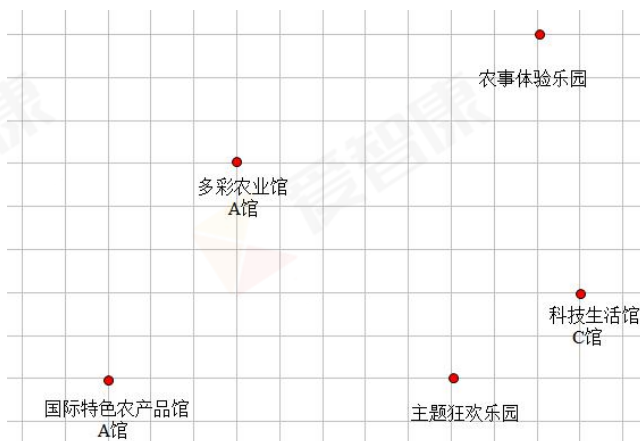


直线 a 相交, 若 $\angle 1=30^\circ$, 则 $\angle ABC$ 的度数为 ()

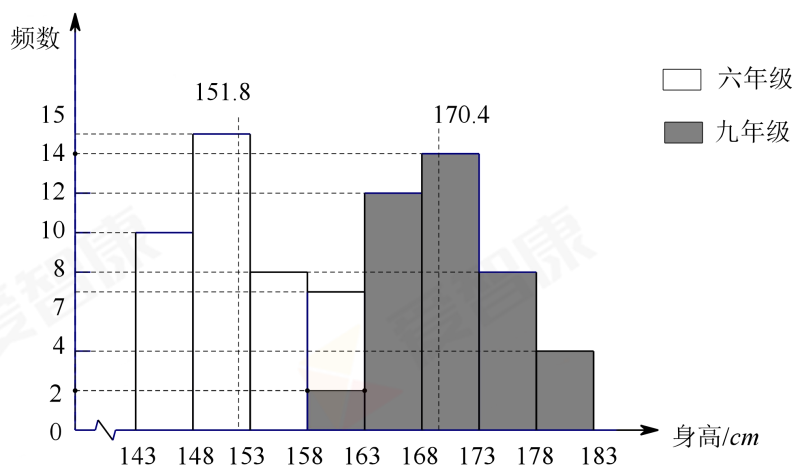
- A. 30° B. 60°
C. 120° D. 150°

5. 第六届北京农业嘉年华在昌平区兴寿镇草莓博览园举办, 某校数学兴趣小组的同学根据数学知识将草莓博览园的游览线路进行了精简. 如图, 分别以正东、正北方向为 x 轴、 y 轴建立平面直角坐标系, 如果表示国际特色农产品馆的坐标为 $(-5, 0)$, 表示科技生活馆的点的坐标为 $(6, 2)$, 则表示多彩农业馆所在的点的坐标为 ()



- A. $(3, 5)$ B. $(5, -4)$ (第5题)
C. $(-2, 5)$ D. $(-3, 3)$

6. 某九年一贯制学校在六年级和九年级的男生中分别随机抽取 40 名学生测量他们的身高, 将数据分组整理后, 绘制的频数分布直方图如下: 其中两条纵向虚线上端的数值分别是每个年级抽出的 40 名男生身高的平均数, 根据统计图提供的信息, 下列结论不合理的是 ()

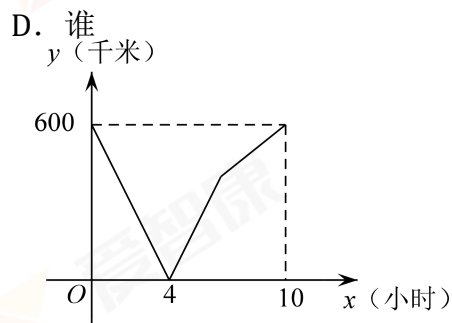


- (第6题)
- A. 六年级 40 名男生身高的中位数在第 153~158cm 组
B. 可以估计该校九年级男生的平均身高比六年级的平均身高高出 18.6cm
C. 九年级 40 名男生身高的中位数在第 168~173cm 组
D. 可以估计该校九年级身高不低于 158cm 但低于 163cm 的男生所占的比例大约是 5%



7. 某校九年级(1)班在“迎中考百日誓师”活动中打算制做一个带有正方体挂坠的倒计时牌挂在班级, 正方体的每个面上分别书写“成功舍我其谁”六个字. 如图是该班同学设计的正方体挂坠的平面展开图, 那么“我”字对面的字是()

- A. 舍 B. 我 C. 其



题)

8. 一辆慢车从甲地匀速行驶至乙地, 一辆快车同时从乙地出发匀速行驶至甲地. 两车之间的距离 y (千米) 与行驶时间 x (小时) 的对应关系如图所示, 下列叙述正确的是()

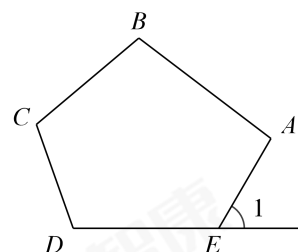
- A. 甲乙两地相距 1200 千米
B. 快车的速度是 80 千米 / 小时
C. 慢车的速度是 60 千米 / 小时
D. 快车到达甲地时, 慢车距离乙地 100 千米

二、填空题(共 8 道小题, 每小题 2 分, 共 16 分)

9. 写出一个满足 $\sqrt{3} < a < \sqrt{17}$ 的整数 a 的值为_____.

10. 如图, $\angle 1$ 是五边形 $ABCDE$ 的一个外角. 若 $\angle 1 = 60^\circ$,

则 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D$ 的度数为_____.

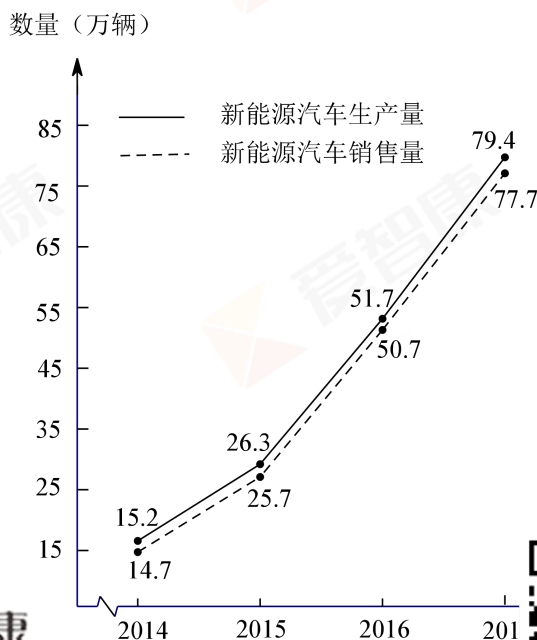


(第 10 题)

11. 如果 $a^2 + a - 3 = 0$, 那么代数式

$(a + \frac{2a+1}{a}) \cdot \frac{a^2}{a+1}$ 的值是_____.

12. 近年来, 随着新能源汽车推广力度加大, 产业快速发展, 越来越多的消费者开始接受并购买新能源汽车, 我国新能源汽车的生产量和销售量都大幅增长, 下图是



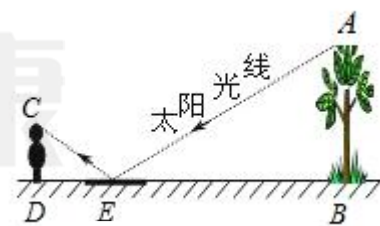
2014-2017年新能源汽车生产和销售的情况:

根据统计图中提供的信息, 预估全国2018年新能源汽车销售量约为_____万量, 你的预估理由是_____.

13. 《孙子算经》是中国古代重要的数学著作, 共三卷. 卷上叙述了算筹记数的纵横相间制度和筹算乘除法,

卷中举例说明筹算分数算法和筹算开平方法, 卷下对后世的影响最深, 其中卷下记载这样一道经典的问题: “今有雉兔同笼, 上有三十五头, 下有九十四足, 问雉兔各几何?” 意思是: “鸡和兔关在一个笼子里, 从上面看, 有35个头; 从下面看, 有94条脚. 问笼中各有多少只鸡和多少只兔?”, 设有鸡 x 只, 兔子 y 只, 可列方程组为_____.

14. 为了测量校园水平地面上不可攀爬的树的高度, 小文同学做了如下的探索: 根据物理学中光的反射定律, 利用一面镜子和一根皮尺, 设计如下图所示的测量方案:

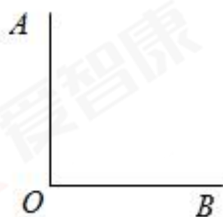


(第14题)

把一面很小的镜子放在合适的位置, 刚好能在镜子里看到树梢顶点, 此时小文与平面镜的水平距离为2.0米, 树的底部与平面镜的水平距离为8.0米, 若小文的眼睛与地面的距离为1.6米, 则树的高度约为_____米 (注: 反射角等于入射角).

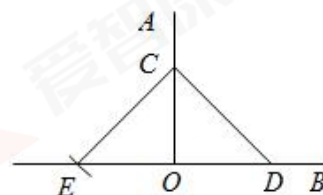
15. “直角”在初中几何学习中无处不在.

课堂上李老师提出一个问题: 如图, 已知 $\angle AOB$. 判断 $\angle AOB$ 是否为直角 (仅用直尺和圆规).



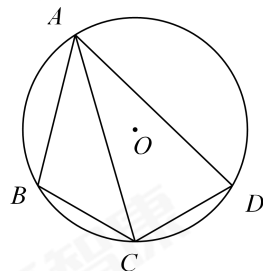
小丽的方法

如图, 在 OA 、 OB 上分别取点 C 、 D , 以点 C 为圆心, CD 长为半径画弧, 交 OB 的反向延长线于点 E . 若 $OE=OD$, 则 $\angle AOB=90^\circ$.



李老师说小丽的作法正确, 请你写出她作图的依据: _____.

16. 如图, 在圆 O 的内接四边形 $ABCD$ 中, $AB=3$, $AD=5$, $\angle BAD=60^\circ$, 点 C 为弧 BD 的中点, 则 AC 的长是_____.



(第16题)

三、解答题 (本题共 12 道小题, 共 68 分, 第 17-22 题每小题 5 分, 第 23-26 每小题 6 分, 第 27 题、第 28 题每小题各 7 分)

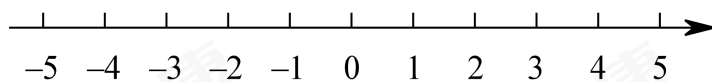
17. 计算: $6\sin 45^\circ - \sqrt{18} + |2 - \sqrt{3}| + (2\sqrt{2} - 3)^0$.

18. 本题给出解不等式组 $\begin{cases} -2x < 4 & \text{①} \\ 5x \leq 4x + 3 & \text{②} \end{cases}$ 的过程, 请结合题意填空, 完成本题的解答.

(1) 解不等式①, 得_____;

(2) 解不等式②, 得_____;

(3) 把不等式①和②的解集在数轴上表示出来:



(4) 此不等式组的解集为_____.

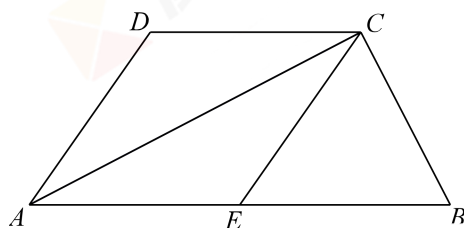
19. 解方程: $\frac{x}{x-3} - \frac{3}{x^2-9} = 1$

20. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (n+3)x + 3n = 0$.

(1) 求证: 此方程总有两个实数根;

(2) 若此方程有两个不相等的整数根, 请选择一个合适的 n 值, 写出这个方程并求出此时方程的根.

21. 如图, 已知 $\triangle ACB$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, CE 是 $\triangle ACB$ 的中线, 分别过点 A 、点 C 作 CE 和 AB 的平行线, 交于点 D .

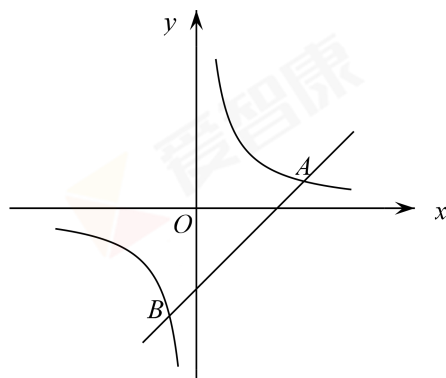


(第21题)



- (1) 求证: 四边形 $ADCE$ 是菱形;
 (2) 若 $CE=4$, 且 $\angle DAE=60^\circ$, 求 $\triangle ACB$ 的面积.

22. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y=ax+b$ ($a \neq 0$) 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象交于点 $A(4, 1)$ 和 $B(-1, n)$.



- (1) 求 n 的值和直线 $y=ax+b$ 的表达式;
 (2) 根据这两个函数的图象, 直接写出不等式

$$ax+b-\frac{k}{x} < 0 \text{ 的解集.}$$

(第 22 题)

23. 某学校八、九两个年级各有学生 180 人, 为了解这两个年级学生的体质健康情况, 进行了抽样调查, 过程如下, 请补充完整.

收集数据

从八、九两个年级各随机抽取 20 名学生, 进行了体质健康测试, 测试成绩 (百分制) 如下:

八年级	78	86	74	81	75	76	87	70	75	90
	75	79	81	70	74	80	86	69	83	77
九年级	93	73	88	81	72	81	94	83	77	83
	80	81	70	81	73	78	82	80	70	40

整理、描述数据

按如下分数段整理、描述这两组样本数据:

成绩 x	40≤x≤49	50≤x≤59	60≤x≤69	70≤x≤79	80≤x≤89	90≤x≤100
人 数 部 门						
八年级	0	0	1	11		1
九年级	1	0	0	7		

(说明: 成绩 80 分及以上为体质健康优秀, 70~79 分为体质健康良好, 60~69 分为体质健康合格, 60 分以下为体质健康不合格)

分析数据

两组样本数据的平均数、中位数、众数、方差如下表所示:



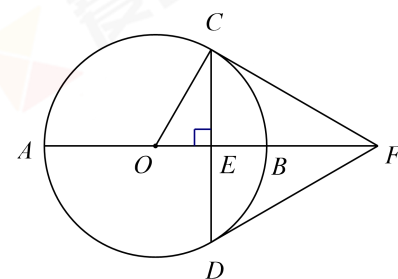
年级	平均数	中位数	众数	方差
八年级	78.3	77.5	75	33.6
九年级	78	80.5		52.1

请将以上两个表格补充完整;

得出结论

- (1) 估计九年级体质健康优秀的学生人数为_____;
- (2) 可以推断出_____年级学生的体质健康情况更好一些, 理由为_____。(至少从两个不同的角度说明推断的合理性).

24. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$ 于点 E , 过点 C 的切线交 AB 的延长线于点 F , 连接 DF .



- (1) 求证: DF 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 连接 BC , 若 $\angle BCF = 30^\circ$, $BF = 2$, 求 CD 的长.

(第 24 题)

25. 有这样一个问题: 探究函数 $y = \frac{1}{6}x^3 - 2x$ 的图象与性质. 小彤根据学习函数的

的经验, 对函数 $y = \frac{1}{6}x^3 - 2x$ 的图象与性质进行了探究. 下面是小彤探究的过程,

请补充完整:

x	...	-4	-3.5	-3	-2	-1	0	1	2	3	3.5	4	...
y	...	$-\frac{8}{3}$	$-\frac{7}{48}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{8}{3}$	$\frac{11}{6}$	0	$-\frac{11}{6}$	$-\frac{8}{3}$	m	$\frac{7}{48}$	$\frac{8}{3}$...

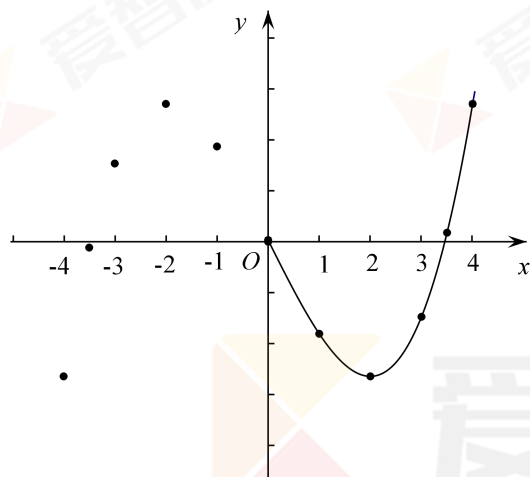
- (1) 求 m 的值为_____;
- (2) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 描出了以上表中各对对应值为坐标的点, 根据描出的点, 画出了图象的一部分, 请根据剩余的点补全此函数的图象;
- (3) 方程 $\frac{1}{6}x^3 - 2x = -2$ 实数根的个数为_____;



(4) 观察图象, 写出该函数的一条性质 _____;

(5) 在第(2)问的平面直角坐标系中画出直线 $y = \frac{1}{2}x$, 根据图象写出方程

$\frac{1}{6}x^3 - 2x = \frac{1}{2}x$ 的一个正数根约为 _____ (精确到 0.1).



26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 - 2ax - 3a$ ($a \neq 0$), 与 x 轴交于 A 、 B 两点(点 A 在点 B 的左侧).

(1) 求点 A 和点 B 的坐标;

(2) 若点 $P(m, n)$ 是抛物线上的一点, 过点 P 作 x 轴的垂线, 垂足为点 D .

①在 $a > 0$ 的条件下, 当 $-2 \leq m \leq 2$ 时, n 的取值范围是 $-4 \leq n \leq 5$, 求抛物线的表达式;

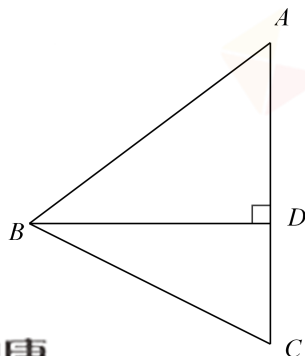
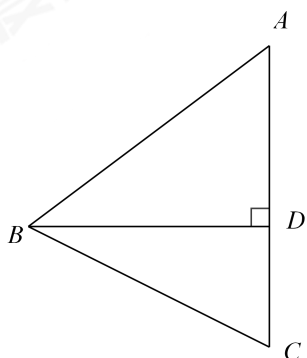
②若 D 点坐标 $(4, 0)$, 当 $PD > AD$ 时, 求 a 的取值范围.

27. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC > BC$, BD 是 AC 边上的高, 点 C 关于直线 BD 的对称点为点 E , 连接 BE .

(1) ①依题意补全图形;

②若 $\angle BAC = \alpha$, 求 $\angle DBE$ 的大小 (用含 α 的式子表示);

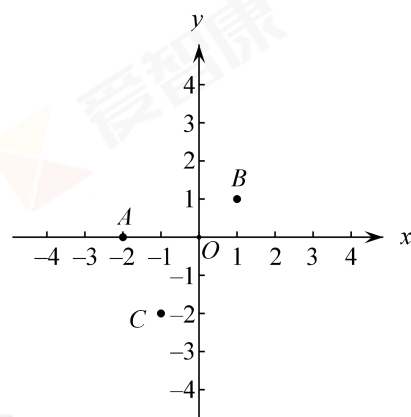
(2) 若 $DE = 2AE$, 点 F 是 BE 中点, 连接 AF , $BD = 4$, 求 AF 的长.



(备用图)

28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于任意三点 A 、 B 、 C 我们给出如下定义: “横长” a : 三点中横坐标的最大值与最小值的差, “纵长” b : 三点中纵坐标的最大值与最小值的差, 若三点的横长与纵长相等, 我们称这三点为正方点.

例如: 点 $A(-2, 0)$, 点 $B(1, 1)$, 点 $C(-1, -2)$, 则 A 、 B 、 C 三点的 “横长” $a = |1 - (-2)| = 3$, A 、 B 、 C 三点的 “纵长” $b = |1 - (-2)| = 3$. 因为 $a = b$, 所以 A 、 B 、 C 三点



为正方点.

(1) 在点 $R(3, 5)$, $S(3, -2)$, $T(-4, -3)$ 中, 与点 A 、 B 为正方点的是_____;

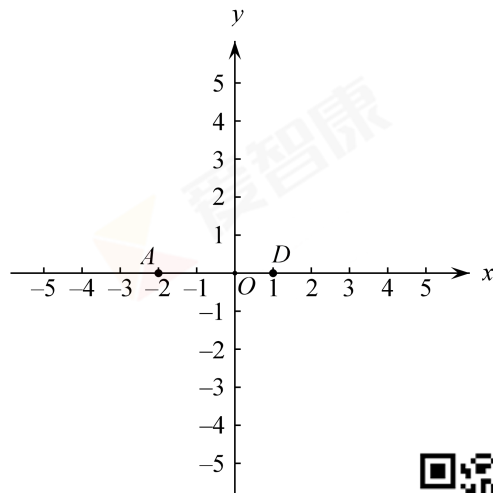
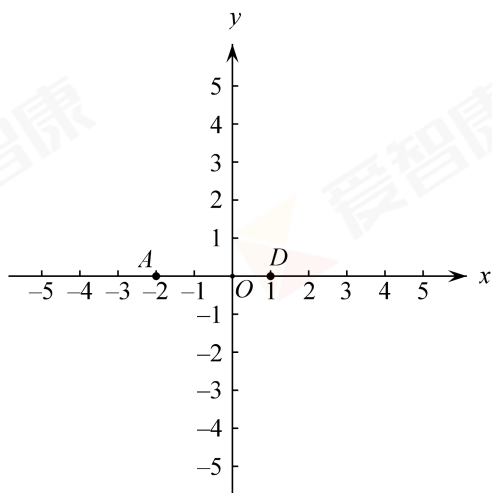
(2) 点 $P(0, t)$ 为 y 轴上一动点, 若 A , B , P 三点为正方点, t 的值为_____;

(3) 已知点 $D(1, 0)$.

① 平面直角坐标系中的点 E 满足以下条件: 点 A , D , E 三点为正方点, 在图中画出所有符合条件的点 E 组成的图形;

② 若直线 $l: y = \frac{1}{2}x + m$ 上存在点 N , 使得 A , D , N 三点为正方点, 直

接写出 m 的取值范围.



(备用图)

昌平区 2017-2018 学年度第二学期初三年级第二次模拟测试

数学参考答案及评分标准 2018.6

一、选择题 (共 8 道小题, 每小题 2 分, 共 16 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	A	D	B	C	A	D	C

二、填空题 (共 8 道小题, 每小题 2 分, 共 16 分)

题号	9	10	11	12	13	14	15	16
答案	答案不唯一: 2、3、4	420°	3	答案不唯一 (只要理由合理均可给分)	$\begin{cases} x+y=35 \\ 2x+4y=94 \end{cases}$	6.4	等腰三角形的三线合一	$\frac{8\sqrt{3}}{3}$

三、解答题 (共 12 道题, 17—22 每题 5 分, 23—26 每题 6 分, 27、28 每题 7 分, 共 68 分)

17. 解: $6\sin 45^\circ - \sqrt{18} + |2 - \sqrt{3}| + (2\sqrt{2} - 3)^0$

$= 3\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 2 - \sqrt{3} + 1 \dots\dots\dots 4$

分

$= 3 - \sqrt{3} \dots\dots\dots$

5 分

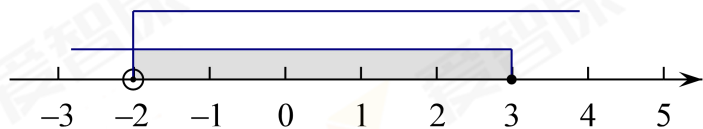
18. 解: $\begin{cases} -2x < 4 & \text{①} \\ 5x \leq 4x + 3 & \text{②} \end{cases}$

解不等式①, 得 $x > -2 \dots\dots\dots 1$ 分

解 不 等 式 ②, 得

$x \leq 3 \dots\dots\dots 2$ 分





∴ 原不等式组的解集为 $-2 < x \leq 3$ 5分 $\frac{1}{4}$

19. 解: $\frac{x}{x-3} - \frac{3}{x^2-9} = 1$

去分母得: $x(x+3) - 3 = x^2 - 9$ 1分

分

解得: $x = -2$ 3分

检 验 : 把 $x = -2$ 代 入

$x^2 - 9 = -5 \neq 0$ 4分

所以: 方程的解为 $x = -2$ 5分

20. (1) 解: ∵ $\Delta = (n+3)^2 - 12m$

$= (n-3)^2$ 1分

∵ $(n-3)^2 \geq 0$

∴ 方程有两个实数根 2分

(2) 答案不唯一

例如: ∵ 方程有两个不相等的实根

∴ $n \neq 3$

$n = 0$ 时, 方程化为 $x^2 - 3x = 0$ 3分

因式分解为: $x(x-3) = 0$

∴ $x_1 = 0$,

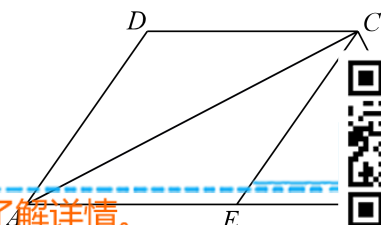
$x_2 = 3$ 5分

21. (1) 证明: ∵ $AD \parallel CE$, $CD \parallel AE$

∴ 四边形 $AECD$ 为平行四边形 1分

∵ $\angle ACB = 90^\circ$, CE 是 $\triangle ACB$ 的中线

∴ $CE = AE$ 2分



∴ 四边形 $ADCE$ 是菱形

(2) 解: ∵ $CE=4$, $AE=CE=EB$

∴ $AB=8$, $AE=4$

∵ 四边形 $ADCE$ 是菱形, $\angle DAE=60^\circ$

∴ $\angle CAE=30^\circ$ 3 分

∵ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle CAB=30^\circ$, $AB=8$

$$\cos \angle CAB = \frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad CB = \frac{1}{2} AB = 4$$

∴ $AC = 4\sqrt{3}$ 4 分

∴ $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = 8\sqrt{3}$ 5 分



22. 解: (1) 把点 $A(4, 1)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$, 解得 $k=4$.

把点 $B(-1, n)$ 代入 $y = \frac{4}{x}$, 解得 $n=-4$ 1 分

点 $A(4, 1)$ 和 $B(-1, -4)$ 代入 $y = ax+b$ ($a \neq 0$) 得

$$\begin{cases} 4k+b=1 \\ -k+b=-4 \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} k=1 \\ b=-3 \end{cases}$

∴ 一次函数的表达式为

$y = x - 3$ 3 分

(2) $x < -1$ 或 $0 < x < 4$ 5 分

23. 解:

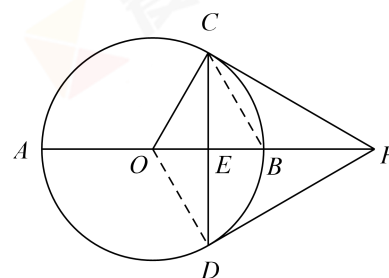


成绩 x	$40 \leq x \leq 49$	$50 \leq x \leq 59$	$60 \leq x \leq 69$	$70 \leq x \leq 79$	$80 \leq x \leq 89$	$90 \leq x \leq 100$
人数						
部门						
八年级	0	0	1	11	7	1
九年级	1	0	0	7	10	2

(1) 分析数据

两组样本数据的平均数、中位数、众数、方差如下表所示:

年级	平均数	中位数	众数	方差
----	-----	-----	----	----



八年级	78.3	77.5	75	33.6
九年级	78	80.5	81	52.1

.....2分

(2)

108;

.....3分

(3) 答案不唯一, 理由需支撑推断结论.....6分

24 (1) 证明: 连接 OD

$\because CF$ 是 $\odot O$ 的切线

$\therefore \angle OCF = 90^\circ$ 1分

$\therefore \angle OCD + \angle DCF = 90^\circ$

\because 直径 $AB \perp$ 弦 CD 错误! 未定义书签。

$\therefore CE = ED$, 即 OF 为 CD 的垂直平分线

$\therefore CF = DF$

$\therefore \angle CDF = \angle DCF$2分

$\because OC = OD$,

$\therefore \angle CDO = \angle OCD$



$\therefore \angle CDO + \angle CDB = \angle OCD + \angle DCF = 90^\circ$

$\therefore OD \perp DF$

$\therefore DF$ 是 $\odot O$ 的切线.....3 分

(2) 解: 连接 OD

$\therefore \angle OCF = 90^\circ, \angle BCF = 30^\circ$

$\therefore \angle OCB = 60^\circ$

$\therefore OC = OB$

$\therefore \triangle OCB$ 为等边三角形,

$\therefore \angle COB = 60^\circ$ 4 分

$\therefore \angle CFO = 30^\circ$

$\therefore FO = 2OC = 2OB$

$\therefore FB = OB = OC = 2$5 分

在直角三角形 OCE 中, $\angle CEO = 90^\circ, \angle COE = 60^\circ$

$\sin \angle COE = \frac{CE}{OC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore CF = \sqrt{3}$

\therefore $CD = 2$

$CF = 2\sqrt{3}$ 6 分

25. 解:

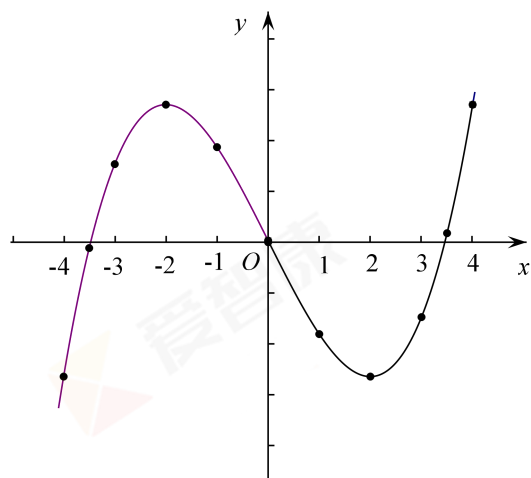
(1) $-\frac{3}{2}$ 1 分

(2) 如图所示.....2 分

(3) 3 个.....3 分

(4) 图象关于原点中心对称, $x > 2$ 时, y 随 x 的增大而增大等 (答案不唯一)4 分

(5) 3.87.....6 分



26. 解: (1) 把 $y = 0$ 代入二次函数得: $a(x^2 - 2x - 3) = 0$ 即 $a(x - 3)(x + 1) = 0$

$\therefore x_1 = 3, x_2 = -1$

\therefore 点 A 在点 B 的左侧,

$\therefore A(-1, 0), B(3, 0)$ 2 分



(2) ①抛物线的对称轴为直线: $x = -\frac{-2a}{a} = 1$;

由题意二次函数的顶点为(1, -4),3分

代入解析式, 可得 $a = 1$

抛物线的解析式为 $y = x^2 - 2x - 3$ 4分

② ∵ D 点坐标 (4, 0), $PD \perp x$ 轴

∴ 点 P 的横坐标为 4, 代入 $y = ax^2 - 2ax - 3a$ 得 $y = 5a$ 5分

∵ D 点坐标 (4, 0), A 点坐标 (-1, 0)

∴ $AD = 5$

∵ $PD > AD$

∴ $a > 1$ 6分

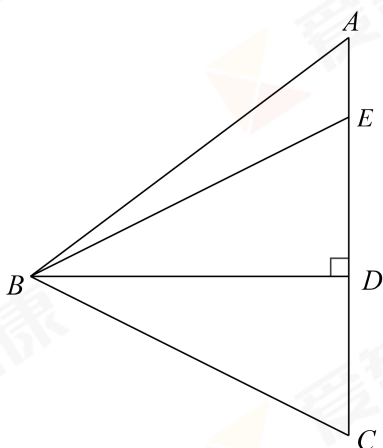
27. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC > BC$, BD 是 AC 边上的高, 点 C 关于直线 BD 的对称点为点 E , 连接 BE .

(1) ①补全图形;

②若 $\angle BAC = \alpha$, 求 $\angle DBE$ 的大小 (用含 α 的式子表示);

(2) 若 $DE = 2AE$, 点 F 是 BE 中点, 连接 AF , $BD = 4$, 求 AF 的长.

(1) 解: ①如图. 1分



② ∵ $AB = AC$, $\angle BAC = \alpha$,

∴ $\angle ABC = \angle ACB = 90^\circ - \frac{1}{2}\alpha$.



∵点C关于直线BD的对称点为点E, BD是AC边上的高.

∴ $BD \perp CE$, $CD=DE$.

∴ $BE=BC$.

∴ $\angle BEC = \angle ACB = 90^\circ - \frac{1}{2}\alpha$ 2分

∴ $\angle DBE = \frac{1}{2}\alpha$ 3分

(2) 解: 作 $FG \perp AC$ 于 G ,

∵ $BD \perp CE$, ∴ $FG \parallel BD$

∵ 点F是BE中点, ∴ $EG=DG$. ∴ $FG = \frac{1}{2}BD$ 4分

∵ $DE=2AE$, ∴ $AE=EG=DG$ 5分

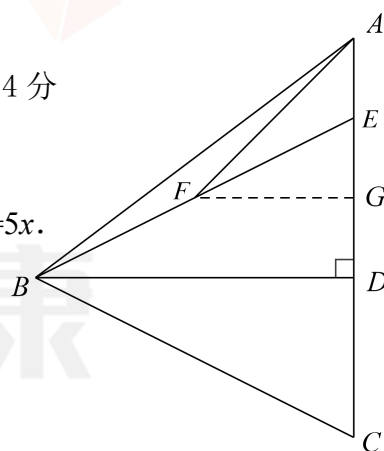
设 $AE=EG=DG=x$, 则 $CD=DE=2x$, $AC=5x$, ∴ $AB=AC=5x$.

∴ $BD=4x$. ∵ $BD=4$, ∴ $x=1$ 6分

∴ $AG=2$.

∴ $FG = \frac{1}{2}BD = 2$,

∴ $AF = 2\sqrt{2}$ 7分



28. 解: (1) 点R 1分

(2) -2 或 3 3分

(3) ①画出如图所示的图像 5分

② $m \geq \frac{5}{2}$ 或 $m \leq -2$ 7分

