2016年全国卷III文科高考真题数学试卷

选择

1. 设集合$A=\{0,2,4,6,8,10\}$，$B=\{4,8\}$，则$\complement_A B=$（　）．

A. $\{4,8\}$　　B. $\{0,2,6\}$　　C. $\{0,2,6,10\}$　　D. $\{0,2,4,6,8,10\}$

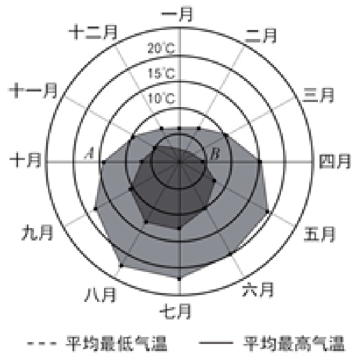
2. 若$z=4+3\mathrm{i}$，则$\dfrac{\overline{z}}{|z|}=$（　）．

A. 1　　B. -1　　C. $\dfrac{4}{5}+\dfrac{3}{5}\mathrm{i}$　　D. $\dfrac{4}{5}-\dfrac{3}{5}\mathrm{i}$

3. 已知向量$\overrightarrow{BA}=\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$，$\overrightarrow{BC}=\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2},\dfrac{1}{2}\right)$，则$\angle ABC=$（　）．

A. 30°　　B. 45°　　C. 60°　　D. 120°

4. 某旅游城市为向游客介绍本地的气温情况，绘制了一年中各月平均最高气温和平均最低气温的雷达图．图中A点表示十月的平均最高气温约为$15^\circ\mathrm{C}$，B点表示四月的平均最低气温约为$5^\circ\mathrm{C}$．下面叙述不正确的是（　）．



A. 各月的平均最低气温都在$0^\circ\mathrm{C}$以上　　B. 七月的平均温差比一月的平均温差大

C. 三月和十一月的平均最高气温基本相同　　D. 平均最高气温高于$20^\circ\mathrm{C}$的月份有5个

5. 小敏打开计算机时，忘记了开机密码的前两位，只记得第一位是M，I，N中的一个字母，第二位是1，2，3，4，5中的一个数字，则小敏输入一次密码能够成功开机的概率是（　）．

A. $\dfrac{8}{15}$　　B. $\dfrac{1}{8}$　　C. $\dfrac{1}{15}$　　D. $\dfrac{1}{30}$

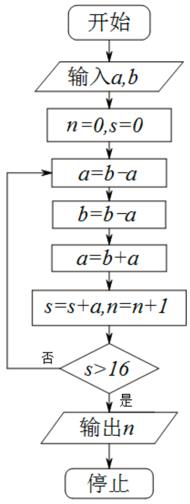
6. 若$\tan\theta=\dfrac{1}{3}$，则$\cos 2\theta=$（　）．

A. $-\dfrac{4}{5}$　　B. $-\dfrac{1}{5}$　　C. $\dfrac{1}{5}$　　D. $\dfrac{4}{5}$

7. 已知$a=2^{\frac{4}{3}}$，$b=3^{\frac{2}{3}}$，$c=25^{\frac{1}{3}}$则（　）．

A. $b<a<c$　　B. $a<b<c$　　C. $b<c<a$　　D. $c<a<b$

8. 执行右面的程序框图，如果输入的$a=4$，$b=6$，那么输出的$n=$（　）．

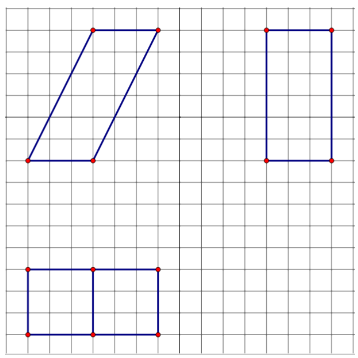


A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

9. 在$\triangle ABC$中，$B=\frac{\pi}{4}$，BC边上的高等于$\frac{1}{3}BC$，则$\sin A=$（　）．

A. $\frac{3}{10}$　　B. $\frac{\sqrt{10}}{10}$　　C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　D. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

10. 如图，网格纸上小正方形的边长为1，粗实线画出的是某多面体的三视图，则该多面体的表面积为（　）．



A. $18+36\sqrt{5}$　　B. $54+18\sqrt{5}$　　C. 90　　D. 81

11. 在封闭的直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$内有一个体积为V的球．若$AB\perp BC$，$AB=6$，$BC=8$，$AA_1=3$，则V的最大值是（　）．

A. 4π　　B. $\frac{9\pi}{2}$　　C. 6π　　D. $\frac{32\pi}{3}$

12. 已知O为坐标原点，F是椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的左焦点，$A$，$B$分别为$C$的左，右顶点．$P$为$C$上一点，且$PF\perp x$轴．过点$A$的直线$l$与线段$PF$交于点$M$，与$y$轴交于点$E$．若直线$BM$经过$OE$的中点，则$C$的离心率为（　）．

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{3}{4}$

填空

13. 若x，y满足约束条件$\begin{cases} x-y+1\geqslant 0 \\ x-2y\leqslant 0 \\ x+2y-2\leqslant 0 \end{cases}$，则$z=x+y$的最大值为______．

14. 函数$y=\sin x-\cos x$图像可由函数$y=\sqrt{2}\sin x$的图像至少向右平移______个单位长度得到．

15. 已知直线l：$x-\sqrt{3}y+6=0$与圆$x^2+y^2=12$交于A，B两点，过A，B分别作l的垂线与x轴交于C，D两点，则$|CD|=$______．

16. 已知$f(x)$为偶函数，当$x\leqslant 0$时，$f(x)=e^{-x-1}-x$，则曲线$y=f(x)$在点$(1,2)$处的切线方程式______．

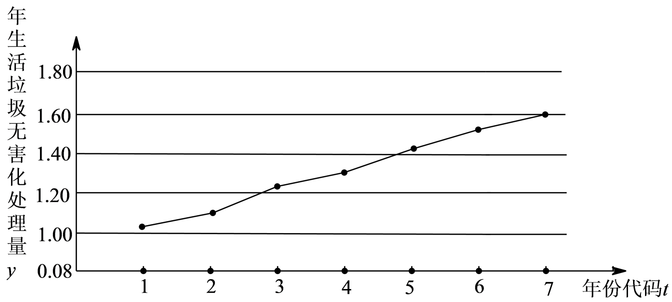
解答

17. 已知各项都为正数的数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$，$a_n^2-(2a_{n+1}-1)a_n-2a_{n+1}=0$．

（1）求a_2，a_3；

（2）求$\{a_n\}$的通项公式．

18. 下图是我国2008年至2014年生活垃圾无害化处理量（单位：亿吨）的折线图．



注：年份代码$1\sim 7$分别对应年份$2008\sim 2014$．

附注：

参考数据：$\sum\limits_{i=1}^{7}y_i=9.32$，$\sum\limits_{i=1}^{7}t_iy_i=40.17$，$\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{7}(y_i-\bar{y})^2}=0.55$，$\sqrt{7}\approx 2.646$．

参考公式：相关系数：$r=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(t_i-\bar{t})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(t_i-\bar{t})^2\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}$

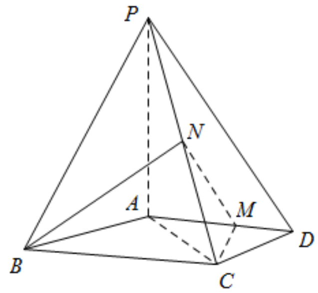
回归方程：$\hat{y}=\hat{a}+\hat{b}t$中斜率和截距最小二乘估计公式分别为：

$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(t_i-\bar{t})(y_i-\bar{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(t_i-\bar{t})^2}$，$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{t}$．

（1）由折线图看出，可用线性回归模型拟合y与t的关系，请用相关系数加以说明．

（2）建立y关于t的回归方程（系数精确到0.01），预测2016年我国生活垃圾无害化处理量．

19. 如图，四棱锥$P-ABCD$中，$PA\perp$底面$ABCD$，$AD//BC$，$AB=AD=AC=3$，$PA=BC=4$，M为线段AD上一点，$AM=2MD$，N为PC的中点．



（1）证明：$MN//$平面PAB；

（2）求四面体$N-BCM$的体积．

20. 已知抛物线$C:y^2=2x$的焦点为F，平行于x轴的两条直线l_1，l_2分别交C于A，B两点，交C的准线于P，Q两点．

（1）若F在线段AB上，R是PQ的中点，证明：$AR//FQ$；

（2）若$\triangle PQF$的面积是$\triangle ABF$的面积的两倍，求AB中点的轨迹方程．

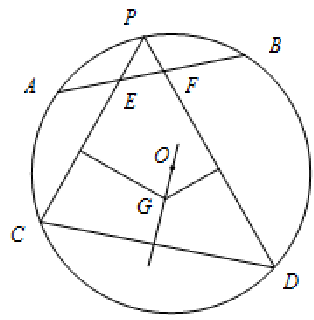
21. 设函数$f(x)=\ln x-x+1$．

（1）讨论$f(x)$的单调性．

（2）证明：当$x\in(1,+\infty)$时，$1<\dfrac{x-1}{\ln x}<x$．

（3）设$c>1$，证明：当$x\in(0,1)$时，$1+(c-1)x>c^x$．

22. 如图，$\odot O$中$\overset{\frown}{AB}$的中点为P，弦PC，PD分别交AB于E，F两点．



（1）若$\angle PFB=2\angle PCD$，求$\angle PCD$的大小；

（2）若EC的垂直平分线与FD的垂直平分线交于点G，证明$OG\perp CD$．

23. 在直角坐标系xOy中，曲线C_1的参数方程为$\begin{cases}x=\sqrt{3}\cos\alpha\\y=\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$为参数）．以坐标原点为极点，以$x$轴的正半轴为极轴，建立极坐标系，曲线$C_2$的极坐标方程为$\rho\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{4}\right)=2\sqrt{2}$．

（1）写出C_1的普通方程和C_2的直角坐标方程．

（2）设点P在C_1上，点Q在C_2上，求$|PQ|$的最小值及此时P的直角坐标．

24. 已知函数$f(x)=|2x-a|+a$

（1）当$a=2$时，求不等式$f(x)\leqslant 6$的解集；

（2）设函数$g(x)=|2x-1|$，当$x\in \mathbf{R}$时，$f(x)+g(x)\geqslant 3$，求a的取值范围．