

2018年普通高等学校招生全国统一考试

理科数学

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题意要求的。

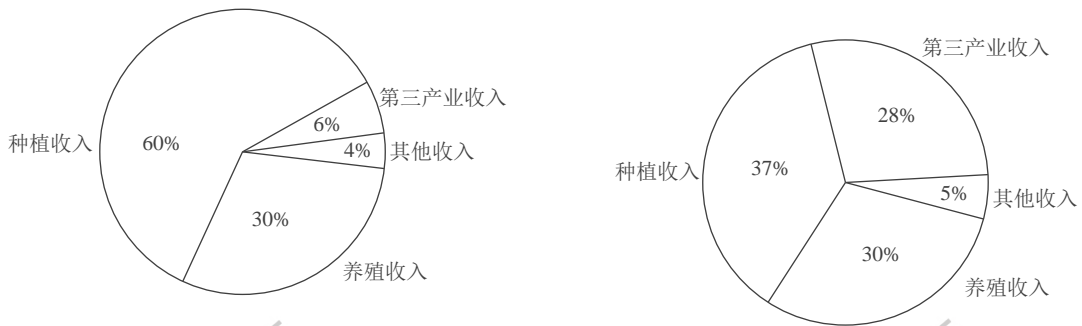
1. 设  $z = \frac{1-i}{1+i} + 2i$ ，则  $|z| =$  ( )

- A. 0
- B.  $\frac{1}{2}$
- C. 1
- D.  $\sqrt{2}$

2. 已知集合  $A = \{x | x^2 - x - 2 > 0\}$ ，则  $C_R A =$  ( )

- A.  $\{x | -1 < x < 2\}$
- B.  $\{x | -1 \leq x \leq 2\}$
- C.  $\{x | x < -1\} \cup \{x | x > 2\}$
- D.  $\{x | x \leq -1\} \cup \{x | x \geq 2\}$

3. 某地区经过一年的新农村建设，农村的经济收入增加了一倍，实现翻番，为更好地了解该地区农村的经济收入变化情况，统计了该地区新农村建设前后农村的经济收入构成比例，得到如下饼图：



则下面结论中不正确的是 ( )

- A. 新农村建设后，种植收入减少
- B. 新农村建设后，其他收入增加了一倍以上
- C. 新农村建设后，养殖收入增加了一倍
- D. 新农村建设后，养殖收入与第三产业收入的总和超过了经济收入的一半

4. 记  $S_n$  为等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和，若  $3S_3 = S_2 + S_4$ ， $a_1 = 2$ ，则  $a_5 =$  ( )

- A. -12
- B. -10
- C. 10
- D. 12

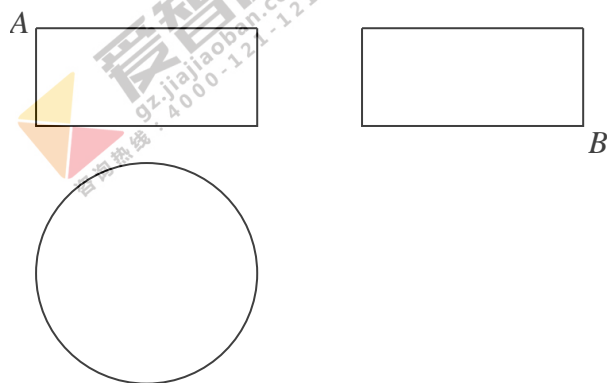
5. 设函数  $f(x) = x^3 + (a-1)x^2 + ax$ ，若  $f(x)$  为奇函数，则  $y = f(x)$  曲线在点  $(0,0)$  处的切线方程为 ( )

- A.  $y = -2x$
- B.  $y = -x$
- C.  $y = 2x$
- D.  $y = x$

6. 在  $\triangle ABC$  中,  $AD$  为  $BC$  边上的中线,  $E$  为  $AD$  的中点, 则  $\overrightarrow{EB} =$  ( )

- A.  $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$                       B.  $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$   
 C.  $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$                       D.  $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

7. 某圆柱的高为2, 底面周长为16, 其三视图如右图, 圆柱表面上的点  $M$  在正视图上对应的点为  $A$ , 圆柱表面上的点  $N$  在左视图上的对应点为  $B$ , 则在此圆柱侧面上, 从  $M$  到  $N$  的路径中, 最短路径的长度为 ( )



- A.  $2\sqrt{17}$                       B.  $2\sqrt{5}$                       C. 3                      D. 2

8. 设抛物线  $C: y^2 = 4x$  的焦点为  $F$ , 过点  $(-2, 0)$  且斜率为  $\frac{2}{3}$  的直线与  $C$  交于  $M, N$  两点,

则  $\overrightarrow{FM} \cdot \overrightarrow{FN} =$  ( )

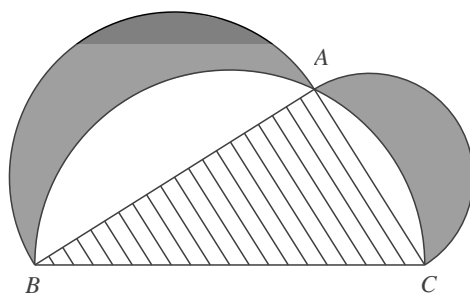
- A. 5                      B. 6                      C. 7                      D. 8

9. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} e^x, & x \leq 0, \\ \ln x, & x > 0, \end{cases}$   $g(x) = f(x) + x + a$ , 若  $g(x)$  存在2个零点, 则  $a$  的取值范围是 ( )

- A.  $[-1, 0)$                       B.  $[0, +\infty)$                       C.  $[-1, +\infty)$                       D.  $[1, +\infty)$

10. 下图来自古希腊数学家西波尔克拉底所研究的结合图形. 此图由三个半圆构成, 三个半圆的直径分别为直角三角形  $ABC$  的斜边  $BC$ , 直角边  $AB, AC$ .  $\triangle ABC$  的三边所围成的区域记为  $I$ , 黑色部分记为  $II$ , 其余部分记为  $III$ . 在整个图形中随机取一点, 此点取自  $I, II$ ,

III 的概率分别为  $p_1, p_2, p_3$ , 则 ( )



- A.  $p_1 = p_2$       B.  $p_1 = p_3$       C.  $p_2 = p_3$       D.  $p_1 = p_2 + p_3$

11. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{3} - y^2 = 1$ ,  $O$  为坐标原点,  $F$  为  $C$  的右焦点, 过点  $F$  的直线与  $C$  的两条渐近线的交点分别为  $M, N$ , 若  $\triangle OMN$  为直角三角形, 则  $|MN| =$  ( )

- A.  $\frac{3}{2}$       B. 3      C.  $2\sqrt{3}$       D. 4

12. 已知正方体的棱长为 1, 每条棱所在直线与平面  $\alpha$  所成的角都相等, 则  $\alpha$  截此正方体所得截面面积的最大值为 ( )

- A.  $\frac{3\sqrt{3}}{4}$       B.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$       C.  $\frac{3\sqrt{2}}{4}$       D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 若  $x, y$  满足条件  $\begin{cases} x - 2y - 2 \leq 0, \\ x - y + 1 \geq 0, \\ y \leq 0, \end{cases}$  则  $z = 3x + 2y$  的最大值为\_\_\_\_\_.

14. 记  $S_n$  为数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和. 若  $S_n = 2a_n + 1$ , 则  $S_6 =$ \_\_\_\_\_.

15. 从 2 位女生, 4 位男生中选 3 人参加科技比赛, 且至少有 1 位女生入选, 选法共有\_\_\_\_\_种. (用数字填写答案)

16. 已知函数  $f(x) = 2\sin x + \sin 2x$ , 则  $f(x)$  的最小值是\_\_\_\_\_.

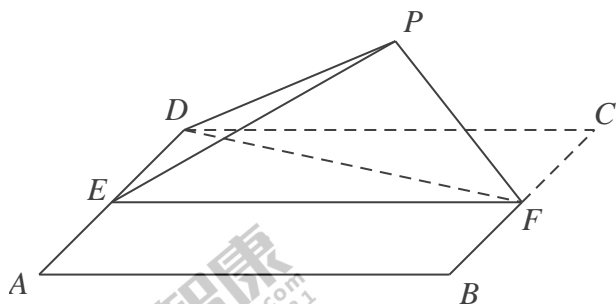
三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

17. (12 分) 在平面四边形  $ABCD$  中,  $\angle ADC = 90^\circ$ ,  $\angle A = 45^\circ$ ,  $AB = 2$ ,  $BD = 5$ .

(1) 求  $\cos \angle ADB$ ;

(2) 若  $DC = 2\sqrt{2}$ ，求  $BC$ 。

18. (12分) 如图，四边形  $ABCD$  为正方形， $E, F$  分别为  $AD, BC$  的中点，以  $DF$  为折痕把  $\triangle DFC$  折起，使点  $C$  到达点  $P$  的位置，且  $PF \perp BF$ 。



- (1) 证明：平面  $PEF \perp$  平面  $ABFD$ ；  
 (2) 求  $DP$  与平面  $ABFD$  所成角的正弦值。

19. 设椭圆  $C: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$  的右焦点为  $F$ ，过  $F$  的直线  $l$  与  $C$  交于  $A, B$  两点，点  $M$  的坐标为  $(2, 0)$ 。

- (1) 当  $l$  与  $x$  轴垂直时，求直线  $AM$  的方程；  
 (2) 设  $O$  为坐标原点，证明： $\angle OMA = \angle OMB$ 。

20. (12分) 某工厂的某种产品成箱包装，每箱 200 件，每一箱产品在交付用户之前要对产品作检验，如检验出不合格品，则更换为合格品。检验时，先从这箱产品中任取 20 件作检验，再根据检验结果决定是否对余下的所有产品作检验。设每件产品为不合格的概率都为  $p$  ( $0 < p < 1$ )，且各件产品是否为不合格品相互独立。

- (1) 记 20 件产品中恰有 2 件不合格品的概率为  $f(p)$ ，求  $f(p)$  的最大值点  $p_0$ 。  
 (2) 现对一箱产品检验了 20 件，结果恰有 2 件不合格品，以 (1) 中确定的  $p_0$  作为  $p$  的值。已知每件产品的检验费用为 2 元，若有不合格品进入用户手中，则工厂要对每件不合格品支付 25 元的赔偿费用。

(i) 若不对该箱余下的产品作检验，这一箱产品的检验费用与赔偿费用的和记为  $X$ ，求

EX ;

(ii) 以检验费用与赔偿费用和的期望值作为决策依据, 是否该对这箱余下的所有产品作检验?

(二) 选考题: 共10分, 请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做, 则按所做的第一题计分。

22.[选修4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C_1$  的方程为  $y=k|x|+2$ , 以坐标原点为极点,  $x$  轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线  $C_2$  的极坐标方程为  $\rho^2+2\rho\cos\theta-3=0$ .

(1) 求  $C_2$  的直角坐标方程;

(2) 若  $C_1$  与  $C_2$  有且仅有三个公共点, 求  $C_1$  的方程.

23.[选修4-5: 不等式选讲] (10分)

已知  $f(x)=|x+1|-|ax-1|$ .

(1) 当  $a=1$  时, 求不等式  $f(x)>1$  的解集;

(2) 若  $x\in(0,1)$  时, 不等式  $f(x)>x$  成立, 求  $a$  得取值范围.