2018 年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题意要求的。

1	2	3	4	5	6
A	C	A	C	B	D

7	8	9	10	11	12
A	B	B	C	B	D

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13、-7　14、6　15、$2\sqrt{2}$　16、$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

17. 解：（1）$b_1=\dfrac{a_1}{1}=1, b_2=\dfrac{a_2}{2}=\dfrac{\dfrac{2(1+1)a_1}{1}}{2}=2, b_3=\dfrac{a_3}{3}=\dfrac{\dfrac{2(2+1)a_2}{2}}{3}=4$

（2）$\because na_{n+1}=2(n+1)a_n$

$\therefore \dfrac{a_{n+1}}{n+1}=2\dfrac{a_n}{n}$

$\therefore b_{n+1}=2b_n$　又$\because b_1=\dfrac{a_1}{1}=1$

$\therefore \{b_n\}$是以1为首项,2为公比的等差数列

（3）　$a_n=nb_n=n\cdot 2^{n-1}$

18. （1）证明：$\because MC \parallel AB$　$\therefore \angle CAB=\angle MCA=90^\circ$　$\therefore AB\perp AC$

又$\because AB\perp DA$ ；$DA, AC\subset$平面ACD ；$DA\cap AC=A$

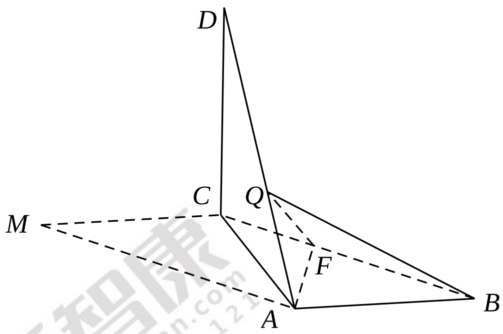
$\therefore AB\perp$平面ACD　又$\because AB\subset$平面ABC

$\therefore$平面$ACD\perp$平面ABC

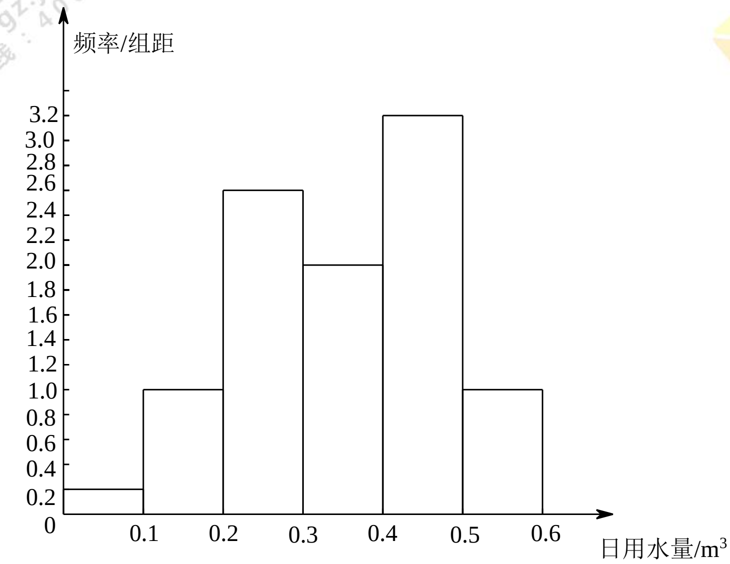
（1）　解：$\because MC=AB$　$\therefore DA=BC$　$\therefore BP=\dfrac{2}{3}BC$

$$\therefore S_{\triangle ABP}=\frac{1}{2}\times 3\times 3\times\frac{1}{3}=3$$

$$\therefore V_{Q-ABP}=\frac{1}{3}\times 3\times 3\times\frac{1}{3}=1$$



19 解：（1）



（2） 设该频率为 P，则 $P=(1+5+13+\frac{10}{2})\times\frac{1}{50}=0.48$

（3） 未使用节水龙头前用水量平均值为：

$$\overline{x_1}=\frac{0.05\times 1+0.15\times 3+0.25\times 2+0.35\times 4+0.45\times 9+0.55\times 26+0.65\times 5}{50}$$

$$=0.4$$

$$\overline{x_2}=\frac{0.05\times 1+0.15\times 5+0.25\times 13+0.35\times 10+0.45\times 16+0.55\times 5}{50}$$

$$=0.3$$

所以一年能节水 $(0.48-0.35)\times 365=47.45m^3$

20. （1）$\because$ l 与 x 轴垂直，

$\therefore$ l 的方程：$x=2$，

联立得：$\begin{cases}x=2\\ y^2=2x\end{cases}$， $\therefore M(2,2)$ 或 $(2,-2)$

又 $\because B(-2,0)$

$\therefore$ 直线 BM 斜率：$k=\frac{1}{2}$ 或 $-\frac{1}{2}$

BM：$y=\frac{1}{2}(x+2)$ 或 $y=-\frac{1}{2}(x+2)$

即：$x-2y+2=0$ 或 $x+2y+2=0$

（2） 当直线斜率不存在时，不妨设点 M 在第一象限，

由（1）知， $M(2,2),N(-2,2)$

由对称性可知： $\angle ABM=\angle ABN$

当直线斜率存在时，设直线 l： $y=k(x-2)$， $M(x_1,y_1),N(x_2y_2)$, $B(-2,0)$

联立：$\begin{cases}y=k(x-2)\\ y^2=2x\end{cases}$ ，得 $k^2x^2-(4k^2+2)x+4k^2=0$，

由题意知：$\Delta>0$ 恒成立，

$\begin{cases}x_1+x_2=\dfrac{4k^2+2}{k^2}\\ x_1x_2=4\end{cases}$ ，

斜率 $k_{MB}=\frac{y_1}{x_1+2},k_{NB}=\frac{y_2}{x_2+2}$ ，

又 $\because y_1=k(x_1-2),y_2=k(x_2-2)$

$$k_{MB}+k_{NB}=\frac{y_1}{x_1+2}+\frac{y_2}{x_2+2}$$

$$=\frac{k(x_1-2)(x_2+2)+k(x_2-2)(x_1+2)}{x_1x_2+2(x_1+x_2)+4}$$

$$=\frac{2kx_1x_2-8k}{x_1x_2+2(x_1+x_2)+4}$$

$$=0$$

$\therefore k_{MB}=-k_{NB}$， 即 $\angle ABM=\angle ABN$

综上所述， $\angle ABM=\angle ABN$

21. 解：由题可知：函数 $f(x)$ 的定义域为：$(0,+\infty)$

（1） $f'(x)=ae^x-\frac{1}{x}$

$\because x=2$ 是 $f(x)$ 的极值点，

$\therefore\ f'(2)=ae^2-\frac{1}{2}=0$，

$\therefore\ \ a=\frac{1}{2e^2}$

$\therefore\ f'(x)=\frac{1}{2e^2}e^x-\frac{1}{x}$

令 $f'(x)>0$，解得：$x>2$

令 $f'(x)<0$ ，解得：$0<x<2$

$\therefore\ f(x)$ 的单调递增区间为：$(2,+\infty)$；

$f(x)$ 的单调递减区间为：$(0,2)$

（2）$\because\ a\geq\frac{1}{e}$，$\therefore\ ae^x\geq e^{x-1}$

$\therefore\ f(x)\geq e^{x-1}-\ln x-1$

令 $h(x)=e^{x-1}-\ln x-1,(x>0)$

$h'(x)=e^{x-1}-\frac{1}{x}$

令 $\varphi(x)=e^{x-1}-\frac{1}{x}$，$\varphi'(x)=e^{x-1}+\frac{1}{x^2}$

$\because\ \varphi'(x)>0$ 恒成立， $\therefore\ h'(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增

又 $\because\ h'(1)=0$，

$\therefore\ x\in(0,1)$ 时，$h'(x)<0,h(x)$ 单调递减；

$x\in(1,+\infty)$ 时， $h'(x)>0,h(x)$ 单调递增

$\therefore\ h(x)\geq h(1)=0$ ，$\therefore\ f(x)\geq 0$

22. 解析：（1） $C_2:\rho^2+2\rho\cos\theta-3=0$，

则 $x^2+y^2+2x-3=0$，即 $(x+1)^2+y^2=4$，

所以 C_2 的直角方程为 $(x+1)^2+y^2=4$.

（2）由题 1 可知圆心坐标为 $C(-1,0)$，半径 $r=2$，

又曲线方程为 $y=k|x|+2$，关于 y 轴对称，且曲线过圆外定点 $P(0,2)$，

∴ 当曲线与圆有且仅有 3 个交点时，设曲线在 y 轴的右半部分与圆相切于点 A.

此时，$y=k|x|+2 \Rightarrow kx-y+2=0$，

∴ $d=\dfrac{|-k+2|}{\sqrt{k^2+1}}=r=2$，则 $(k-2)^2=4(k^2+1)$

∴ $k=-\dfrac{4}{3}$，即直线 C_1 的方程为 $y=-\dfrac{4}{3}|x|+2$.

23. 解析：（1）当 $a=1$ 时，$f(x)=|x+1|-|x-1|$，

则 $f(x)=\begin{cases}-2, x\le -1\\ 2x, -1<x<1\\ 2, x\ge 1\end{cases}$，

∴ 当 $f(x)>1$ 时，$2x>1 \Rightarrow x>\dfrac{1}{2}$，即 $\dfrac{1}{2}<x<1$

又当 $x\ge 1$ 时，$f(x)=2$ 满足 $f(x)>1$，

综上：$x>\dfrac{1}{2}$.

（2）当 $x\in(0,1)$ 时，$x+1>0$ 恒成立，

则 $f(x)>x$ 时有：$x+1-|ax-1|>x$，

即 $|ax-1|<1$，两边平方化简可得：$a^2x^2-2ax<0$

又 $x\in(0,1)$，则 $a^2x-2a<0$ 成立，

函数 $g(x)=a^2x-2a$ 可看作斜率为 $a^2>0$ 的直线，单调递增，

则 $a^2-2a\le 0 \Rightarrow a\in(0,2]$，

即 a 的取值范围为 $a\in(0,2]$.