

数学试卷

2018.5

学校 _____ 班级 _____ 姓名 _____ 考号 _____

考生须知

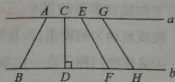
1. 本试卷共8页,共三道大题,28道小题,满分100分。考试时间120分钟。
2. 在试卷和答题卡上认真填写学校名称、姓名和准考证号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上,在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上,选择题、作图题用2B铅笔作答,其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束,请将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。

一、选择题(本题共16分,每小题2分)

下面1-8题均有四个选项,其中符合题意的选项只有一个。

1. 如图,直线 $a \parallel b$, 则直线 a, b 之间的距离是

- (A) 线段 AB 的长度
(B) 线段 CD 的长度
(C) 线段 EF 的长度
(D) 线段 GH 的长度

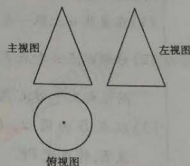


2. 若代数式 $\frac{2x}{x-1}$ 有意义, 则实数 x 的取值范围是

- (A) $x=0$ (B) $x=1$ (C) $x \neq 0$ (D) $x \neq 1$

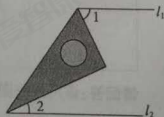
3. 若右图是某几何体的三视图, 则这个几何体是

- (A) 球
(B) 圆柱
(C) 圆锥
(D) 三棱柱



4. 已知 $l_1 \parallel l_2$, 一个含有 30° 角的三角尺按照如图所示位置摆放, 则 $\angle 1 + \angle 2$ 的度数为

- (A) 90°
(B) 120°
(C) 150°
(D) 180°



5. 下列图形中, 是中心对称图形但不是轴对称图形的是



(A)



(B)

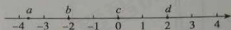


(C)



(D)

6. 实数 a, b, c, d 在数轴上的对应点的位置如图所示,



下列结论 ① $a < b$; ② $|b| = |d|$; ③ $a + c = a$; ④ $ad > 0$ 中, 正确的有

(A) 4 个

(B) 3 个

(C) 2 个

(D) 1 个

7. “享受光影文化, 感受城市魅力”, 2018 年 4 月 15-22 日第八届北京国际电影节顺利举办,

下面的统计表反映了北京国际电影节电影市场的有关情况.

第六届和第八届北京国际电影节电影市场“项目创投”申报类型统计表

申报类型	悬疑惊悚犯罪	剧情	爱情	喜剧	科幻奇幻	动作冒险 (含战争)	古装武侠	动画	其他
第六届	8.70%	25.30%	17.80%	12.20%	13.00%	7.80%	0	3.80%	11.40%
第八届	21.33%	19.94%	18.70%	15.37%	10.66%	7.48%	4.02%	1.39%	1.11%

根据统计表提供的信息, 下列推断合理的是

(A) 两届相比较, 所占比例最稳定的是动作冒险 (含战争) 类

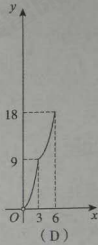
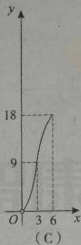
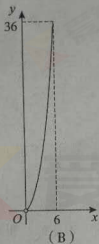
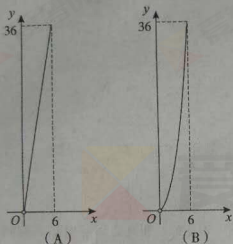
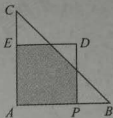
(B) 两届相比较, 所占比例增长最多的是剧情类

(C) 第八届悬疑惊悚犯罪类申报数量比第六届的 2 倍还多

(D) 在第六届中, 所占比例居前三位的类型是悬疑惊悚犯罪类、剧情类和爱情类



8. 如图, $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $\angle A = 90^\circ$, $AB = 6$, 点 P 是 AB 上一动点(点 P 与点 A 不重合), 以 AP 为边作正方形 $APDE$, 设 $AP = x$, 正方形 $APDE$ 与 $\triangle ABC$ 重合部分(阴影部分)的面积为 y , 则下列能大致反映 y 与 x 的函数关系的图象是



二、填空题(本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 赋予式子“ ab ”一个实际意义: _____.

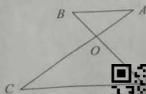
10. 如果 $\frac{m}{3} = \frac{n}{2} \neq 0$, 那么代数式 $\frac{3m-n}{4m^2-n^2} \cdot (2m+n)$ 的值是 _____.

11. 足球、篮球、排球已经成为北京体育的三张名片, 越来越受到广大市民的关注. 下表是北京两支篮球队在 2017-2018 赛季 CBA 常规赛的比赛成绩:

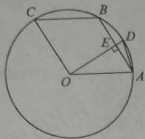
队名	比赛场次	胜场	负场	积分
北京首钢	38	25	13	63
北京北控	38	18	20	56

设胜一场积 x 分, 负一场积 y 分, 依题意, 可列二元一次方程组为 _____.

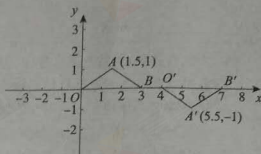
12. 如图, $AB \parallel CD$, $AB = \frac{1}{2}CD$, $S_{\triangle ABO} : S_{\triangle CDO} =$ _____.



13. 如图, 点 A, B, C 在 $\odot O$ 上, 四边形 $OABC$ 是平行四边形, $OD \perp AB$ 于点 E , 交 $\odot O$ 于点 D , 则 $\angle BAD =$ _____ 度.



第 13 题图



第 14 题图

14. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, $\triangle O'A'B'$ 可以看作是 $\triangle OAB$ 经过若干次图形的变化 (平移、轴对称、旋转) 得到的, 写出一种由 $\triangle OAB$ 得到 $\triangle O'A'B'$ 的过程: _____.
15. 下列随机事件的概率: ①投掷一枚均匀的骰子, 朝上一面为偶数的概率; ②同时抛掷两枚质地均匀的硬币, 两枚硬币全部正面朝上的概率; ③抛一枚图钉, “钉尖向下”的概率; ④某作物的种子在一定条件下的发芽率.
- 既可以用列举法求得又可以用频率估计获得的是 _____ (只填写序号).
16. 下面是“经过已知直线外一点作这条直线的垂线”的尺规作图过程.

已知: 直线 a 和直线外一点 P .

求作: 直线 a 的垂线, 使它经过点 P .

作法: 如图,

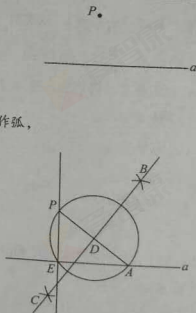
(1) 在直线 a 上取一点 A , 连接 PA ;

(2) 分别以点 A 和点 P 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}AP$ 的长为半径作弧,

两弧相交于 B, C 两点, 连接 BC 交 PA 于点 D ;

(3) 以点 D 为圆心, DP 为半径作圆, 交直线 a 于点 E , 作直线 PE .

所以直线 PE 就是所求作的垂线.



请回答: 该尺规作图的依据是 _____.

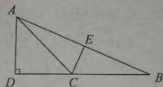


三、解答题(本题共 68 分,第 17-24 题,每小题 5 分,第 25 题 6 分,第 26-27 题,每小题 7 分,第 28 题 8 分)

17. 计算: $2\sin 30^\circ + (\frac{1}{3})^{-1} + (4-\pi)^0 + \sqrt{8}$.

18. 解不等式组:
$$\begin{cases} x-1 > 2(x-3), \\ \frac{6x-1}{2} > 2x. \end{cases}$$

19. 如图,在 $\triangle ACB$ 中, $AC=BC$, AD 为 $\triangle ACB$ 的高线, CE 为 $\triangle ACB$ 的中线.
求证: $\angle DAB = \angle ACE$.



20. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (k+1)x + k = 0$.

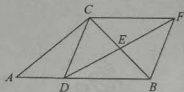
(1) 求证: 方程总有两个实数根;

(2) 若该方程有一个根是正数, 求 k 的取值范围.

21. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, D 是 AB 边上一点, E 是 BC 边中点, 过点 C 作 AB 的平行线, 交 DE 的延长线于点 F , 连接 BF , CD .

(1) 求证: 四边形 $CDBF$ 是平行四边形;

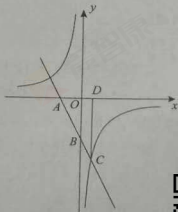
(2) 若 $\angle FDB = 30^\circ$, $\angle ABC = 45^\circ$, $BC = 4\sqrt{2}$, 求 DF 的长.



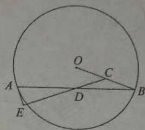
22. 如图,在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 AB 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 、 B , 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象在第四象限交于点 C , $CD \perp x$ 轴于点 D , $\tan \angle OAB = 2$, $OA = 2$, $OD = 1$.

(1) 求该反比例函数的表达式;

(2) 点 M 是这个反比例函数图象上的点, 过点 M 作 $MN \perp y$ 轴, 垂足为点 N , 连接 OM 、 AN , 如果 $S_{\triangle ABN} = 2S_{\triangle OMN}$, 直接写出点 M 的坐标.



23. 如图, 在 $\odot O$ 中, C, D 分别为半径 OB , 弦 AB 的中点, 连接 CD 并延长, 交过点 A 的切线于点 E .
- (1) 求证: $AE \perp CE$;
- (2) 若 $AE = \sqrt{2}$, $\sin \angle ADE = \frac{1}{3}$, 求 $\odot O$ 半径的长.



24. 水果基地为了选出适应市场需求的小西红柿秧苗, 在条件基本相同的情况下, 把两个品种的小西红柿秧苗各 300 株分别种植在甲、乙两个大棚, 对于市场最为关注的产量和产量的稳定性, 进行了抽样调查, 过程如下, 请补充完整.

收集数据 从甲、乙两个大棚各收集了 25 株秧苗上的小西红柿的个数:

甲 26 32 40 51 44 74 44 63 73 74 81 54 62
41 33 54 43 34 51 63 64 73 64 54 33

乙 27 35 46 55 48 36 47 68 82 48 57 66 75
27 36 57 57 66 58 61 71 38 47 46 71

整理、描述数据 按如下分组整理、描述这两组样本数据

株数 \ 个数 x	$25 \leq x < 35$	$35 \leq x < 45$	$45 \leq x < 55$	$55 \leq x < 65$	$65 \leq x < 75$	$75 \leq x < 85$
大棚						
甲	5	5	5	5	4	1
乙	2	4	6			2

(说明: 45 个以下为产量不合格, 45 个及以上为产量合格, 其中 45 ~ 65 个为产量良好, 65 ~ 85 个为产量优秀)

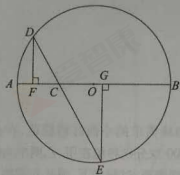
分析数据 两组样本数据的平均数、众数和方差如下表所示:

大棚	平均数	众数	方差
甲	53	54	3047
乙	53	57	3022

- 得出结论**
- a. 估计乙大棚产量优秀的秧苗数为 _____ 株;
- b. 可以推断出 _____ 大棚的小西红柿秧苗品种更适应市场需求, 理由为 _____ (至少从两个不同的角度说明推断的合理性)



25. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, $AB = 4\text{ cm}$, C 为 AB 上一动点, 过点 C 的直线交 $\odot O$ 于 D, E 两点, 且 $\angle ACD = 60^\circ$, $DF \perp AB$ 于点 F , $EG \perp AB$ 于点 G , 当点 C 在 AB 上运动时, 设 $AF = x\text{ cm}$, $DE = y\text{ cm}$ (当 x 的值为 0 或 3 时, y 的值都为 2), 探究函数 y 随自变量 x 的变化而变化的规律.



- (1) 通过取点、画图、测量, 得到了 x 与 y 的几组对应值, 如下表:

x/cm	0	0.40	0.55	1.00	1.80	2.29	2.61	3
y/cm	2	3.68	3.84		3.65	3.13	2.70	2

- (2) 建立平面直角坐标系, 描出以补全后的表中各对应值为坐标的点, 画出该函数的图象;



- (3) 结合画出的函数图象, 解决问题: 点 F 与点 O 重合时, DE 的长度约为 _____ cm (结果保留一位小数).



26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 - 4ax - 4 (a \neq 0)$ 与 y 轴交于点 A , 其对称轴与 x 轴交于点 B .

(1) 求点 A, B 的坐标;

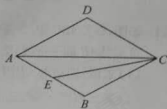
(2) 若方程 $ax^2 - 4ax - 4 = 0 (a \neq 0)$ 有两个不相等的实数根, 且两根都在 $1, 3$ 之间 (包括 $1, 3$), 结合函数的图象, 求 a 的取值范围.

27. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $\angle DAB = 60^\circ$, 点 E 是线段 AB 上一动点 (与点 A, B 不重合), 连接 CE , 将 $\angle ACE$ 的两边所在射线 CE, CA 以点 C 为中心, 顺时针旋转 120° , 分别交射线 AD 于点 F, G .

(1) 依题意补全图形;

(2) 若 $\angle ACE = \alpha$, 求 $\angle AFC$ 的大小 (用含 α 的式子表示);

(3) 用等式表示线段 AE, AF 与 CG 之间的数量关系, 并证明.



28. 对于平面直角坐标系 xOy 中的点 P 和线段 AB , 其中 $A(t, 0), B(t+2, 0)$, 给出如下定义: 若在线段 AB 上存在一点 Q , 使得 P, Q 两点间的距离小于或等于 1, 则称 P 为线段 AB 的伴随点.

(1) 当 $t = -3$ 时,

① 在点 $P_1(1, 1), P_2(0, 0), P_3(-2, -1)$ 中, 线段 AB 的伴随点是_____;

② 在直线 $y = 2x + b$ 上存在线段 AB 的伴随点 M, N , 且 $MN = \sqrt{5}$, 求 b 的取值范围;

(2) 线段 AB 的中点关于点 $(2, 0)$ 的对称点为 C , 将射线 CO 以点 C 为中心, 顺时针旋转 30° 得到射线 l , 若射线 l 上存在线段 AB 的伴随点, 直接写出 t 的取值范围.

