

2016~2017学年广东深圳福田区深圳市红岭中学高二下学期理科期中数学试卷

选择

1. 若复数 $z = \frac{2i}{1-i}$, 则 $|z|$ 等于 ().

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. 1 D. $\sqrt{2}$

2. 设集合 $A = \{x|x \leq 2\}$, $B = \left\{x|y = \sqrt{\frac{x}{\sqrt{x}-1}}\right\}$, 则 $A \cap B = ()$.

- A. $[1, 2]$ B. $[0, 2]$ C. $(1, 2]$ D. $[-1, 0]$

3. 在极坐标中与圆 $\rho = 4 \sin \theta$ 相切的一条直线的方程为 ().

- A. $\rho \cos \theta = 2$ B. $\rho \sin \theta = 2$ C. $\rho = 4 \sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right)$ D. $\rho = 4 \sin\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right)$

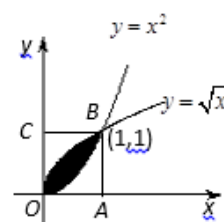
4. $(1-3x)^9 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_9x^9$, 则 $|a_0| + |a_1| + \cdots + |a_9|$ 等于 ().

- A. 2^9 B. 4^9 C. 3^9 D. 1

5. 将椭圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$, 按 $\Phi: \begin{cases} x' = \lambda x (\lambda > 0) \\ y' = \mu y (\mu > 0) \end{cases}$ 变换后得到圆 $x'^2 + y'^2 = 9$, 则 ().

- A. $\lambda = 3, \mu = 4$ B. $\lambda = 3, \mu = 2$ C. $\lambda = 1, \mu = \frac{2}{3}$ D. $\lambda = 1, \mu = \frac{3}{2}$

6. 从如图所示的正方形 $OABC$ 区域内任取一个点 $M(x, y)$, 则点 M 取自阴影部分的概率为 ().



- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{6}$

7. 设 $f(x) = x^3 + \log_2(x + \sqrt{x^2 + 1})$, 则对任意实数 a, b , $a + b \geq 0$ 是 $f(a) + f(b) \geq 0$ 的 ().

- A. 充分必要条件 B. 充分而不必要条件 C. 必要而不充分条件 D. 既不充分也不必要条件

8. 设 $A = [-2, 4)$, $B = \{x|x^2 - ax - 4 \leq 0\}$, 若 $B \subseteq A$, 则实数 a 的取值范围为 ().

- A. $\{-1, 2\}$ B. $[-1, 2]$ C. $[0, 3]$ D. $[0, 3)$

9. 若定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2) = f(x)$, 且当 $x \in [0, 1]$ 时, $f(x) = x$, 则函数 $y = f(x) - \log_3|x|$ 的零点个数是 () .

A. 0

B. 2

C. 4

D. 8

10. 已知函数 $f(x) = 2x^2 + bx + c (b, c \in \mathbf{R})$ 的值域为 $[0, +\infty)$, 若关于 x 的不等式 $f(x) < m$ 的解集为 $(n, n+10)$, 则实数 m 的值为 () .

A. 25

B. -25

C. 50

D. -50

11. 函数 $f(x)$ 的定义域为 A , 若 $x_1, x_2 \in A$ 且 $f(x_1) = f(x_2)$ 时总有 $x_1 = x_2$, 则称 $f(x)$ 为单函数. 例如, 函数 $f(x) = x + 1 (x \in \mathbf{R})$ 是单函数. 下列命题正确的是 () .

A. 函数 $f(x) = x^2 - 2x (x \in \mathbf{R})$ 是单函数

B. 函数 $f(x) = \begin{cases} \log_2 x, & x \geq 2 \\ 2 - x, & x < 2 \end{cases}$ 是单函数

C. 若 $f(x)$ 为单函数, $x_1, x_2 \in A$ 且 $x_1 \neq x_2$, 则 $f(x_1) \neq f(x_2)$

D. 函数 $f(x)$ 在定义域某个区间 D 上具有单调性, 则 $f(x)$ 一定是单函数

12. 已知函数 $f(x) = x^2 - ax - a \ln x (a \in \mathbf{R})$, $g(x) = -x^3 + \frac{5}{2}x^2 + 2x - 6$, $g(x)$ 在 $[1, 4]$ 上的最大值为 b , 当 $x \in [1, +\infty)$ 时, $f(x) \geq b$ 恒成立, 则 a 的取值范围 () .

A. $a \leq 2$

B. $a \leq 1$

C. $a \leq -1$

D. $a \leq 0$

填空

13. $(x^2 + \frac{1}{x})^6$ 的展开式中 x^3 的系数为 _____ (用数字作答).

14. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$, 满足 $f(x) = f(x+4)$, $f(x+2) > f(2-x)$, 若 $0 < x < 2$ 时, $f(x) = 2^{-x}$, 则 $f(2019) =$ _____ .

15. 若方程 $\lg kx = 2 \lg(x+1)$ 仅有一个实根, 那么 k 的取值范围是 _____ .

16. 求和 $\frac{3}{1! + 2! + 3!} + \frac{4}{2! + 3! + 4!} + \cdots + \frac{n+2}{n! + (n+1)! + (n+2)!} =$ _____ .

解答

17. 已知关于 x 的不等式 $|x+a| < b$ 的解集为 $\{x | 2 < x < 4\}$.

(1) 求实数 a, b 的值.

(2) 求 $\sqrt{at+12} + \sqrt{bt}$ 的最大值.

18. 已知曲线 C 的极坐标方程是 $\rho \sin^2 \theta - 8 \cos \theta = 0$, 以极点为平面直角坐标系的原点, 极轴为 x 轴的正半轴, 建立平面直角坐标系 xOy , 在直角坐标系中, 倾斜角为 α 的直线 l 过点 $P(2, 0)$.

(1) 写出曲线 C 的直角坐标方程和直线 l 的参数方程.

(2) 设点 Q 和点 G 的极坐标分别为 $(2, \frac{3\pi}{2})$, $(2, \pi)$, 若直线 l 经过点 Q , 且与曲线 C 相交于 A, B 两点, 求 $\triangle GAB$ 的面积.

19. 清华大学自主招生考试中要求考生从 A, B, C 三道题中任选一题作答, 考试结束后, 统计数据显示共有600名学生参加测试, 选择 A, B, C 三道答卷数如下表:

题	A	B	C
答卷数	180	300	120

(1) 负责招生的教授为了解参加测试的学生答卷情况, 现用分层抽样的方法从600份答案中抽出若干份答卷, 其中从选择 A 题作答的答卷中抽出了3份, 则应分别从选择 B, C 题作答的答卷中各抽多少份?

(2) 测试后的统计数据显示, A 题的答卷得优的有60份, 若以频率作为概率, 在(1)问在被抽出的选择 A 题作答的答卷中, 记其中得优的份数为 X , 求 X 的分布列及其数学期望 $E(X)$.

20. 已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x) = \frac{b - 2^x}{2^x + a}$ 是奇函数.

(1) 求 a, b 的值.

(2) 证明 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上为减函数.

(3) 若对于任意 $t \in \mathbf{R}$, 不等式 $f(t^2 - 2t) + f(2t^2 - k) < 0$ 恒成立, 求 k 的范围.

21. 某厂有4台大型机器, 在一个月中, 一台机器至多出现1次故障, 且每台机器是否出现故障是相互独立的, 出现故障时需1名工人进行维修, 每台机器出现故障需要维修的概率为 $\frac{1}{3}$.

(1) 问该厂至少有多少名工人才能保证每台机器在任何时刻同时出现故障时能及时维修的概率不少于90%?

(2) 已知一名工人每月只有维修1台机器的能力, 每月需支付给每位工人1万元的工资, 每台机器不出现故障或出现故障及时维修, 就使该厂产生5万元的利润, 否则将不产生利润, 若该厂现有2名工人, 求该厂每月获利的均值.

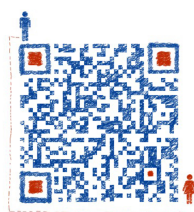
22. 已知函数 $f(x) = x - \frac{a}{x}$, $g(x) = 2 \ln(x + m)$.

(1) 当 $m = 0$ 时, 存在 $x_0 \in [\frac{1}{e}, e]$, (e 为自然对数的底数), 使 $x_0 f(x_0) \geq g(x_0)$, 求实数 a 的取值范围.

(2) 当 $a = m = 1$ 时,

① 求最大正整数 n , 使得对任意 $n + 1$ 个实数 $x_i (i = 1, 2, \dots, n + 1)$, 当 $x_i \in [e - 1, 2]$ (i 为自然数对数的底数) 时, 都有 $\sum_{i=1}^n f(x_i) < 2017g(x_{n+1})$ 成立.

② 设 $H(x) = xf(x) + g(x)$, 在 $H(x)$ 的图象上是否存在不同的两点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, ($x_1 > x_2 > -1$), 使得, $H(x_1) - H(x_2) = (x_1 - x_2)H'(\frac{x_1 + x_2}{2})$.



获取更多资料，扫码添加
康康小助手



了解更多高中资讯干货，
请扫码添加高中生公众号

• 备战期中，让进步看得见 •

198元

1对1点睛期中

- 1 转发此海报获取“期中复习宝典”，给期中助力！
- 2 如何获取：
①转发此海报到朋友圈并截图；
②添加小助手康康（xrsszhikang），将朋友圈截图发给康康，并回复“孩子年级+意向科目+邮箱地址”，《期中复习宝典》会奔赴您的邮箱！

扫码查看课程详情，备战期中有信心



语数外物化
核心考点都拿下

