

东城区 2017—2018 学年第二学期初三年级统一测试(二)

# 数学试卷

2018.5

学校 \_\_\_\_\_ 班级 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 考号 \_\_\_\_\_

- 考生须知**
1. 本试卷共 8 页, 共三道大题, 28 道小题, 满分 100 分, 考试时间 120 分钟.
  2. 在试卷和答题卡上准确填写学校、班级、姓名和考号.
  3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上, 在试卷上作答无效.
  4. 在答题卡上, 选择题、作图题用 2B 铅笔作答, 其他试题用黑色字迹签字笔作答.
  5. 考试结束, 将本试卷、答题卡一并交回.

## 一、选择题(本题共 16 分, 每小题 2 分)

下面各题均有四个选项, 其中只有一个是符合题意的.

1. 长江经济带覆盖上海、江苏、浙江、安徽、江西、湖北、湖南、重庆、四川、云南、贵州等 11 省市, 面积约 2 050 000 平方公里, 约占全国面积的 21%. 将 2 050 000 用科学记数法表示应为

- A. 205 万  
B.  $205 \times 10^4$   
C.  $2.05 \times 10^6$   
D.  $2.05 \times 10^7$

2. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 函数  $y=3x+1$  的图象经过

- A. 第一、二、三象限  
B. 第一、二、四象限  
C. 第一、三、四象限  
D. 第二、三、四象限

3. 在圆锥、圆柱、球、正方体这四个几何体中, 主视图不可能是多边形的是

- A. 圆锥  
B. 圆柱  
C. 球  
D. 正方体

4. 七年级 1 班甲、乙两个小组的 14 名同学身高(单位: 厘米)如下:

甲组	158	159	160	160	160	161	169
乙组	158	159	160	161	161	163	165

以下叙述错误的是

- A. 甲组同学身高的众数是 160  
B. 乙组同学身高的中位数是 161  
C. 甲组同学身高的平均数是 161  
D. 两组相比, 乙组同学身高的方差大

数学试卷 第 1 页(共 8 页)

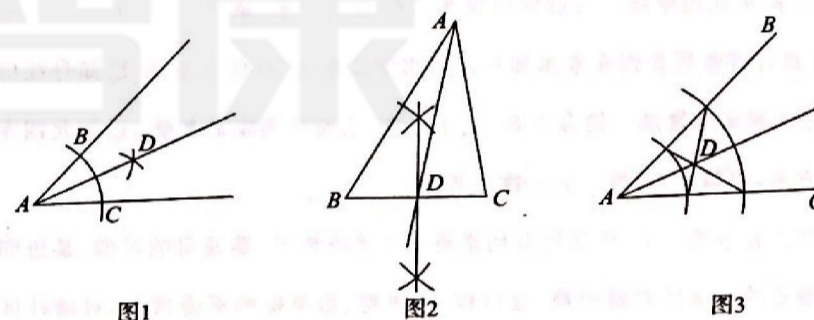
5. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 若点  $P(3,4)$  在  $\odot O$  内, 则  $\odot O$  的半径  $r$  的取值范围是

- A.  $0 < r < 3$   
B.  $r > 4$   
C.  $0 < r < 5$   
D.  $r > 5$

6. 如果  $3a^2+5a-1=0$ , 那么代数式  $5a(3a+2)-(3a+2)(3a-2)$  的值是

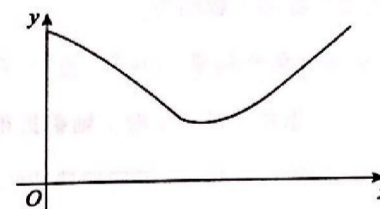
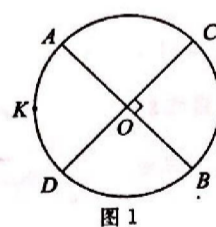
- A. 6  
B. 2  
C. -2  
D. -6

7. 在以下三个图形中, 根据尺规作图的痕迹, 能判断射线  $AD$  平分  $\angle BAC$  的是



- A. 图 2  
B. 图 1 与图 2  
C. 图 1 与图 3  
D. 图 2 与图 3

8. 有一圆形苗圃如图 1 所示, 中间有两条交叉过道  $AB, CD$ , 它们为苗圃  $\odot O$  的两条直径, 且  $AB \perp CD$ . 入口  $K$  位于  $\widehat{AD}$  中点, 园丁在苗圃圆周或两条交叉过道上匀速行进. 设该园丁行进的时间为  $x$ , 与入口  $K$  的距离为  $y$ , 表示  $y$  与  $x$  的函数关系的图象大致如图 2 所示, 则该园丁行进的路线可能是



- A.  $A \rightarrow O \rightarrow D$   
B.  $C \rightarrow A \rightarrow O \rightarrow B$   
C.  $D \rightarrow O \rightarrow C$   
D.  $O \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow C$

数学试卷 第 2 页(共 8 页)

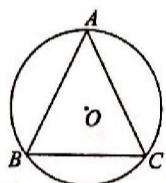


二、填空题(本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 若分式  $\frac{x}{x^2+2}$  的值为正, 则实数  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

10. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $P$  到  $x$  轴的距离为 1, 到  $y$  轴的距离为 2. 写出一个符合条件的点  $P$  的坐标\_\_\_\_\_.

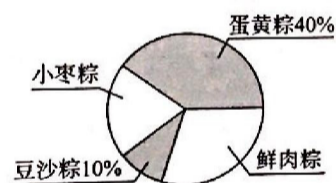
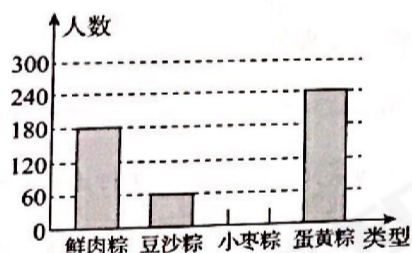
11. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB=AC, BC=8$ .  $\odot O$  是  $\triangle ABC$  的外接圆, 其半径为 5. 若点  $A$  在优弧  $BC$  上, 则  $\tan \angle ABC$  的值为\_\_\_\_\_.



12. 抛物线  $y=mx^2+2mx+1$  ( $m$  为非零常数) 的顶点坐标为\_\_\_\_\_.

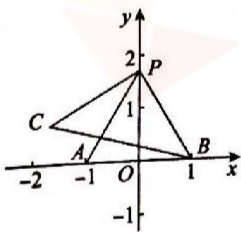
13. 自 2008 年 9 月南水北调中线京石段应急供水工程通水以来, 截至 2018 年 5 月 8 日 5 时 52 分, 北京市累计接收河北四库来水和丹江口水库来水达 50 亿立方米. 已知丹江口水库来水量比河北四库来水量的 2 倍多 1.82 亿立方米, 求河北四库来水量. 设河北四库来水量为  $x$  亿立方米, 依题意, 可列一元一次方程为\_\_\_\_\_.

14. 每年农历五月初五为端午节, 中国民间历来有端午节吃粽子、赛龙舟的习俗. 某班同学为了更好地了解某社区居民对鲜肉粽、豆沙粽、小枣粽、蛋黄粽的喜爱情况, 对该社区居民进行了随机抽样调查, 并将调查情况绘制成如下两幅统计图(尚不完整).



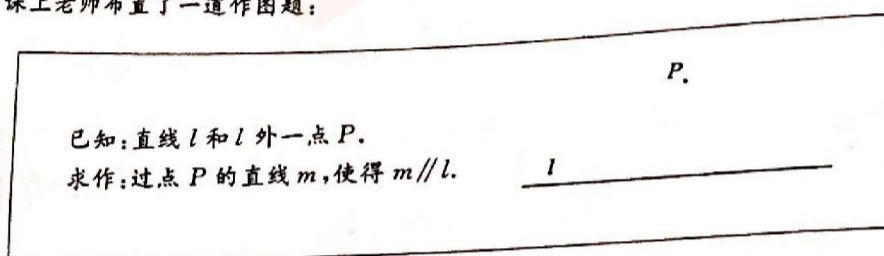
分析图中信息, 本次抽样调查中喜爱小枣粽的人数为\_\_\_\_\_; 若该社区有 10 000 人, 估计爱吃鲜肉粽的人数约为\_\_\_\_\_.

15. 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $A, P$  分别在  $x$  轴、 $y$  轴上,  $\angle APO=30^\circ$ . 先将线段  $PA$  沿  $y$  轴翻折得到线段  $PB$ , 再将线段  $PA$  绕点  $P$  顺时针旋转  $30^\circ$  得到线段  $PC$ , 连接  $BC$ . 若点  $A$  的坐标为  $(-1, 0)$ , 则线段  $BC$  的长为\_\_\_\_\_.



16. 阅读下列材料:

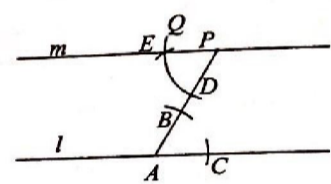
数学课上老师布置了一道作图题:



小东的作法如下:

作法: 如图,

- (1) 在直线  $l$  上任取点  $A$ , 连接  $PA$ ;
- (2) 以点  $A$  为圆心, 适当长为半径作弧, 分别交线段  $PA$  于点  $B$ , 直线  $l$  于点  $C$ ;
- (3) 以点  $P$  为圆心,  $AB$  长为半径作弧  $DQ$ , 交线段  $PA$  于点  $D$ ;
- (4) 以点  $D$  为圆心,  $BC$  长为半径作弧, 交弧  $DQ$  于点  $E$ , 作直线  $PE$ . 所以直线  $PE$  就是所求作的直线  $m$ .



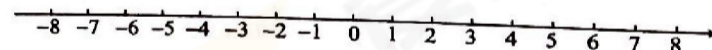
老师说:“小东的作法是正确的.”

请回答: 小东的作图依据是\_\_\_\_\_.

三、解答题(本题共 68 分, 第 17-24 题, 每小题 5 分, 第 25 题 6 分, 第 26-27 题, 每小题 7 分, 第 28 题 8 分)

17. 计算:  $|-3| - 2\sin 60^\circ + (-2)^3 + \sqrt{12}$ .

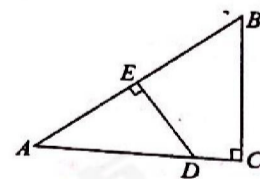
18. 解不等式  $1 - (2-x) > \frac{4}{3}(x-2)$ , 并把它的解集表示在数轴上.



19. 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ ,  $AB$  的垂直平分线交  $AC$  于点  $D$ , 交  $AB$  于点  $E$ .

(1) 求证:  $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ;

(2) 当  $AC=8, BC=6$  时, 求  $DE$  的长.

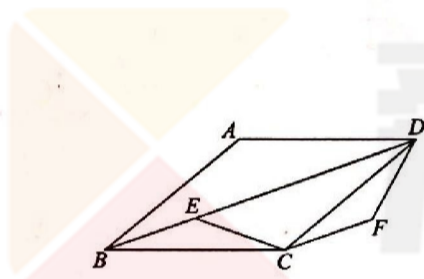


20. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $kx^2 - 6x + 1 = 0$  有两个不相等的实数根.

- (1) 求实数  $k$  的取值范围;
- (2) 写出满足条件的  $k$  的最大整数值, 并求此时方程的根.

21. 如图, 在菱形  $ABCD$  中,  $\angle BAD = \alpha$ , 点  $E$  在对角线  $BD$  上. 将线段  $CE$  绕点  $C$  顺时针旋转  $\alpha$ , 得到  $CF$ , 连接  $DF$ .

- (1) 求证:  $BE = DF$ ;
- (2) 连接  $AC$ , 若  $EB = EC$ , 求证:  $AC \perp CF$ .

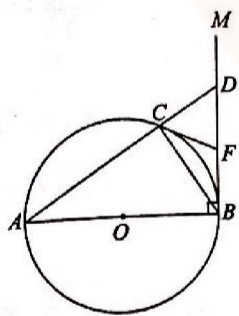


22. 已知函数  $y = \frac{1}{x}$  的图象与函数  $y = kx (k \neq 0)$  的图象交于点  $P(m, n)$ .

- (1) 若  $m = 2n$ , 求  $k$  的值和点  $P$  的坐标;
- (2) 当  $|m| \leq |n|$  时, 结合函数图象, 直接写出实数  $k$  的取值范围.

23. 如图,  $AB$  为  $\odot O$  的直径, 直线  $BM \perp AB$  于点  $B$ . 点  $C$  在  $\odot O$  上, 分别连接  $BC, AC$ , 且  $AC$  的延长线交  $BM$  于点  $D$ .  $CF$  为  $\odot O$  的切线交  $BM$  于点  $F$ .

- (1) 求证:  $CF = DF$ ;
- (2) 连接  $OF$ . 若  $AB = 10, BC = 6$ , 求线段  $OF$  的长.



数学试卷 第5页(共8页)

24. 十八大报告首次提出建设生态文明、建设美丽中国. 十九大报告再次明确, 到 2035 年美丽中国目标基本实现. 森林是人类生存发展的重要生态保障, 提高森林的数量和质量对生态文明建设非常关键. 截止到 2013 年, 我国已经进行了八次森林资源清查, 其中全国及北京的森林面积和森林覆盖率情况如下:

表 1 全国森林面积和森林覆盖率

清查次数	一 (1976年)	二 (1981年)	三 (1988年)	四 (1993年)	五 (1998年)	六 (2003年)	七 (2008年)	八 (2013年)
森林面积 (万公顷)	12200	11500	12500	13400	15894.09	17490.92	19545.22	20768.73
森林覆盖率	12.7%	12%	12.98%	13.92%	16.55%	18.21%	20.36%	21.63%

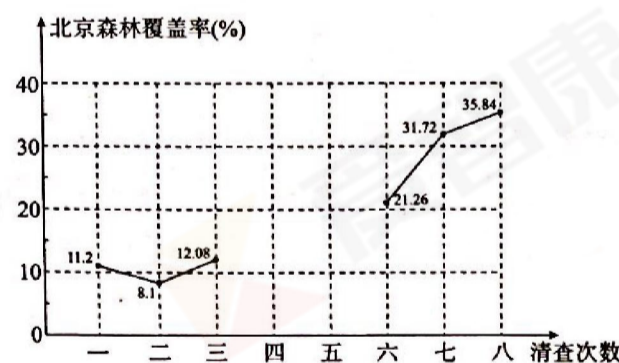
表 2 北京森林面积和森林覆盖率

清查次数	一 (1976年)	二 (1981年)	三 (1988年)	四 (1993年)	五 (1998年)	六 (2003年)	七 (2008年)	八 (2013年)
森林面积 (万公顷)					33.74	37.88	52.05	58.81
森林覆盖率	11.2%	8.1%	12.08%	14.99%	18.93%	21.26%	31.72%	35.84%

(以上数据来源于中国林业网)

请根据以上信息解答下列问题:

- (1) 从第 \_\_\_\_\_ 次清查开始, 北京的森林覆盖率超过全国的森林覆盖率;
- (2) 补全以下北京森林覆盖率折线统计图, 并在图中标明相应数据;



- (3) 第八次清查的全国森林面积 20768.73(万公顷)记为  $a$ , 全国森林覆盖率 21.63% 记为  $b$ . 到 2018 年第九次森林资源清查时, 如果全国森林覆盖率达到 27.15%, 那么全国森林面积可以达到 \_\_\_\_\_ 万公顷(用含  $a$  和  $b$  的式子表示).

数学试卷 第6页(共8页)



25. 小强的妈妈想在自家的院子里用竹篱笆围一个面积为4平方米的矩形小花园, 妈妈问九年的小强至少需要几米长的竹篱笆(不考虑接缝).

小强根据他学习函数的经验做了如下的探究, 下面是小强的探究过程, 请补充完整:

建立函数模型:

设矩形小花园的一边长为  $x$  米, 篱笆长为  $y$  米. 则  $y$  关于  $x$  的函数表达式为 \_\_\_\_\_;

列表(相关数据保留一位小数):

根据函数的表达式, 得到了  $x$  与  $y$  的几组值, 如下表:

$x$	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5
$y$	17	10	8.3		8.2	8.7	9.3		10.8	11.6

描点、画函数图象:

如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 描出了以上表中各对对应值为坐标的点, 根据描出的点画出该函数的图象;

观察分析, 得出结论:

根据以上信息可得, 当  $x =$  \_\_\_\_\_ 时,  $y$  有最小值.

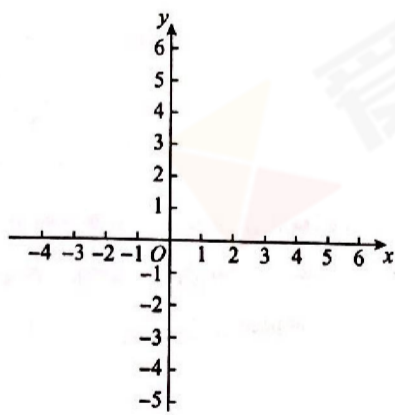
由此, 小强确定篱笆长至少为 \_\_\_\_\_ 米.

26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 抛物线  $y = ax^2 + bx - 3$  ( $a \neq 0$ ) 经过点  $A(-1, 0)$  和点  $B(4, 5)$ .

(1) 求该抛物线的表达式;

(2) 求直线  $AB$  关于  $x$  轴的对称直线的表达式;

(3) 点  $P$  是  $x$  轴上的动点, 过点  $P$  作垂直于  $x$  轴的直线  $l$ , 直线  $l$  与该抛物线交于点  $M$ , 与直线  $AB$  交于点  $N$ . 当  $PM < PN$  时, 求点  $P$  的横坐标  $x_p$  的取值范围.



数学试卷 第7页(共8页)

27. 如图所示, 点  $P$  位于等边  $\triangle ABC$  的内部, 且  $\angle ACP = \angle CBP$ .

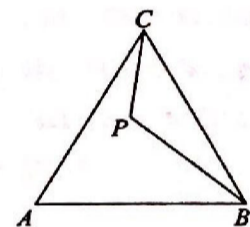
(1)  $\angle BPC$  的度数为 \_\_\_\_\_;

(2) 延长  $BP$  至点  $D$ , 使得  $PD = PC$ , 连接  $AD, CD$ .

① 依题意, 补全图形;

② 证明:  $AD + CD = BD$ ;

(3) 在(2)的条件下, 若  $BD$  的长为 2, 求四边形  $ABCD$  的面积.



28. 研究发现, 抛物线  $y = \frac{1}{4}x^2$  上的点到点  $F(0, 1)$  的距离与到直线  $l: y = -1$  的距离相等.

如图 1 所示, 若点  $P$  是抛物线  $y = \frac{1}{4}x^2$  上任意一点,  $PH \perp l$  于点  $H$ , 则  $PF = PH$ .

基于上述发现, 对于平面直角坐标系  $xOy$  中的点  $M$ , 记点  $M$  到点  $P$  的距离与点  $P$  到点  $F$  的距离之和的最小值为  $d$ , 称  $d$  为点  $M$  关于抛物线  $y = \frac{1}{4}x^2$  的关联距离; 当  $2 \leq d \leq 4$  时,

称点  $M$  为抛物线  $y = \frac{1}{4}x^2$  的关联点.

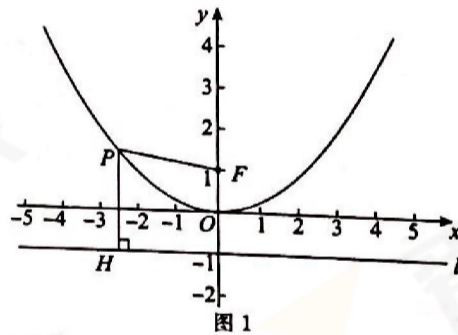


图 1

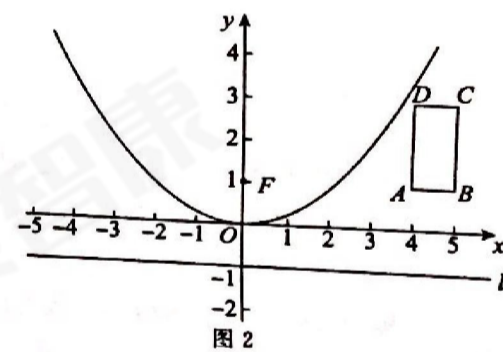


图 2

(1) 在点  $M_1(2, 0), M_2(1, 2), M_3(4, 5), M_4(0, -4)$  中, 抛物线  $y = \frac{1}{4}x^2$  的关联点是 \_\_\_\_\_.

(2) 如图 2, 在矩形  $ABCD$  中, 点  $A(t, 1)$ , 点  $C(t+1, 3)$ .

① 若  $t=4$ , 点  $M$  在矩形  $ABCD$  上, 求点  $M$  关于抛物线  $y = \frac{1}{4}x^2$  的关联距离  $d$  的取值范围;

② 若矩形  $ABCD$  上的所有点都是抛物线  $y = \frac{1}{4}x^2$  的关联点, 则  $t$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

数学试卷 第8页(共8页)

