秘密★启用前

广州市 2018 年初中毕业生学业考试

数　学

广州爱智康数学教研团队

本试卷分选择题和非选择题两部分，共三大题 25 小题，满分 150 分．考试时间 120 分钟．

注意事项：

1．答卷前，考生务必在答题卡第 1 面、第 3 面、第 5 面上用黑色字迹的钢笔或签字笔填写自己的考生号、姓名；填写考场试室号、座位号，再用 2B 铅笔把对应这两个号码的标号涂黑．

2．选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题同的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号；不能答在试卷上．

3．非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，涉及作图的题目，用 2B 铅笔画图．答案必须写在答题卡各题目指定区域内的相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；改动的答案也不能超出指定的区域．不准使用铅笔、圆珠笔和涂改 液．不按以上要求作答的答案无效．

4．考生必须保持答题卡的整洁，考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回．

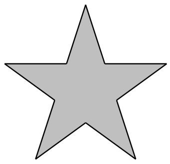
第一部分　选择题（共 30 分）

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1．四个数 0，1，$\sqrt{2}$，$\frac{1}{2}$ 中，无理数的是（　　）．

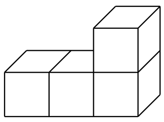
A．$\sqrt{2}$　　B．1　　C．$\frac{1}{2}$　　D．0

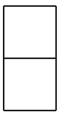
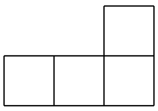
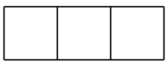
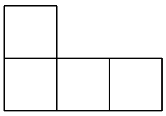
2．如图所示的五角星是轴对称图形，它的对称轴共有（　　）．



A．1条　　B．3条　　C．5 条　　D．无数条

3．如图所示的几何体是有 4 个相同的小正方体搭成的，它的主视图是（　　）．



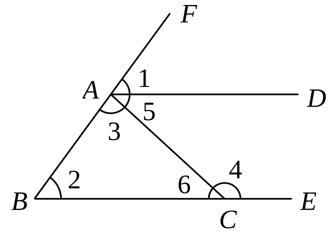
A．　　B．　　C．　　D．

4．下列计算正确的是（　　）.

A．$(a+b)^2=a^2+b^2$　　B．$a^2+2a^2=3a^4$

C．$x^2y\div\frac{1}{y}=x^2$　　D．$(-2x^2)^3=-8x^6$

5．如图，直线 AD， BE 被直线 BF 和 AC 所截，则 $\angle1$ 的同位角和 $\angle5$ 的内错角分别是（　　）.

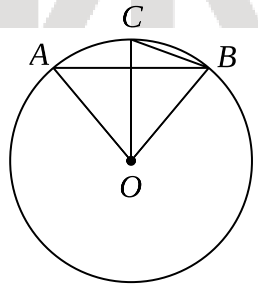


A．$\angle4$，$\angle2$　　B．$\angle2$，$\angle6$　　C．$\angle5$，$\angle4$　　D．$\angle2$，$\angle4$

6．甲袋中装有 2 个相同的小球，分别写有数字 1 和 2，乙袋中装有 2 个相同的小球，分别写有数字 1 和 2，从两个口袋中各随机取出 1 个小球，取出的两个小球上都写有数字 2 的概率是（　　）.

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{1}{4}$　　D．$\frac{1}{6}$

7．如图，AB 是⊙O 的弦，$OC\perp AB$，交⊙O 于点 C，连接 OA，OB，BC，若 $\angle ABC=20^\circ$，则 $\angle AOB$ 的度数是（　　）.



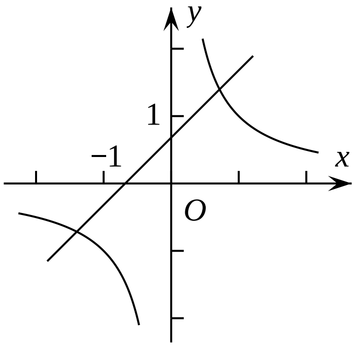
A．40°　　B．50°　　C．70°　　D．80°

8．《九章算术》是我国古代数学的经典著作，书中有一问题：“今有黄金九枚，白银一十一枚，称之重适等，交易其一，金轻十三两，问金、银各重几何？”．意思是：甲袋中装有黄金 9 枚（每枚黄金重量相同），乙袋中装有白银 11 枚（每枚白银重量相同）．称重两袋相等，两袋互相交换 1 枚后，甲袋比乙袋轻了 13 两（袋子重量忽略不计）．问黄金、白银每枚各重多少两？设每枚黄金重 x 两，每枚白银重 y 两，根据题意得：（　　）.

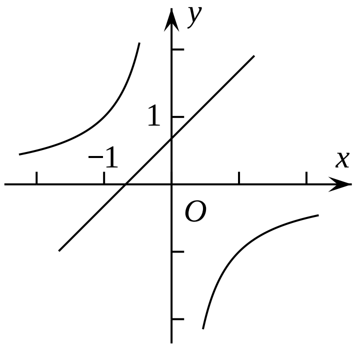
A．$\begin{cases}11x=9y\\(10y+x)-(8x+y)=13\end{cases}$　　B．$\begin{cases}10y+x=8x+y\\9x+13=1y\end{cases}$

C．$\begin{cases}9x=11y\\(8x+y)-(10y+x)=13\end{cases}$　　D．$\begin{cases}9x=11y\\(10y+x)-(8x+y)=13\end{cases}$

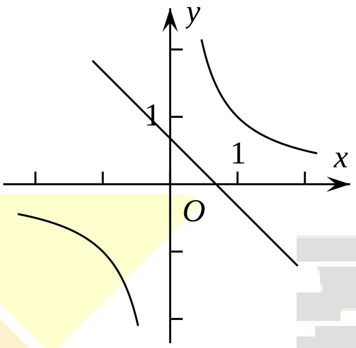
9．一次函数 $y=ax+b$ 和反比例函数 $y=\dfrac{a-b}{x}$ 在同一直角坐标系中的大致图象是（　　）．



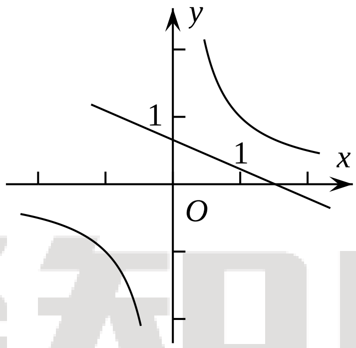
A．



B．

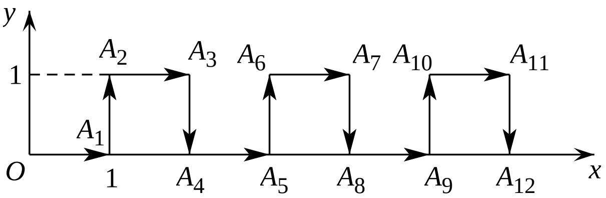


C．



D．

10．在平面直角坐标系中，一个智能机器人接到如下命令：从原点 O 出发，按向右，向上，向右，向下的方向依次不断移动，每次移动1m，其行走路线如图所示，第1次移动到 A_1，第2次移动到 A_2，…，第 n 次移动到 A_n，则 $\triangle OA_2A_{2018}$ 的面积是（　　）．



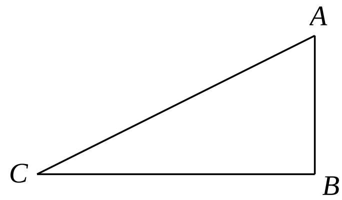
A． 504m^2　　B． $\dfrac{1009}{2}\text{m}^2$　　C． $\dfrac{1011}{2}\text{m}^2$　　D． 1009m^2

第二部分　非选择题（共 120 分）

二、填空题（共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分）

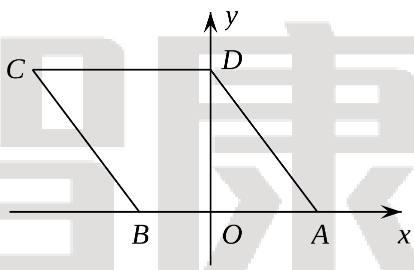
11．已知二次函数 $y=x^2$，当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而__________（填“增大”或“减小”）.

12．如图，旗杆高 $AB=8\text{m}$，某一时刻，旗杆影子长 $BC=16\text{m}$，则 $\tan C=$__________.

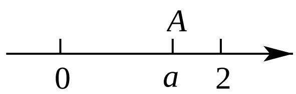


13．方程 $\dfrac{1}{x}=\dfrac{4}{x+6}$ 的解是__________.

14．如图，若菱形 $ABCD$ 的顶点 A，B 的坐标分别为 $(3,0)$，$(-2,0)$，点 D 在 y 轴上，则点 C 的坐标是__________.



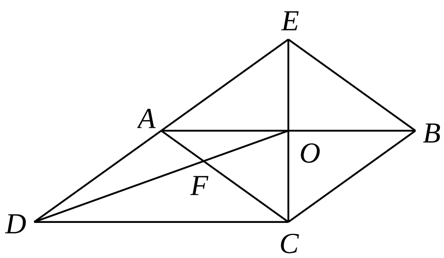
15．如图，数轴上点 A 表示的数为 a，化简：$a+\sqrt{a^2-4a+4}=$__________.



16．如图，CE 是平行四边形 $ABCD$ 的边 AB 的垂直平分线，垂足为点 O，CE 与 DA 的延长线交于点 E，连接 AC，BE，DO，DO 与 AC 交于点 F，则下列结论：

①四边形 $ACBE$ 是菱形；②$\angle ACD=\angle BAE$；③$AF:BE=2:3$；④$S_{四边形AFOE}:S_{\triangle COD}=2:3$.

其中正确的结论有__________.（填写所有正确结论的序号）



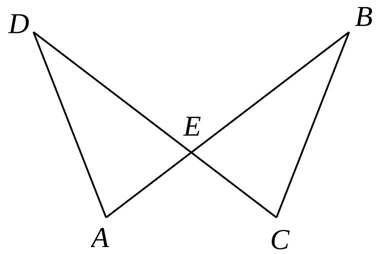
三、解答题（本大题共 9 小题，满分 102 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）.

17.（本小题满分9分）

解不等式组：$\begin{cases}1+x>0\\2x-1<3\end{cases}$.

18.（本小题满分9分）

如图，AB 与 CD 相交与点 E，$AE=CE$，$DE=BE$，求证：$\angle A=\angle C$.



19.（本小题满分 10 分）

已知 $T=\dfrac{a^2-9}{a(a+3)^2}+\dfrac{6}{a(a+3)}$.

（1）化简：T.

（2）若正方形 $ABCD$ 的边长为 a，且它的面积为9，求 T 的值.

20.（本小题满分 10 分）

随着移动互联网的快速发展，基于互联网的共享单车应运而生，为了解某小区居民使用共享单车的情况，某研究小组随机采访该小区的10位居民，得到这10位居民一周内使用共享单车的次数分别为：17，12，15，20，17，0，7，26，17，9.

（1）这组数据的中位数是__________，众数是__________.

（2）计算这10位居民一周内使用共享单车的平均次数.

（3）若该小区有 200 名居民，试估计该小区一周内使用共享单车的总次数.

21．（本小题满分 12 分）

友谊商店 A 型号笔记本电脑售价是 a 元/台，最近，该商店对 A 型号笔记本电脑举行促销活动，有两种优惠方案，方案一：每台按售价的九折销售；方案二：若购买不超过 5 台，每台按售价销售；若超过 5 台，超过部分每台按售价的八折销售．某公司一次性从友谊商店购买 A 型号笔记本电脑 x 台．

（1）当 $x=8$ 时，应选择哪种方案，该公司购买费用最少？最少费用是多少元？

（2）若该公司采用方案二购买更合算，求 x 的取值范围．

22、（本小题满分 12 分）

设 $P(x,0)$ 是 x 轴上的一个动点，它与原点的距离为 y_1．

（1）求 y_1 关于 x 的函数解析式，并画出这个函数的图象．

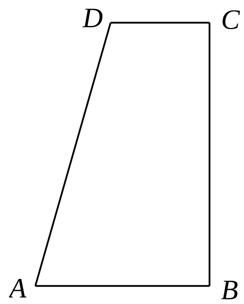
（2）若反比例函数 $y_2=\dfrac{k}{x}$ 的图象与函数 y_1 的图象交于点 A，且点 A 的纵坐标为 2．

①求 k 值．

②结合图象，当 $y_1>y_2$ 时，写出 x 的取值范围．

23、（本小题满分 12 分）

如图，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle B=\angle C=90°$，$AB>CD$，$AD=AB+CD$．



（1）利用尺规作 $\angle ADC$ 的平分线 DE，交 BC 于点 E．

（2）在（1）的条件下．

①证明：$AE\perp DE$．

②若 $CD=2$，$AB=4$，点 M，N 分别是 AE，AB 上的动点，求 $BM+MN$ 的最小值．

24．（本小题满分 14 分）

已知抛物线 $y=x^2+mx-2m-4$（$m>0$）.

（1）证明：该抛物线与 x 轴总有两个不同的交点.

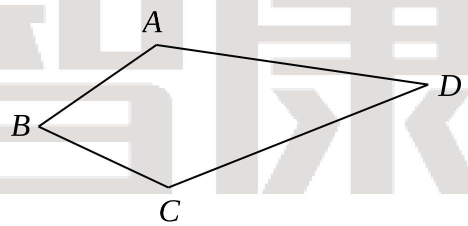
（2）设该抛物线与 x 轴的两个交点分别为 A，B（点 A 在点 B 的右侧），与 y 轴交于点 C，A，B，C 三点都在$\odot P$ 上.

①试判断：不论 m 取任何正数，$\odot P$ 是否经过 y 轴上某个定点？若是，求出该定点的坐标；若不是，说明理由.

②若点 C 关于直线 $x=-\frac{m}{2}$ 的对称点为点 E，点 $D(0,1)$，连接 BE，BD，DE，$\triangle BDE$ 的周长记为 l，$\odot P$ 的半径记为 r，求 $\frac{l}{r}$ 的值.

25．（本小题满分 14）

如图，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle B=60^\circ$，$\angle D=30^\circ$，$AB=BC$.



（1）求 $\angle A+\angle C$ 的度数.

（2）连接 BD，探究 AD，BD，CD 三者之间的数量关系，并说明理由.

（3）若 $AB=1$，点 E 在四边形 $ABCD$ 内部运动，且满足 $AE^2=BE^2+CE^2$，求点 E 的运动路径的长度.

广州市 2018 年初中毕业生学业考试

数学标准答案

广州爱智康数学教研团队

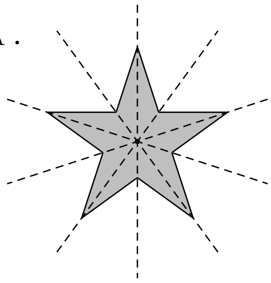
第一部分　选择题（共 30 分）

二、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1.【考点】无理数的概念

【答案】A

【解析】无限不循环小数、开方开不尽的数是无理数．故 $\sqrt{2}$ 是无理数，答案选 A．



2.【考点】对称轴

【答案】C

【解析】由图可得，五角星的对称轴共有 5 条，故答案选 C．

3.【考点】三视图

【答案】B

【解析】由几何体可得三视图为 B 选项，故答案选 B．

4.【考点】完全平方公式，整式的加减，分式除法，幂运算．

【答案】D

【解析】A 选项：$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$，故 A 选项错误；

B 选项：$a^2+2a^2=3a^2$，故 B 选项错误；

C 选项：$x^2y\div\frac{1}{y}=x^2y\cdot y=x^2y^2$，故 C 选项错误；

D 选项：$(-2x^2)^3=-8x^6$，故 D 选项正确．

5.【考点】平行线的性质

【答案】B

【解析】由图可得 $\angle 1$ 的同位角是 $\angle 2$，$\angle 5$ 的内错角是 $\angle 6$，故答案选 B．

6.【考点】概率

【答案】C

【解析】从甲袋中随机取出 1 个小球，有 2 种情况，从乙袋中随机取出 1 个小球，有 2 种情况，则总共有 $2\times2=4$ 种情况，而取出的两个小球上都写有数字 2 的只有 1 种情况，

故概率是 $P=\frac{1}{4}$，故答案选 C．

7.【考点】圆周角定理，垂径定理.

【答案】D

【解析】∵ $\angle ABC=20^\circ$，

∴ $\angle AOC=2\angle ABC=40^\circ$，

∵ $OC\perp AB$，

∴ $\angle AOB=2\angle AOC=80^\circ$.

故答案选 D .

8.【考点】二元一次方程组

【答案】D

【解析】设每枚黄金重 x 两，每枚白银重 y 两，

∵甲袋中装有黄金 9 枚（每枚黄金重量相同），乙袋中装有白银 11 枚（每枚白银重量相同）．称重两袋相等，

∴ $9x=11y$，

∵两袋互相交换 1 枚后，甲袋比乙袋轻了 13 两（袋子重量忽略不计）.

∴ $(10y+x)-(8x+y)=13$，

故答案选 D .

9.【考点】一次函数图象与反比例函数图象共存

【答案】A

【解析】当反比例函数图象在第一、三象限时，

$a-b>0$，则 $a>b$，

选项 C 、 D 中， $a<0$， $b>0$，不符合，故排除.

A 选项中， $0<b<1$， $a=\dfrac{b}{\text{与}x\text{轴的截距}}$，

∵与 x 轴的截距是小于 1，

∴ $a>b$，符合条件.

B 选项中，反比例函数图象在第二、四象限，∴ $a-b<0$，∴ $a<b$，

由一次函数图象可得 $a>b$，则不符合.

故答案选 A .

10.【考点】规律探究

【答案】A

【解析】由图可得，每 4 个为一周期，每一个周期横坐标移动了 2 个单位，

则 $\dfrac{2018}{4}=504$ 余 2， $504\times2=1008$，

∴ $A_{2018}(1009,1)$，

∵ $A_2(1,1)$，

∴ $S_{\triangle OA_2A_{2018}}=\dfrac{1}{2}\times(1009-1)\times1=504\text{m}^2$，

故答案选 A .

第二部分　非选择题（共 120 分）

二、填空题（共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分）

11.【考点】二次函数图象的性质

【答案】增大

【解析】∵二次函数 $y=x^2$ 图象开口向上，对称轴为 y 轴，

∴当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而增大.

12.【考点】锐角三角函数

【答案】$\frac{1}{2}$

【解析】在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\tan C=\frac{AB}{BC}=\frac{8}{16}=\frac{1}{2}$.

13.【考点】解分式方程

【答案】$x=2$

【解析】去分母得：$x+6=4x$，

解得：$x=2$，

把 $x=2$ 代入 $x(x+6)$，得 $x(x+6)=18\neq 0$，

∴ $x=2$ 是分式方程的解.

14.【考点】菱形的性质，勾股定理

【答案】$(-5,4)$

【解析】∵ $A(3,0)$，$B(-2,0)$，

∴ $AB=5$，

∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴ $AD=AB=5$，

∴ $OD=\sqrt{AD^2-OA^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$，

∴ $D(0,4)$，

∴ $C(-5,4)$.

15.【考点】二次根式的化简

【答案】2

【解析】由数轴可得 $0<a<2$，

∴ $a+\sqrt{a^2-4a+4}=a+\sqrt{(a-2)^2}=a+|a-2|=a+2-a=2$.

16.【考点】平行四边形的性质，菱形的判定，垂直平分线的性质，相似三角形.

【答案】①②④

【解析】在平行四边形 $ABCD$ 中，$AD=BC$，

∵ CE 是平行四边形 $ABCD$ 的边 AB 的垂直平分线，

∴ $CA=CB=AD$，$EA=EB$，

∵ $AB/\!/CD$，

$\therefore \angle ACD=\angle ADC=\angle BAE$，则②正确，

$\because \angle DCE=\angle AOE=90°$，

$\therefore \triangle CDE$ 是直角三角形，

$\therefore AC=AD=AB$，

∴四边形 $ACBE$ 是菱形，则①正确，

$\because AO // CD$， $AO=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}DC$，

$\therefore \frac{AF}{CF}=\frac{AO}{CD}=\frac{1}{2}$，

$\therefore \frac{AF}{BE}=\frac{AF}{AC}=\frac{1}{3}$，则③错误，

设 $S_{\triangle AFO}=k$，

$\because \frac{AF}{CF}=\frac{1}{2}$，

$\therefore S_{\triangle OFC}=2k$， $S_{\triangle DFC}=\left(\frac{CF}{AF}\right)^2 S_{\triangle AFO}=4k$，

$\therefore S_{\triangle AOE}=S_{\triangle AOC}=3k$，

$\therefore S_{\text{四边形}AFOE}=4k$， $S_{\triangle COD}=6k$，

$\therefore S_{\text{四边形}AFOE}:S_{\triangle COD}=4k:6k=2:3$，则④正确.

故答案填①②④.

三、解答题（本大题共 9 小题，满分 102 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）.

17.【考点】解不等式组.

【答案】$-1<x<2$.

【解析】$\begin{cases}1+x>0 \text{①} \\ 2x-1<3 \text{②}\end{cases}$，

解不等式①，可得：$x>-1$，

解不等式②，可得：$2x<4$，解得：$x<2$，

∴不等式组的解集为$-1<x<2$.

18.【考点】全等三角形的判定.

【答案】证明见解析.

【解析】在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle CBE$ 中，

$$\begin{cases}AE=CE \\ \angle AED=\angle CEB \\ DE=BE\end{cases}，$$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CBE$ （SAS），

$\therefore \angle A=\angle C$.

19.【考点】（1）分式的化简.（2）正方形的面积，算术平方根.

【答案】（1）$\dfrac{1}{a}$.（2）$T=\dfrac{1}{3}$.

【解析】（1）$T=\dfrac{a^2-9}{a(a+3)^2}+\dfrac{6}{a(a+3)}$

$$=\frac{a^2-9+6(a+3)}{a(a+3)^2}$$

$$=\frac{a^2-9+6a+18}{a(a+3)^2}$$

$$=\frac{a^2+6a+9}{a(a+3)^2}$$

$$=\frac{(a+3)^2}{a(a+3)^2}$$

$$=\frac{1}{a}.$$

（2）$\because$正方形 $ABCD$ 的边长为 a，且它的面积为 9，

$\therefore a=\sqrt{9}=3$，

$\therefore T=\dfrac{1}{a}=\dfrac{1}{3}$.

20.【考点】中位数，众数，平均数，用样本估计总数.

【答案】（1）16，17.（2）14.（3）2800.

【解析】（1）这组数据按大小排序可得：0，7，9，12，15，17，17，17，20，26.

中间两位数是15，17，则中位数是$\dfrac{15+17}{2}=16$，

这组数据中17，出现的次数最多，则众数是17.

（2）这组数据的平均数是：

$$\overline{x}=\frac{17+12+15+20+17+0+7+26+17+9}{10}=14.$$

（3）若该小区有 200 名居民，该小区一周内使用共享单车的总次数大约是：

$200\times 14=2800$（次）.

21.【考点】不等式的应用，方案选择问题.

【答案】（1）应选择方案一，最少费用是$7.2a$元.（2）$x>10$且x为正整数.

【解析】（1）当$x=8$时，方案一的费用是：$0.9ax=0.9a\times 8=7.2a$，

方案二的费用是：$5a+0.8a(x-5)=5a+0.8a(8-5)=7.4a$，

$\because a>0$，

$\therefore 7.2a<7.4a$，

答：应选择方案一，最少费用是$7.2a$元.

（2）设方案一、二的费用分别为W_1，W_2，

由题意可得：$W_1=0.9ax$（x为正整数），

当$0\leqslant x\leqslant 5$时，$W_2=ax$（x为正整数），

当$x>5$时，$W_2=5a+(x-5)\times 0.8a=0.8ax+a$（$x$为正整数），

$\therefore W_2=\begin{cases}ax\left(0\leqslant x\leqslant 5\right)\\0.8ax+a\left(x>5\right)\end{cases}$，其中$x$为正整数，

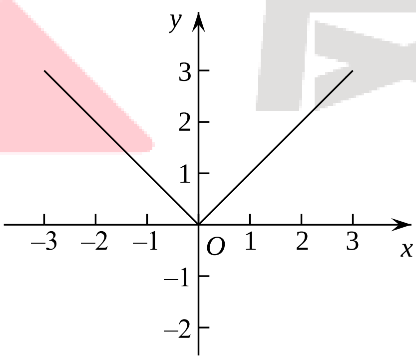
由题意可得，$W_1>W_2$，

$\because$当$0\leqslant x\leqslant 5$时，$W_2=ax>W_1$，不符合题意，

$\therefore 0.8ax+a<0.9ax$，
解得$x>10$且x为正整数，
即该公司采用方案二购买更合算，x的取值范围为$x>10$且x为正整数.

22.【考点】解分段函数解析式，画函数图象，一次函数与反比例函数图象共存问题，函数比较大小问题.

【答案】（1）$y_1=|x|$，函数图象如下：



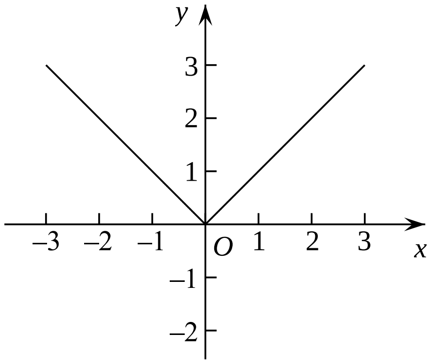
（2）①$k=\pm 4$.
②当$k=4$时，$x<0$或$x>2$.
当$k=-4$时，$x<-2$或$x>0$.

【解析】（1）$\because P(x,0)$与原点的距离为y_1，

$\therefore$当$x\geqslant 0$时，$y_1=OP=x$，

当$x<0$时，$y_1=OP=-x$，

$\therefore y_1$关于x的函数解析式为$y=\begin{cases}x(x\geqslant 0)\\-x(x<0)\end{cases}$，即为$y=|x|$，函数图象如图所示.



（2）∵ A 的纵坐标为 2，

∴把 $y=2$ 代入 $y=x$，可得 $x=2$，

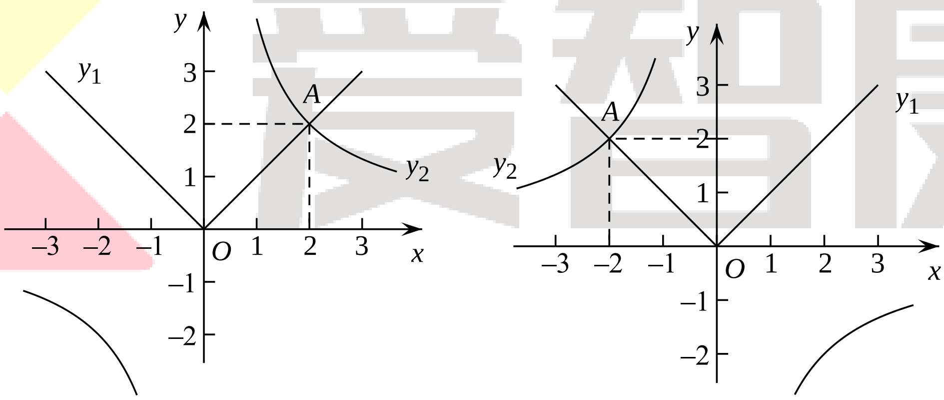
此时 A 为 $(2,2)$，$k=2\times2=4$．

把 $y=2$ 代入 $y=-x$，可得 $x=-2$，

此时 A 为 $(-2,2)$，$k=2\times2=-4$．

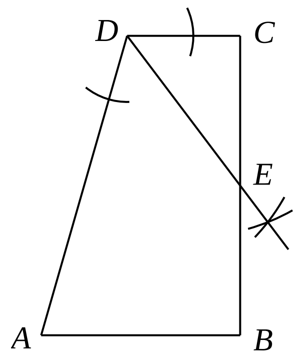
当 $k=4$ 时，如图可得，$y_1>y_2$ 时，$x<0$ 或 $x>2$．

当 $k=-4$ 时，如图可得，$y_1>y_2$ 时，$x<-2$ 或 $x>0$．



23.【考点】尺规作角平分线，全等三角形的判定，将军饮马最值问题，矩形的性质，勾股定理，相似三角形．

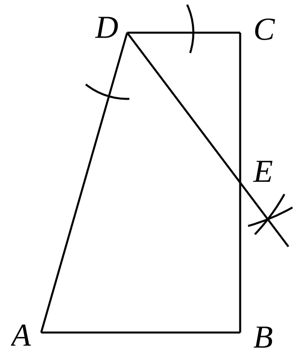
【答案】（1）如图所示：



（2）①证明见解析．

② $BM+MN$ 的最小值是 $\frac{8\sqrt{2}}{3}$．

【解析】（1）如图所示：

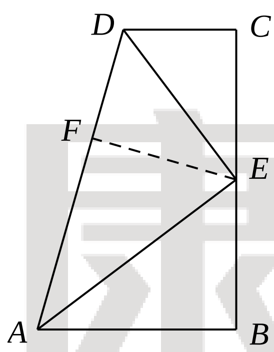


（2）①在 AD 上取一点 F 使 $DF=DC$，连接 EF，

∵ DE 平分 $\angle ADC$，

∴ $\angle FDE=\angle CDE$，

在 $\triangle FDE$ 和 $\triangle CDE$ 中，



$\begin{cases} DF=DC \\ \angle FDE=\angle CDE \\ DE=DE \end{cases}$，

∴ $\triangle FDE\cong\triangle CDE$（SAS），

∴ $\angle DFE=\angle DCE=90°$，$\angle AFE=180°-\angle DFE=90°$，

∴ $\angle DEF=\angle DEC$，

∵ $AD=AB+CD$，$DF=DC$，

∴ $AF=AB$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle AFE$ 和 $\mathrm{Rt}\triangle ABE$ 中，

$\begin{cases} AF=AB \\ AE=AE \end{cases}$，

∴ $\mathrm{Rt}\triangle AFE\cong\mathrm{Rt}\triangle ABE$（HL），

∴ $\angle AEB=\angle AEF$，

∴ $\angle AED=\angle AEF+\angle DEF=\frac{1}{2}\angle CEF+\frac{1}{2}\angle BEF=\frac{1}{2}(\angle CEF+\angle BEF)=90°$，

∴ $AE\perp DE$．

②过点 D 作 $DP\perp AB$ 于点 P，

∵由①可知，B、F 关于 AE 对称，$BM=FM$，

∴ $BM+MN=FM+MN$，

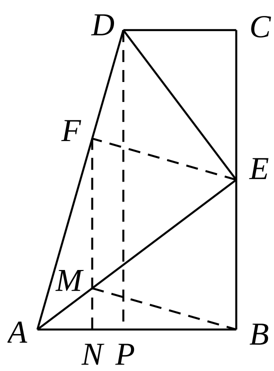
当 F、M、N 三点共线且 $FN\perp AB$ 时，有最小值，

∵ $DP\perp AB$，$AD=AB+CD=6$，

∴ $\angle DPB=\angle ABC=\angle C=90°$，

∴四边形 $DPBC$ 是矩形，

∴ $BP=DC=2$，$AP=AB-BP=2$，



在 Rt$\triangle APD$ 中，$DP=\sqrt{AD^2-AP^2}=4\sqrt{2}$，

$\because FN\perp AB$，由①可知 $AF=AB=4$，
$\therefore FN /\!/ DP$，$\therefore \triangle AFN\backsim\triangle ADP$，
$\therefore \dfrac{AF}{AD}=\dfrac{FN}{DP}$，即 $\dfrac{4}{6}=\dfrac{FN}{4\sqrt{2}}$，解得 $FN=\dfrac{8\sqrt{2}}{3}$，

$\therefore BM+MN$ 的最小值为 $\dfrac{8\sqrt{2}}{3}$.

24.【考点】二次函数与 x 轴交点问题，二次函数与圆综合，两点间距离公式，勾股定理，轴对称性质.

【答案】（1）证明略.

（2）①$\odot P$ 经过 y 轴上一个定点，该定点坐标为 $(0,1)$.

②$\dfrac{l}{r}=\dfrac{6\sqrt{5}+10}{5}$.

【解析】（1）当抛物线与 x 轴相交时，令 $y=0$，得：

$x^2+mx-2m-4=0$，

$\therefore \Delta=m^2+4(2m+4)$

$=m^2+8m+16$

$=(m+4)^2$，

$\because m>0$，

$\therefore (m+4)^2>0$，

$\therefore$该抛物线与 x 轴总有两个不同的交点.

（2）①令 $y=x^2+mx-2m-4=(x-2)(x+m+2)=0$，

解得：$x_1=2$，$x_2=-m-2$，

$\because$抛物线与 x 轴的两个交点分别为 A，B（点 A 在点 B 的右侧），
$\therefore A(2,0)$，$B(-2-m,0)$，
$\because$抛物线与 y 轴交于点 C，
$\therefore C(0,-2m-4)$，

设$\odot P$ 的圆心为 $P(x_0,y_0)$，

则 $x_0=\dfrac{2+(-2-m)}{2}=-\dfrac{m}{2}$，

$\therefore P\left(-\dfrac{m}{2},y_0\right)$，

且 $PA=PC$，则 $PA^2=PC^2$，

即 $\left(-\dfrac{m}{2}-2\right)^2+{y_0}^2=\left(-\dfrac{m}{2}\right)^2+(-2m-4-y_0)^2$，

解得 $y_0=\frac{-3-2m}{2}$，

$\therefore P\left(-\frac{m}{2},\frac{-3-2m}{2}\right)$，

$\therefore \odot P$ 与 y 轴的另一交点的坐标为 $(0,b)$，

则 $\frac{b+(-2m-4)}{2}=\frac{-3-2m}{2}$，

$\therefore b=1$，

$\therefore \odot P$ 经过 y 轴上一个定点，该定点坐标为 $(0,1)$．

②由①知，$D(0,1)$ 在 $\odot P$ 上，

$\because E$ 是点 C 关于直线 $x=-\frac{m}{2}$ 的对称点，且 $\odot P$ 的圆心 $P\left(-\frac{m}{2},\frac{-3-2m}{2}\right)$，

$\therefore E(-m,-2m-4)$ 且点 E 在 $\odot P$ 上，

即 D、E、C 均在 $\odot P$ 上的点，且 $\angle DCE=90^\circ$，

$\therefore DE$ 为 $\odot P$ 的直径，

$\therefore \angle DBE=90^\circ$，$\triangle DBE$ 为直角三角形，

$\because D(0,1)$，$E(-m,-2m-4)$，$B(-2-m,0)$，

$\therefore DB=\sqrt{(-m-2)^2+1^2}=\sqrt{(m+2)^2+1}$，

$BE=\sqrt{(-2)^2+(-2m-4)^2}=\sqrt{4+(2m+4)^2}=2\sqrt{1+(m+2)^2}$，

$\therefore BE=2DB$，

$\therefore$ 在 $\mathrm{Rt}\triangle DBE$ 中，设 $DB=x$，则 $BE=2x$，

$\therefore DE=\sqrt{DB^2+BE^2}=\sqrt{5}x$，

$\therefore \triangle BDE$ 的周长 $l=DB+BE+DE=x+2x+\sqrt{5}x=(3+\sqrt{5})x$，

$\odot P$ 的半径 $r=\frac{DE}{2}=\frac{\sqrt{5}}{2}x$，

$\therefore \frac{l}{r}=\frac{(3+\sqrt{5})x}{\frac{\sqrt{5}}{2}x}=\frac{6\sqrt{5}}{5}+2$．

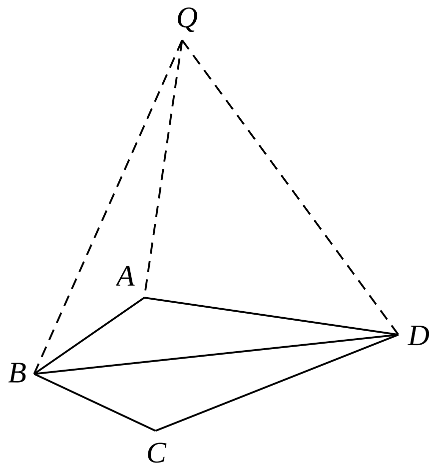
25.【考点】四边形的内角和，旋转性质，等边三角形性质，勾股定理，动点轨迹问题，弧长公式.

【答案】（1）$270°$.（2）$AD^2+CD^2=BD^2$.（3）$\frac{\pi}{3}$.

【解析】（1）在四边形 $ABCD$ 中，$\angle B=60°$，$\angle D=30°$，

$\therefore \angle A+\angle C=360°-\angle B-\angle C=360°-60°-30°=270°$.

（2）如图，将 $\triangle BCD$ 绕点 B 逆时针旋转 $60°$，得到 $\triangle BAQ$，连接 DQ，



$\because BD=BQ$，$\angle DBQ=60°$，

$\therefore \triangle BDQ$ 是等边三角形，

$\therefore BD=DQ$，

$\because \angle BAD+\angle C=270°$，

$\therefore \angle BAD+\angle BAQ=270°$，

$\therefore \angle DAQ=360°-270°=90°$，

$\therefore \triangle DAQ$ 是直角三角形，

$\therefore AD^2+AE^2=DQ^2$，

即 $AD^2+CD^2=BD^2$.

（3）如图，将 $\triangle BCE$ 绕点 B 逆时针旋转 $60°$ 到 $\triangle BAF$，连接 EF，

$\because BE=BF$，$\angle EBF=60°$，

$\therefore \triangle BEF$ 是等边三角形，

$\therefore EF=BE$，$\angle BFE=60°$，

$\because AE^2=BE^2+CE^2$，

$\therefore AE^2=EF^2+AF^2$，

$\therefore \angle AFE=90°$，

$\therefore \angle BFA=\angle BFE+\angle AFE=60°+90°=150°$，

$\therefore \angle BEC=150°$，

则动点 E 在四边形 $ABCD$ 内部运动，满足 $\angle BEC=150°$，

以 BC 为边向外作等边 $\triangle OBC$，

则点 E 是在以 O 为圆心，OB 为半径的圆周上运动，

运动轨迹为 BC，

$\because OB=AB=1$，

则 $BC=\frac{60°\pi\times1}{180°}=\frac{\pi}{3}$.