

6. 设函数 $f(x) = x^3 + (a-1)x^2 + ax$. 若 $f(x)$ 为奇函数, 则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0,0)$ 处的切线方程为 ().

- A. $y = -2x$ B. $y = -x$ C. $y = 2x$ D. $y = x$

7. 在 $\triangle ABC$ 中, AD 为 BC 边上的中线, E 为 AD 的中点, 则 $\overrightarrow{EB} =$ ().

- A. $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ B. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ C. $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ D. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

8. 已知函数 $f(x) = 2\cos^2 x - \sin^2 x + 2$, 则 ().

- A. $f(x)$ 的最小正周期为 π , 最大值为 3 B. $f(x)$ 的最小正周期为 π , 最大值为 4
C. $f(x)$ 的最小正周期为 2π , 最大值为 3 D. $f(x)$ 的最小正周期为 2π , 最大值为 4

9. 某圆柱的高为 2, 底面周长为 16, 其三视图如右图. 圆柱表面上的点 M 在正视图上的对应点为 A , 圆柱表面上的点 N 在左视图上的对应点为 B , 则在此圆柱侧面上, 从 M 到 N 的路径中, 最短路径的长度为 ().

- A. $2\sqrt{17}$ B. $2\sqrt{5}$ C. 3 D. 2

10. 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = BC = 2$, AC_1 与平面 BB_1CC_1 所成的角为 30° , 则该长方体的体积为 ().

- A. 8 B. $6\sqrt{2}$ C. $8\sqrt{2}$ D. $8\sqrt{3}$

11. 已知角 α 的顶角为坐标原点, 始边与 x 轴的非负半轴重合, 终边上有两点, $A(1, a)$, $B(2, b)$, 且 $\cos 2\alpha = \frac{2}{3}$, 则 $|a - b| =$ ().

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. 1

12. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{-x}, & x \leq 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$, 则满足 $f(x+1) < f(2x)$ 的 x 取值范围 ().

- A. $(-\infty, -1]$ B. $(0, +\infty)$ C. $(-1, 0)$ D. $(-\infty, 0)$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知函数 $f(x) = \log_2(x^2 + a)$, 若 $f(3) = 1$, 则 $a =$ _____.

14. 若 x, y 满足条件 $\begin{cases} x-2y-2 \leq 0 \\ x-y+1 \geq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$ 则 $z=3x+2y$ 的最大值为_____.

15. 直线 $y=x+1$ 与圆 $x^2+y^2+2y-3=0$ 交于 A, B 两点, 则 $|AB|$ = _____.

16. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $b\sin C+c\sin B=4a\sin B\sin C$, $b^2+c^2-a^2=8$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

17. (12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$, $na_{n+1}=2(n+1)a_n$, 设 $b_n=\frac{a_n}{n}$.

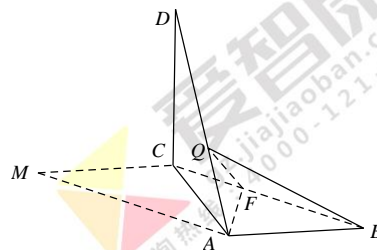
(1) 求 b_1, b_2, b_3 ;

(2) 判断数列 $\{b_n\}$ 是否为等比数列, 并说明理由;

(3) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式.

18. (12 分)

如图, 在平行四边形 $ABCM$ 中, $AB=AC=3$, $\angle ACM=90^\circ$, 以 AC 为折痕将 $\triangle ACM$ 折起, 使点 M 到点 D 的位置, 且 $AB \perp DA$.



(1) 证明: 平面 $ACD \perp$ 平面 ABC ,

(2) Q 为线段 AD 上一点, P 为线段 BC 上一点, 且 $BP=DQ=\frac{2}{3}DA$, 求三棱锥 $Q-ABP$ 的体积.

19. (12分)

某家庭记录了未使用节水龙头50天的日用水量数额(单位: m^3)和使用了节水龙头50天的日用水量数据, 得到频数分布表如下:

未使用节水龙头50天的日用水量频数分布表

日用水量	[0,0.1)	[0.1,0.2)	[0.2,0.3)	[0.3,0.4)	[0.4,0.5)	[0.5,0.6)	[0.6,0.7)
频数	1	3	2	4	9	26	5

使用了节水龙头50天的日用水量频数分布表

日用水量	[0,0.1)	[0.1,0.2)	[0.2,0.3)	[0.3,0.4)	[0.4,0.5)	[0.5,0.6)
频数	1	5	13	10	16	5

- (1) 在答题卡上作出使用了节水龙头50天的日用水量数据的频率分布直方图;
- (2) 估计该家庭使用节水龙头后, 日用水量小于 0.35 m^3 的概率;
- (3) 估计该家庭使用节水龙头后, 一年能节省多少水? (一年按365天计算, 同一组中的数据以这组数据所在区间中点的值作代表)

20. (12分)

设抛物线 $C: y^2 = 2x$, 点 $A(2,0)$, $B(-2,0)$ 过点 A 的直线 l 与 C 交于 M , N 两点.

- (1) 当 l 与 x 轴垂直时, 求直线 BM 的方程;
- (2) 证明: $\angle ABM = \angle ABN$.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = ae^x - \ln x - 1$.

- (1) 设 $x=2$ 是 $f(x)$ 的极值点, 求 a , 并求 $f(x)$ 的单调区间;
- (2) 证明: 当 $a \geq \frac{1}{e}$ 时, $f(x) \geq 0$.

(二) 选考题：共 10 分，请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22. [选修 4-4：坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的方程为 $y = k|x| + 2$ ，以坐标原点为极点， x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2 + 2\rho \cos \theta - 3 = 0$ 。

(1) 求 C_2 的直角坐标方程；

(2) 若 C_1 与 C_2 有且仅有三个公共点，求 C_1 的方程。

23. [选修 4-5：不等式选讲] (10 分)

已知 $f(x) = |x+1| - |ax-1|$ 。

(1) 当 $a=1$ 时，求不等式 $f(x) > 1$ 的解集；

(2) 若 $x \in (0,1)$ 时，不等式 $f(x) > x$ 成立，求 a 得取值范围。