2018 年广州市高中毕业班综合测试（二）

数学试题（理）　　　　2018.04

考生须知：

1. 本试卷满分 150 分，考试时间 120 分钟.
2. 答题前，在答题卷密封线内填写学校、班级和姓名.
3. 所有答案必须写在答题卷上，写在试卷上无效.

第 Ⅰ 卷

一、选择题（本大题共 12 个小题.每小题 5 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

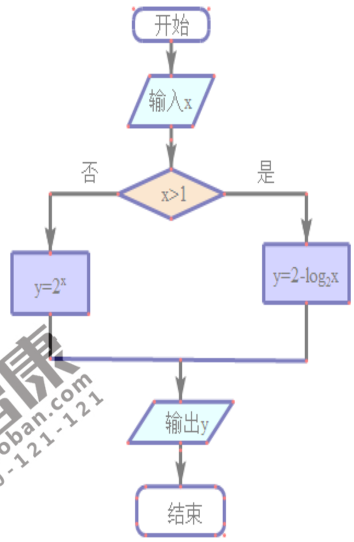
1. 若 $z_1=1+2i, z_2=1-i$，则$|z_1z_2|=$

A. 6　　　B. $\sqrt{10}$　　　C. $\sqrt{6}$　　　D. $\sqrt{2}$

2. 已知集合 $M=\{x||x|\le 2, x\in Z\}, N=\{x|x^2-2x-3<0\}$ 则 $M\bigcap N=$

A. $(-1,2]$　　　B. $[-1,2]$　　　C. $\{0,2\}$　　　D. $\{0,1,2\}$

3．执行如图的程序框图，若输出 $y=\dfrac{3}{2}$，则输入 x 的值为



A.　$\log_2 3-1$或$\sqrt{2}$

B.　1-$\log_2 3$或$\sqrt{2}$

C.　$1-\log_2 3$

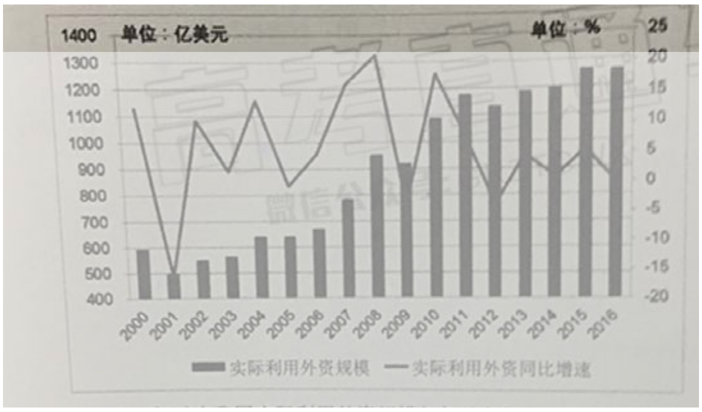
D.　$\sqrt{2}$

4. 若双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的渐近线与圆$(x-2)^2+y^2=1$相切，则 C 的渐近线方程为

A. $y=\pm\dfrac{1}{3}x$　　　B. $y=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}x$

B. $y=\pm\sqrt{3}x$　　　D. $y=\pm 3x$

5. 根据下图给出的 2000 年至 2016 年我国实际利用外资情况，以下结论正确的是



A. 2000 年以来我国实际利用外资规模与年份负相关

B. 2010 年以来我国实际利用外资规模逐年增加

C. 2008 年我国实际利用外资同比增速最大

D. 2010 年我国实际利用外资同比增速最大

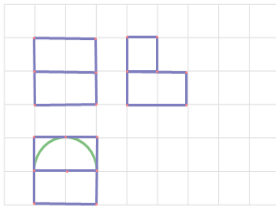
6. 若 α, β 为锐角，且 $\cos\left(\dfrac{\pi}{6}-\alpha\right)=\sin\left(\dfrac{2\pi}{3}+\beta\right)$，则

A. $\alpha+\beta=\dfrac{\pi}{3}$　　B. $\alpha+\beta=\dfrac{\pi}{6}$　　C. $\alpha-\beta=\dfrac{\pi}{3}$　　D. $\alpha-\beta=\dfrac{\pi}{6}$

7. 已知椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的左焦点为 F，直线 $y=\sqrt{3}x$ 与 C 交于 A、B 两点，且 $AF\perp BF$，则 C 的离心率是

A. $\dfrac{\sqrt{2}-1}{2}$　　B. $\sqrt{2}-1$　　C. $\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$　　D. $\sqrt{3}-1$

8. 某几何体由长方体和半圆柱体组合而成，如图，网格纸上小正方形的边长为 1，粗线画出的是该几何体的三视图，则该几何体的表面积是



A. $18+\pi$　　B. $18+2\pi$　　C. $16+\pi$　　D. $16+2\pi$

9. 已知 $x=\dfrac{\pi}{6}$ 是函数 $f(x)=\sin(2x+\varphi)$ 的图像的一条对称轴，且 $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)<f(\pi)$，则 $f(x)$ 的单调增区间为

A. $\left[k\pi+\dfrac{\pi}{6}, k\pi+\dfrac{2}{3}\pi\right](k\in Z)$　　B. $\left[k\pi-\dfrac{\pi}{3}, k\pi+\dfrac{\pi}{6}\right](k\in Z)$

C. $\left[k\pi, k\pi+\dfrac{\pi}{2}\right](k\in Z)$　　　　D. $\left[k\pi-\dfrac{\pi}{2}, k\pi\right](k\in Z)$

10. 已知函数 $f(x)=e^x+x-2$ 的零点为 a，函数 $g(x)=\ln x+x-2$ 的零点为 b，则下列不等式成立的是

A. $e^a+\ln b>2$　　B. $e^a+\ln b<2$　　C. $a^2+b^2<3$　　D. $ab>1$

11. 体积为 $\sqrt{3}$ 的三棱锥 $P-ABC$ 的顶点都在球 O 的球面上，$PA\perp$ 平面ABC，$PA=2, \angle ABC=120^0$，则球 O 体积的最小值为

A. $\dfrac{7\sqrt{7}}{3}\pi$　　B. $\dfrac{28\sqrt{7}}{3}\pi$　　C. $\dfrac{19\sqrt{19}}{3}\pi$　　D. $\dfrac{76\sqrt{19}}{3}\pi$

12. 已知直线 l 与曲线 $y=\dfrac{1}{3}x^3-x^2+x+1$ 有三个不同交点 $A(x_1,y_1), B(x_2,y_2), C(x_3,y_3)$，且 $|AB|=|AC|$，则 $\sum\limits_{i=1}^{3}(x_i+y_i)=$

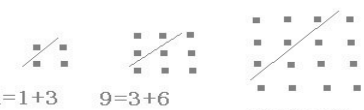
A. 4　　B. 5　　C. 6　　D. 7

第 II 卷

二、填空题：（本大题共 4 小题，每小题 5 分.）

13. 已知向量 a 与 b 的夹角为 $\dfrac{\pi}{4}$，$|a|=2, |b|=\sqrt{2}, a\perp(a+\lambda b)$，则实数 λ 的值=______.

14. 古希腊著名的毕达哥拉斯学派把 1,3,6,10,…这样的数称为“三角形数”，而把 1,4,9,16,…这样的数称为“正方形数”，如图，可以发现任何一个大于 1 的“正方形数”都可以看做两个相邻“三角形数”之和”，下列等式：①36=15+21；②49=18+31；③64=28+36；④81=36+45 中符合这一规律的等式是________（填写所有正确结论的编号）



4=1+3　　9=3+6　　16=6+10　　……

15. $\left(x^2-\dfrac{2}{x}+y\right)^6$ 的展开式中，x^3y^3 的系数是 ____.（用数字作答）

16. （该题待确认）已知等边 ΔABC 的边长为 4，其外接圆圆心为 O，点 P 在 ΔABC 内，且 $OP=1$，设 $\angle APO=\theta$，当 ΔAPB 与 ΔAPC 面积之比最小时，$\sin\theta$ 的值为________

三、解答题：（解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.）

17. （本题满分 12 分）已知各项为正数的数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}^2=3a_n^2+2a_na_{n+1}$，且 $a_2+a_4=3(a_3+3)$，其中 $n\in N^*$

（I）证明数列 $\{a_n\}$ 是等比数列，并求其通项公式；

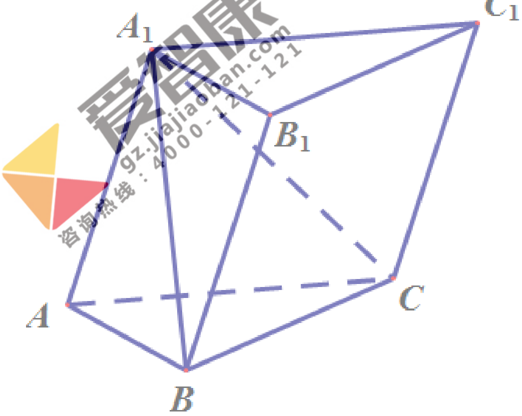
（II）设 $b_n=na_n$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项的和 S_n.

18. （本题满分 12 分）

如图，已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 底面是边长为 1 的正三角形，$A_1A=A_1C$，侧面 $A_1ACC_1\perp$ 底面 ABC，直线 A_1B 与平面 A_1ACC_1 所成角为 60^0

（I）证明：$A_1A\perp A_1C$；

（II）求二面角 $A-A_1B-C$ 的余弦值.



19.（本题满分 12 分）

某工厂生产的 A 产品按每盒 10 件包装，每盒产品需检验合格后方可出厂，检验方案是：从每盒 10 件产品中任取 4 件，4 件都做检验；若四件都为合格品，则认为该盒产品合格且其余产品不再检验；若 4 件产品中次品数多于 1 件时，则认为该盒产品不合格，且其余产品不再检验；若四件产品中只有一件次品，则把剩余的 6 件采用一件一件抽取出来检验，没有检验出次品则认为该产品合格，检验出次品则认为该盒产品不合格且停止检验.假设某盒 A 产品中有 8 件合格品，2 件次品

（I）求该盒 A 产品可以出厂的概率；

（II）已知每件产品的检验费用为 10 元，且抽取的每件都需要检验，设该盒 A 产品的检验费用为 X（单位：元）

（i）求 $P(X=40)$；

（ii）求 X 的分布列和数学期望 EX.

20（本题满分 12 分）

在直角坐标系中，已知 O 为坐标原点，点 $R(0,2)$，F 是抛物线的 C：$x^2=2py(p>0)$ 的焦点，$|RF|=3|OF|$

（I）求抛物线 C 的方程；

（II）过点 R 的直线 l 与抛物线 C 相交于 A、B 两点，与直线 $y=-2$ 交于点 M，抛物线 C 在点 A,B 处的切线分别记为 l_1,l_2，l_1 与 l_2 交于点 N，若 ΔMON 是等腰三角形，求直线 l 的方程.

21.（本题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=e^{x}-x^{2}-ax$.

（I）若 $f\left(x\right)$ 在 R 上单调递增，求 a 的取值范围；

（II）若 $a=1$，证明：当 $x>0$ 时， $f\left(x\right)>1-\frac{\ln 2}{2}-\left(\frac{\ln 2}{2}\right)^{2}$

请考生在第 22、23 两题中任选一题作答。注意：只能做选定的题目，如果多选，则按所做的第一题计分，作答时请用 2B 铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑

22.（本题满分 10 分）选修 4-4；坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中，直线 l 参数方程为 $\begin{cases} x=1-\frac{1}{2}t \\ y=\frac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases}$ $\left(t\text{ 为参数}\right)$，以坐标原点为极点，以 x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^{2}\left(1+2\sin^{2}\theta\right)=a\left(a>0\right)$

（I）求 l 的普通方程和 C 的直角坐标方程；

（II）若 l 与 C 相交于 A,B 两点，且 $\left|AB\right|=\frac{2\sqrt{3}}{5}$ 求 a 的值.

23.（本题满分 10 分）选修 4-5；不等式选讲

已知函数，$f\left(x\right)=\left|2x+1\right|+\left|2x-1\right|$，不等式 $f\left(x\right)\le 2$ 的解集是 M

（I）求 M；

（II）证明：当 $a,b\in M$，证明：$\left|a+b\right|+\left|a-b\right|\le 1$.