如图3，当 $AH > BF$ 时，若将点 G 向点 D 靠近（$DG < AE$，请探索 $S_{四边形EFGH}$、$S_{矩形ABCD}$ 与 $S_{矩形A_1B_1C_1D_1}$ 之间的数量关系，并说明理由.

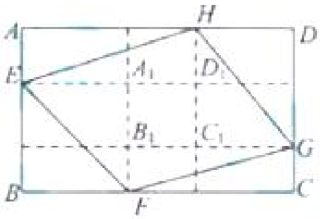


图2

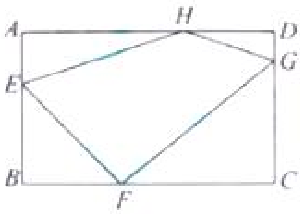


图3

迁移应用：

请直接应用"实验探究"中发现的结论解答下列问题.

(1) 如图4，点 E、F、G、H 分别是面积为25的正方形 $ABCD$ 各边上的点，已知 $AH > BF$，$AE > DG$，$S_{四边形EFGH} = 11$，$HF = \sqrt{29}$，求 EG 的长.

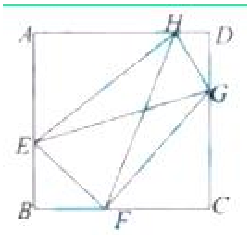


图4

(2) 如图5，在矩形 $ABCD$ 中，$AB = 3$，$AD = 5$，点 E、H 分别在边 AB、AD 上，$BE = 1$，$DH = 2$，点 F、G 分别是边 BC、CD 上的动点，且 $FG = \sqrt{10}$，连接 EF、HG，请直接写出四边形 $EFGH$ 面积的最大值.

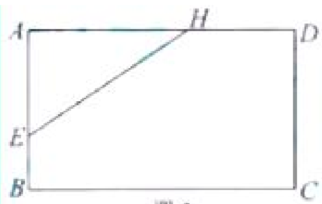


图 5

【答案】问题呈现：$2S_{四边形EFGH}=S_{矩形ABCD}$；实验探究：$2S_{四边形EFGH}=S_{矩形ABCD}-S_{矩形A_1B_1C_1D_1}$；迁移应用：（1）$EG=\dfrac{\sqrt{109}}{2}$；（2）$\dfrac{17}{2}$

【解析】

试题分析：问题呈现：根据矩形的性质，通过割补法利用三角形的面积和矩形的面积可得到结论；

实验探究：由题意得，当将点 G 向点 D 靠近（$DG<AE$）时，通过割补法利用三角形的面积和矩形的面积可得到结论；

迁移应用：（1）由上面的结论，结合图形，通过割补法利用三角形的面积和矩形的面积可得到结论；

（2）直接根据规律写出结果即可．

试题解析：问题呈现：

因为四边形 $ABCD$ 是矩形，所以 $AB\parallel CD$，$\angle A=90^\circ$，

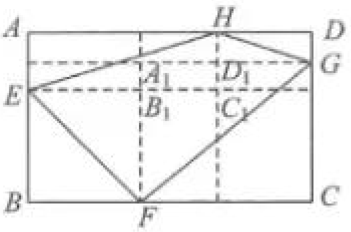
又因为 $AE=DG$，所以四边形 $AEGD$ 是矩形，

所以 $S_{\triangle HEG}=\dfrac{1}{2}EG\times AE=\dfrac{1}{2}S_{矩形AEGD}$，同理可得 $S_{\triangle FEG}=\dfrac{1}{2}S_{矩形BCGE}$．

因为 $S_{四边形EFGH}=S_{\triangle HEG}+S_{\triangle FEG}$，所以 $2S_{四边形EFGH}=S_{矩形ABCD}$．

实验探究：

由题意得，当将点 G 向点 D 靠近 $(DG<AE)$ 时，



（第 27 题图 3）

如图所示，$S_{\triangle HEC_1}=\dfrac{1}{2}S_{矩形HAEC_1}$，$S_{\triangle EFB_1}=\dfrac{1}{2}S_{矩形EBFB_1}$，

$S_{\triangle FGA_1}=\dfrac{1}{2}S_{矩形FCGA_1}$，$S_{\triangle GHD_1}=\dfrac{1}{2}S_{矩形GDHD_1}$，

所以 $S_{四边形EFGH}=S_{\triangle HEC_1}+S_{\triangle EFB_1}+S_{\triangle FGA_1}+S_{\triangle GHD_1}-S_{矩形A_1B_1C_1D_1}$，

所以 $2S_{四边形EFGH}=S_{矩形HAEC_1}+S_{矩形EBFB_1}+S_{矩形FCGA_1}+S_{矩形CDHD_1}-2S_{矩形A_1B_1C_1D_1}$，

即 $2S_{四边形EFGH}=S_{矩形ABCD}-S_{矩形A_1B_1C_1D_1}$．

迁移应用：

(1) 如图所示，由"实验探究"的结论可知 $2S_{四边形EFGH}=S_{矩形ABCD}-S_{矩形A_1B_1C_1D_1}$，

所以 $S_{矩形A_1B_1C_1D_1}=S_{矩形ABCD}-2S_{四边形EFGH}=25-2\times11=3=A_1B_1\cdot A_1D_1$，

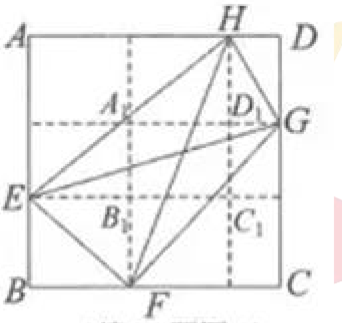
因为正方形面积是 25，所以边长为 5，

又 $A_1D_1^2=HF^2-5^2=29-25=4$，

所以 $A_1D_1=2$， $A_1B_1=\dfrac{3}{2}$，

所以 $EG^2=A_1B_1^2+5^2=\dfrac{9}{4}+25=\dfrac{109}{4}$，

所以， $EG=\dfrac{\sqrt{109}}{2}$．



（第 27 题图 4）

（2）四边形 $EFGH$ 面积的最大值为 $\dfrac{17}{2}$．

考点：四边形的综合