2017－2018学年第二学期南开区一模

一. 选择题

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A	D	C	C	B	C	A	B	A	D	C	B

二. 填空题

13. $-8a^3$　　14. $8-2\sqrt{15}$　　15. $y=2x-1$　　16. $\frac{1}{5}$

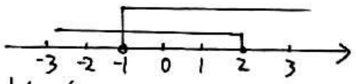
17. 4　　18. $\frac{5}{2}$

三. 解答题

19. (I) $x\leq 2$

(II) $x>-1$

(III)



(IV) $-1<x\leq 2$

20. (I) $m=40$, $n=30$

(II) ∵在这组数据中, 50出现了12次, 次数最多

∴学生捐款数目的众数是50

∵按照从小到大排列, 处于中间位置的两个数据都是50

∴中位数是50

这组数据的平均数: $\dfrac{20\times4+50\times12+100\times9+150\times3+200\times2}{4+12+9+3+2}=81$

(III) $2500\times81=202500$元

答: 估计该校学生共捐款202500元.

21. (I) 当点O在AC上时, OC为⊙O的半径

∵$BC\perp OC$, 且点C在⊙O上

∴BC与⊙O相切

∵⊙O与AB边相切于点P

∴$BC=BP$

∴$\angle BCP=\angle BPC=\dfrac{180^\circ-\angle B}{2}$

∵$\angle ACP+\angle BCP=90^\circ$

∴$\angle ACP=90^\circ-\angle BCP=90^\circ-\dfrac{180^\circ-\angle B}{2}=\frac{1}{2}\angle B$

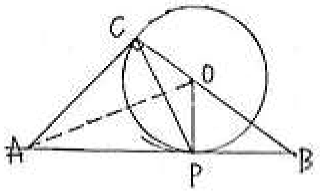
即$2\angle ACP=\angle B$

(2) 在$\triangle ABC$中，$\angle ACB=90^\circ$，$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=10$

如图，当点O在CB上时，OC为⊙O的半径，这时CP有最小值.

$\because AC\perp OC$，且点C在⊙O上

$\therefore$ AC与⊙O相切



连接OP、AO

$\because$ ⊙O与AB边相切于点P

$\therefore OP\perp AB$

设$OC=x$，则$OP=x$，$OB=BC-OC=6-x$

$\because AC=AP$

$\therefore PB=AB-AP=2$

在$\triangle OPB$中，$\angle OPB=90^\circ$，根据勾股定理得：$OP^2+BP^2=OB^2$，即$x^2+2^2=(6-x)^2$，解得$x=\frac{8}{3}$.

在$\triangle ACO$中，$\angle ACO=90^\circ$，$AC^2+OC^2=AO^2$，$AO=\sqrt{AC^2+OC^2}=\frac{8}{3}\sqrt{10}$

$\because AC=AP$，$OC=OP$

$\therefore$ AO垂直平分CP

$\therefore$ 根据面积法得：$CP=2\times\frac{AC\cdot OC}{AO}=\frac{16\sqrt{10}}{5}$

根据题意可知，当点P与点A重合时，CP最长

综上，当点O在$\triangle ABC$外时，$\frac{8\sqrt{10}}{5}<CP\leq 8$.

22. (1) $\because \angle EAB=\angle EAD+\angle DAC=45^\circ+15^\circ=60^\circ$

又$\because AE\parallel BF$

$\therefore \angle ABF=180^\circ-\angle EAB=120^\circ$

$\therefore \angle ABD=\angle ABF+\angle FBD=120^\circ+30^\circ=150^\circ$

$\therefore \angle ADB=180^\circ-\angle DAC-\angle ABD=180^\circ-15^\circ-150^\circ=15^\circ$

$\because \angle DAC=15^\circ$

$\therefore \angle DAC=\angle ADB=15^\circ$

$\therefore BD=AB=2km$

即B、D之间的距离为2km.

(2) 过点B作$BO\perp DC$，交DC的延长线于点O

在Rt△DBO中，$BD=2km$

$\because \angle FBD=30^\circ$

$\therefore \angle DBO=60^\circ$

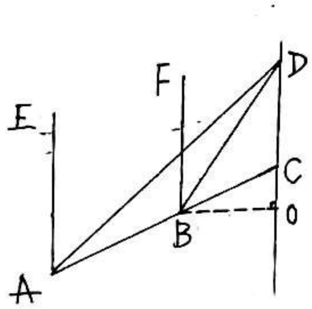
$\therefore DO=2\times\sin60^\circ=\sqrt{3}km$，$BO=2\times\cos60^\circ=1$

在Rt△CBO中，$\because \angle BCO=\angle EAC=60^\circ$

$\therefore \angle CBO=30^\circ$，$CO=BO\cdot\tan30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore CD=DO-CO=\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

即C、D之间的距离为$\frac{2\sqrt{3}}{3}km$.



23. (I) $108x+420$，$108x+420$，$96x+1080$

(II) 当$x\le35$时，旅行团在甲乙两家宾馆的实际花费相同.

当$35<x\le45$时，选择甲宾馆便宜.

当$x>45$时，甲宾馆的收费是：$y_甲=35\times120+0.9\times120(x-35)$ 即 $y_甲=108x+420$

乙宾馆的收费是：$y_乙=45\times120+0.8\times120(x-45)=96x+1080$

当$y_甲=y_乙$时，$108x+420=96x+1080$，解得$x=55$

总之，当$x\le35$或$x=55$时，旅行团在甲乙两家宾馆的实际花费相同.

24. (I) ∵点P从点O出发，沿x轴以每秒1个单位长的速度向点A匀速运动

$\therefore OP=t$

而$OC=2$ $\therefore P(t,0)$

设CP的中点为F，则F点的坐标为$(\frac{t}{2},1)$

∴将线段CP的中点F绕点P按顺时针方向旋转90°得点D，其坐标为$(t+1,\frac{t}{2})$

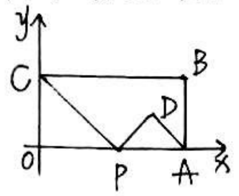
(II) ∵ D点坐标为$(t+1,\frac{t}{2})$，$OA=4$

$\therefore S_{\triangle DPA}=\frac{1}{2}AP\times\frac{t}{2}=\frac{1}{2}(4-t)\times\frac{t}{2}=\frac{1}{4}(4t-t^2)=-\frac{1}{4}(t-2)^2+1$

∴当$t=2$时，$S_{最大}=1$.

(III) 能构成直角三角形

① 当$\angle PDA=90^\circ$时，$PC \parallel AD$



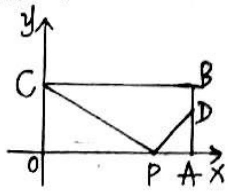
由勾股定理得，$PD^2+AD^2=AP^2$

即 $(\frac{t}{2})^2+1+(4-t-1)^2+(\frac{t}{2})^2=(4-t)^2$

解得：$t=2$或$t=-6$(舍去)

$\therefore t=2$

② 当$\angle PAD=90^\circ$时，此时点D在AB上



可知，$\triangle COP \backsim \triangle PAD$

$\therefore \frac{CP}{PD}=\frac{CO}{PA}$ 即 $\frac{2}{1}=\frac{2}{PA}$

$\therefore PA=1$ 即$t+1=4$，$t=3$秒

综上所述，可知当$t=2$或3秒时，$\triangle DPA$能成为直角三角形.

(IV) $\because$根据点D的运动路线与OB平行且相等，$OB=2\sqrt{5}$

$\therefore$点D运动路线的长为$2\sqrt{5}$.

25. (I) 对称轴$x=-\frac{-4a}{2a}=2$

(II) $\because$该二次函数的图象开口向下，且对称轴为直线$x=2$

$\therefore$当$x=2$时，y取到在$1\le x\le 4$上的最大值为2

$\therefore 4a-8a+3a=2$

$\therefore a=-2$，即$y=-2x^2+8x-6$

$\because$当$1\le x\le 2$时，y随x的增大而增大

$\therefore$当$x=1$时，y取到在$1\le x\le 2$上的最小值0

$\because$当$2\le x\le 4$时，y随x的增大而减小

$\therefore$当$x=4$时，y取到在$2\le x\le 4$上的最小值-6.

$\therefore$当$1\le x\le 4$时，y的最小值为-6

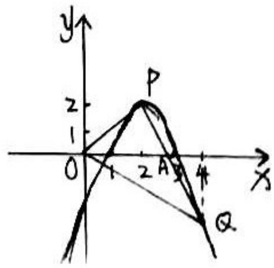
$\therefore$ P点坐标为$(2,2)$　Q点坐标为$(4,-6)$

设直线PQ的解析式为：$y=kx+b\ (k\neq 0)$

则：$\begin{cases}2k+b=2\\4k+b=-6\end{cases}$　解得：$\begin{cases}k=-4\\b=10\end{cases}$

$\therefore y=-4x+10$

$\therefore$ A点坐标为$(\frac{5}{2},0)$



$\therefore S_{\triangle OPQ}=S_{\triangle OPA}+S_{\triangle OQA}$

$=\frac{1}{2}\times\frac{5}{2}\times 2+\frac{1}{2}\times\frac{5}{2}\times 6$

$=\frac{5}{2}+\frac{15}{2}$

$=10$

(III) $\because$当$t\le x_1\le t+1$，$x_2\ge 5$时，均满足$y_1\ge y_2$

$\therefore$当抛物线开口向下，点P在点Q左边或重合时，满足条件

$\therefore t+1\le 5$

$\therefore t\le 4$

$\therefore t$的最大值为4.