

2018 南开区一模数学试卷

一. 选择题 (3×12=36)

1. $(-2) \times (-6)$ 的结果等于

- A. 12 B. -12 C. 8 D. -8

2. $\tan 60^\circ$ 的值等于



- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. 1 C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\sqrt{3}$

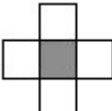
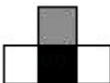
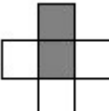
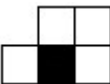
3. 甲骨文是我国一种古代文字，是汉字的早期形式，下列甲骨文中，不是轴对称图形的是

- A.  B.  C.  D. 

4. 在网上用 "Google" 搜索引擎搜索 "中国梦"，能搜索到与之相关的结果个数约为 45100000，这个数用科学记数法表示为

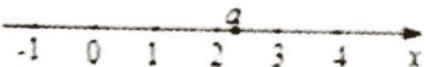
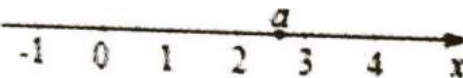
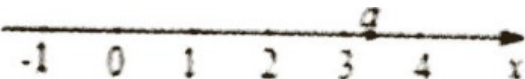

- A. 451×10^5 B. 45.1×10^6 C. 4.51×10^7 D. 0.451×10^8

5. 如果用口表示 1 个立方体，用  表示两个立方体叠加，用  表示三个立方体叠加，那么下面右图由 7 个立方体叠成的几何体，从正前方观察，可画出的平面图形是

- A.  B.  C.  D. 



6. 如果实数 $a = \sqrt{11}$ ，且 a 在数轴上对应的点的位置如图所示，其中正确的是

- A.  B.  C.  D. 

7. 化简 $\frac{2b}{a^2 - b^2} + \frac{1}{a+b}$ ，其结果为

- A. $\frac{1}{a-b}$ B. $\frac{1}{a+b}$ C. $\frac{1}{a^2 - b^2}$ D. $\frac{a}{a^2 - b^2}$

8. 半径为 a 的正六边形的面积等于

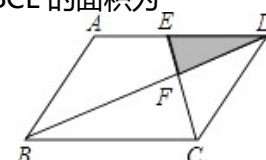
- A. $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ B. $\frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$ C. a^2 D. $3\sqrt{3} a^2$

9. 已知点 A. (x_1, y_1) ，B. (x_2, y_2) 是反比例函数 $y = \frac{a^2 + 1}{x}$ 的图象上的两点，若 $x_1 < 0 < x_2$ ，则有

- A. $y_1 < 0 < y_2$ B. $y_2 < 0 < y_1$ C. $y_1 < y_2 < 0$ D. $y_2 < y_1 < 0$

10. 如图，平行四边形 ABCD 中，E 为 AD 的中点，已知 $\triangle DEF$ 的面积为 S，则四边形 ABCE 的面积为

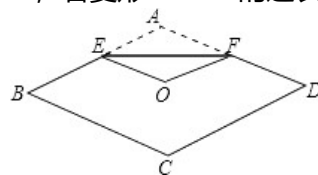
- A. 12S B. 11S C. 10S D. 9S





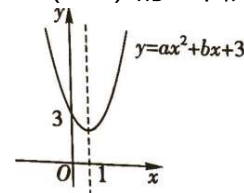
11. 如图，将菱形纸片 ABCD 折叠，使点 A 恰好落在菱形的对称中心 O 处，折痕为 EF，若菱形 ABCD 的边长为 2cm， $\angle A = 120^\circ$ ，则 EF 的长为

- A. $2\sqrt{3}$ B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. 4



12. 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ ($a \neq 0$) 的对称轴为直线 $x = 1$ ，如果关于 x 的方程 $ax^2 + bx - 8 = 0$ ($a \neq 0$) 的一个根为 4，那么该方程的另一个根为

- A. -4 B. -2 C. 1 D. 3



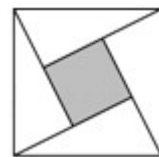
二. 填空题 ($6 \times 3 = 18$)

13. 计算 $(-2a)^3$ 的结果等于_____

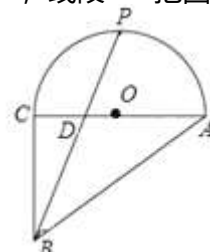
14. 计算 $(\sqrt{5} - \sqrt{3})^2$ 的结果等于_____

15. 将正比例函数 $y = 2x$ 的图象向下平移，则平移后所得图象对应的函数解析式可以是_____ (写出一个即可) .

16. “赵爽弦图”是四个全等的直角三角形与中间一个小正方形拼成的大正方形，如图，是一“赵爽弦图”飞镖板，其直角三角形的两条直角边的长分别是 2 和 4. 小明同学距飞镖板一定距离向飞镖板投掷飞镖 (假设投掷的飞镖均扎在飞镖板上)，小明投掷一次飞镖扎在中间小正方形区域 (含边线) 的概率是_____



17. 如图，在直角三角形 ABC 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CA = 4$ ，点 P 是半圆弧 AC 的中点，连接 BP，线段 BP 把图形 APCB 分成两部分，则这两部分面积之差的绝对值是_____

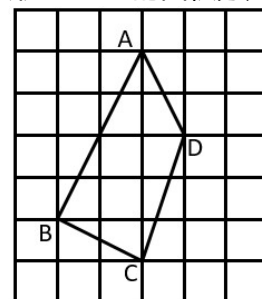


18. 如图，是大小相等的边长为 1 的正方形构成的网格，A, B, C, D 均为格点

(I) $\triangle ACD$ 的面积为_____

(II) 现只有无刻度的直尺，请在线段 AD 上找一点 P，并连结 BP，使得直线 BP 将四边形 ABCD 的面积分为

1: 2 两部分，在图中面出线段 BP，并在横线上简单说明你的作图方法。



三. 解答题 (66 分)

19. (本小题 8 分)

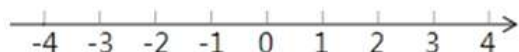
$$\text{解不等式组} \begin{cases} \frac{x-4}{2} + 3 \geq x \\ 1 - 3(x-1) < 6 - x \end{cases}$$

请结合题意填空，完成本题的解答。

(I) 解不等式①, 得_____

(II) 解不等式②, 得_____

(III) 把不等式①和②的解集在数轴上表示出来:

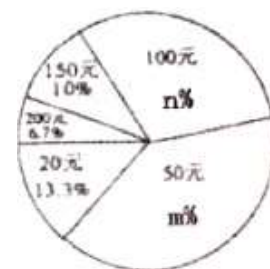


(IV) 原不等式组的解集为_____

20. (本小题 8 分)

某中学在一次爱心捐款活动中, 全体同学积极踊跃捐款。现抽查了九年级 (1) 班全班学生捐款情况, 并绘制了如下的统计表和统计图:

捐款 (元)	20	50	100	150	200
人数 (人)	4	12	9	3	2



求: (I) $m =$ _____; $n =$ _____

(II) 求学生捐款数目的众数、中位数和平均数:

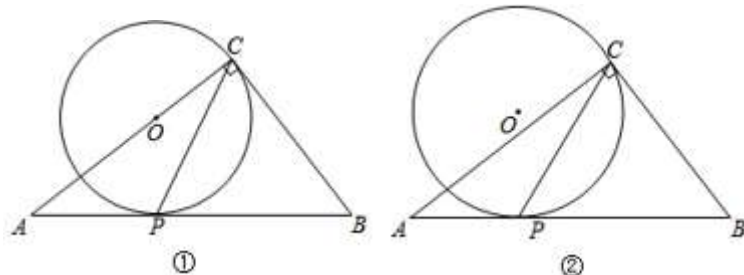
(III) 若该校有学生 2500 人, 估计该校学生共捐款多少元?

21. (本小题 10 分)

$\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 经过点 C 的 $\odot O$ 与斜边 AB 相切于点 P .

(I) 如图①, 当点 O 在 AC 上时, 试说明 $2\angle ACP = \angle B$;

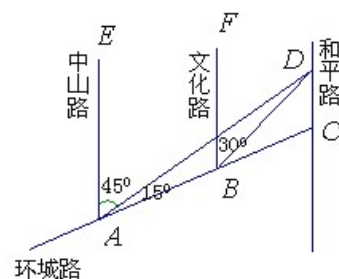
(II) 如图②, $AC = 8$, $BC = 6$, 当点 O 在 $\triangle ABC$ 外部时, 求 CP 长的取值范围。



22. (本小题 10 分)

如图，AC 是某市环城路的一段，AE、BF、CD 都是南北方向的街道，其与环城路 AC 的交叉路口分别是 A，B，C，经测量花卉世界 D 位于点 A 的北偏东 45° 方向、点 B 的北偏东 30° 方向上， $AB=2\text{km}$ ， $\angle DAC=15^\circ$ 。

- (I) 求 B，D 之间的距离；
(II) 求 C，D 之间的距离。



23 (本小题 10 分)

某旅行团计划今年暑假组织一个老年人团去台湾旅游，预订宾馆住宿时，有住宿条件一样的甲、乙两家宾馆供选择，其收费标准均为每人每天 120 元，并且各自推出不同的优惠方案。甲家是 35 人（含 35 人）以内的按标准收费，超过 35 人的，超出部分按九折收费；乙家是 45 人（含 45 人）以内的按标准收费，超过 45 人的，超过部分按八折收费。

设老年人团的人数为 x ，

- (1) 根据题意，用含有 x 的式子填写下表

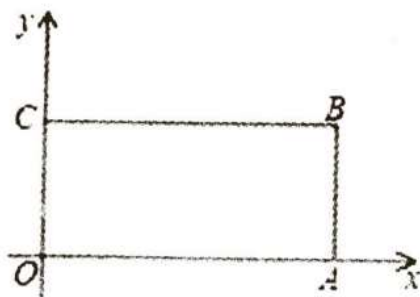
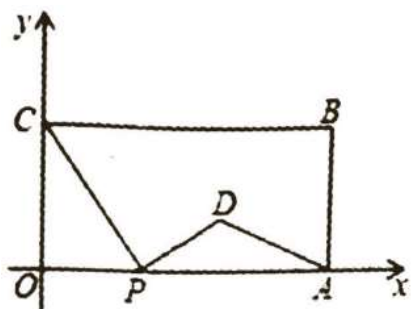
	$x \leq 35$	$35 < x < 45$	$x = 45$	$x > 45$
甲宾馆收费/元	$120x$		5280	
乙宾馆收费/元	$120x$	$120x$	5400	

- (II) 当 x 取何值时，旅行团在甲、乙两家宾馆的实际花费相同？

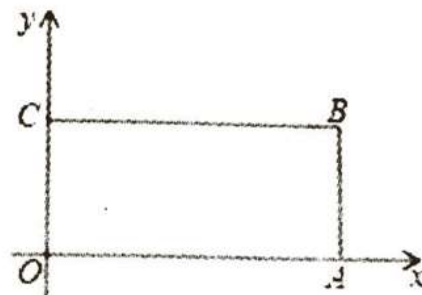
24. (本小题 10 分)

如图，在平面直角坐标系中，矩形 $OABC$ 的两边 OA 、 OC 分别在 x 轴、 y 轴的正半轴上， $OA=4$ ， $OC=2$ ，点 P 从点 O 出发，沿 x 轴以每秒 1 个单位长的速度向点 A 匀速运动，当点 P 到达点 A 时停止运动，设点 P 运动的时间是 t 秒，将线段 CP 的中点绕点 P 按顺时针方向旋转 90° 得点 D ，点 D 随点 P 的运动而运动，连接 DP 、 DA

- (I) 请用含 t 的代数式表示出点 D 的坐标
- (II) 求 t 为何值时， $\triangle DPA$ 的面积最大，最大为多少？
- (III) 在点 P 从 O 向 A 运动的过程中， $\triangle DPA$ 能否成为直角三角形？若能，求 t 的值，若不能，请说明理由；
- (IV) 请直接写出随着点 P 的运动，点 D 运动路线的长。



(备用图)



(备用图)



25. (本小题 10 分)

已知 $y = ax^2 - 4ax + 3a$

- (I) 求该二次函数图象的对称轴;
- (II) 若该二次函数的图象开口向下, 当 $1 \leq x \leq 4$ 时, y 的最大值是 2, 且当 $1 \leq x \leq 4$ 时, 函数图象的最高点为点 P, 最低点为点 Q, 求 $\triangle OPQ$ 的面积;
- (III) 若对于该抛物线上的两点 P (x_1, y_1) , Q (x_2, y_2) , 当 $t \leq x_1 \leq t+1$, $x_2 \geq 5$ 时, 均满足 $y_1 \geq y_2$, 请结合图象, 直接写出 t 的最大值。